

Глава VI. Микроскопический подход в теории ядерных реакций.

В предыдущих главах рассматривались различные модели и подходы к описанию механизмов ядерных реакций. Эти модели и подходы можно разделить на две группы: **макроскопические** (или **феноменологические**) и **микроскопические**. В макроскопических моделях **параметризуется** матрица переходов (S-матрица) или взаимодействие налетающей частицы с ядром-мишенью. В схему описания при этом вводится большое количество свободных параметров (параметры ОП, динамической или статистической деформации, парциальные и полные ширины резонансных состояний, параметры плотности возбужденных состояний ядер и др.). В микроскопических подходах взаимодействие налетающей частицы не параметризуется, а **вычисляется** на основе эффективных нуклон-нуклонных сил, параметры которых берутся одинаковыми для всех ядер-мишеней. Появляется возможность явного учета принципа Паули, проявление которого особенно существенно при низких энергиях, сокращается число свободных параметров, извлекаемая из анализа экспериментальных данных информация становится более достоверной. Простейшим из микроскопических подходов является метод **свертки**.

§ 14. Метод свертки.

1. Рассмотрим взаимодействие простой (бесструктурной) частицы с ядром-мишенью. Система описывается многочастичным уравнением Шредингера:

$$\{T(\vec{r}) + V(\vec{r}, \vec{r}_1, \dots, \vec{r}_A) - E\} \phi(\vec{r}, \vec{r}_1, \dots, \vec{r}_A) = 0 \quad (6.1)$$

Здесь $V(\vec{r}, \vec{r}_1, \dots, \vec{r}_A)$ - полное взаимодействие налетающей частицы с ядром-мишенью. Положим, что это взаимодействие можно представить в виде суммы двухчастичных взаимодействий:

$$V(\vec{r}, \vec{r}_1, \dots, \vec{r}_A) = \sum_{i=1}^A V(\vec{r}, \vec{r}_i) \quad (6.2)$$

Если налетающая частица - нуклон, то $V(\vec{r}, \vec{r}_i)$ имеет смысл **эффективного** двухчастичного нуклон-нуклонного взаимодействия. Термин “эффективный” означает, что сложное по форме реалистическое вакуумное (пустотное) взаимодействие заменяется простым по форме, но отражающим свойства реалистического взаимодействия. Кроме того, эффективное взаимодействие может учитывать эффект влияния среды (ядерного вещества) на пустотное нуклон-нуклонное взаимодействие. Разлагая, как это было сделано во второй главе, $\phi(\vec{r}, \vec{r}_1, \dots, \vec{r}_A)$ в ряд по базисным состояниям ядра-мишени, получим систему связанных дифференциальных уравнений МССК:

$$[T(\vec{r}) + V_{nn}(\vec{r}) - E_n] f_n(\vec{r}) = - \sum_{n' \neq n}^N V_{nn'}(\vec{r}) f_{n'}(\vec{r}) \quad (2.7),$$

$$n=1, 2, \dots, N$$

где

$$V_{nn'}(\vec{r}) = \int \Phi_n^*(\vec{r}_1, \dots, \vec{r}_A) V(\vec{r}, \vec{r}_1, \dots, \vec{r}_A) \Phi_{n'}(\vec{r}_1, \dots, \vec{r}_A) d\vec{r}_1, \dots, d\vec{r}_A \quad (2.8)$$

Рассмотрим вначале одноканальную задачу и взаимодействие нуклона с ядром-мишенью в упругом канале:

$$[T(\vec{r}) + U(\vec{r}) - E] f_0^{(0)}(\vec{r}) = 0 \quad (6.3)$$

Здесь $f_o^{(o)}(\vec{r})$ - волновая функция нуклона в упругом канале без учета связи каналов,

$$U(\vec{r}) = V_{oo}(\vec{r}) = \int \Phi_o^*(\vec{r}_1, \dots, \vec{r}_A) \sum_{i=1}^A V(\vec{r}, \vec{r}_i) \Phi_o(\vec{r}_1, \dots, \vec{r}_A) d\vec{r}_1, \dots, d\vec{r}_A \quad (6.4)$$

Принимая для волновой функции основного состояния ядра-мишени **приближение Хартри**, будем иметь:

$$\Phi_o(\vec{r}_1, \dots, \vec{r}_A) = \varphi_1(\vec{r}_1) \varphi_2(\vec{r}_2) \cdots \varphi_A(\vec{r}_A) \quad (6.5),$$

где $\varphi_i(\vec{r}_i)$ - одночастичные волновые функции нуклонов, удовлетворяющие условию ортонормированности:

$$\int \varphi_i^*(\vec{r}) \varphi_k(\vec{r}) d\vec{r} = \delta_{ik} \quad (6.6)$$

Подставляя (6.5) в (6.4) и учитывая условие (6.6), получаем:

$$U(\vec{r}) = \int \varphi_1^*(\vec{r}_1) V(\vec{r}, \vec{r}_1) \varphi_1(\vec{r}_1) d\vec{r}_1 + \dots + \int \varphi_A^*(\vec{r}_A) V(\vec{r}, \vec{r}_A) \varphi_A(\vec{r}_A) d\vec{r}_A \quad (6.7)$$

Заменяя во всех интегралах переменную интегрирования \vec{r}_i на \vec{r}' , будем иметь:

$$U(\vec{r}) = \sum_{i=1}^A \int \varphi_i^*(\vec{r}') V(\vec{r}, \vec{r}') \varphi_i(\vec{r}') d\vec{r}' \quad (6.8)$$

Введем плотность распределения вещества в ядре:

$$\rho(\vec{r}') = \sum_{i=1}^A |\varphi_i(\vec{r}')|^2 = \sum_{i=1}^A \varphi_i^*(\vec{r}') \varphi_i(\vec{r}') \quad (6.9)$$

С учетом (6.9) окончательно получаем:

$$U(\vec{r}) = \int \rho(\vec{r}') V(\vec{r}, \vec{r}') d\vec{r}' \quad (6.10)$$

Таким образом, потенциал взаимодействия налетающего нуклона с ядром-мишенью в упругом канале выражается через плотность распределения вещества в ядре и эффективные нуклон-нуклонные силы. В том случае, когда эти силы являются центральными, формулу (6.10) можно переписать в виде:

$$U(\vec{r}) = \int \rho(\vec{r}') V(|\vec{r} - \vec{r}'|) d\vec{r}' \quad (6.11)$$

Выражение (6.11) по форме соответствует записи в математике **интегралов свертки**. Поэтому потенциал $U(\vec{r})$ называют **потенциалом свертки** (фолдинг-потенциалом), а метод построения этих потенциалов – **методом свертки (фолдинг-моделью)**. Отметим, что и потенциалы более общей формы (например, в виде (6.10)) также называют потенциалами свертки.

Выражение (6.11) было получено в предположении, что волновая функция $\Phi_o(\vec{r}_1, \dots, \vec{r}_A)$ строится в приближении Хартри. Покажем, что (6.11) справедливо в общем случае, когда $\Phi_o(\vec{r}_1, \dots, \vec{r}_A)$ берется в произвольной форме, в том числе, например, и в приближении Хартри-Фока. Зададим $\rho(\vec{r})$ в многочастичном представлении:

$$\rho(\vec{r}) = \sum_{j=1}^A \int \Phi_o^*(\vec{r}_1, \dots, \vec{r}_A) \delta(\vec{r} - \vec{r}_j) \Phi_o(\vec{r}_1, \dots, \vec{r}_A) d\vec{r}_1, \dots, d\vec{r}_A \quad (6.12)$$

Можно видеть, что в частном случае, когда имеет место соотношение (6.5), в силу свойства δ -функции и условия (6.6) получаем формулу (6.9). Подставим выражение (6.12) в (6.10):

$$\begin{aligned}
U(\vec{r}) &= \int \sum_{j=1}^A \int \Phi_o^*(\vec{r}_1, \dots, \vec{r}_A) \delta(\vec{r}' - \vec{r}_j) \Phi_o(\vec{r}_1, \dots, \vec{r}_A) d\vec{r}_1 \dots d\vec{r}_A V(\vec{r}, \vec{r}') d\vec{r}' = \\
&= \int \Phi_o^*(\vec{r}_1, \dots, \vec{r}_A) \sum_{j=1}^A V(\vec{r}, \vec{r}_j) \Phi_o(\vec{r}_1, \dots, \vec{r}_A) d\vec{r}_1 \dots d\vec{r}_A \quad (6.13)
\end{aligned}$$

Таким образом, соотношения (6.13) и (6.10) согласуются друг с другом независимо от способа задания $\Phi_o(\vec{r}_1, \dots, \vec{r}_A)$. Если используется приближение Хартри-Фока, учитывающее обменные корреляции в основном состоянии ядра-мишени, то непосредственно, вычисляя $U(\vec{r})$ по формуле (6.4), убеждаемся в справедливости (6.10).

2. Эффективные нуклон-нуклонные силы зависят от спиновых и изоспиновых переменных. Для центральных сил в общем случае эта зависимость может быть записана в виде:

$$\begin{aligned}
V(|\vec{r} - \vec{r}'|) &= V_o(|\vec{r} - \vec{r}'|) + V_\sigma(|\vec{r} - \vec{r}'|)(\vec{\sigma}\vec{\sigma}') + V_\tau(|\vec{r} - \vec{r}'|)(\vec{\tau}\vec{\tau}') + \\
&+ V_{\sigma\tau}(|\vec{r} - \vec{r}'|)(\vec{\sigma}\vec{\sigma}')(\vec{\tau}\vec{\tau}') \quad (6.14)
\end{aligned}$$

Рассмотрим вклад в потенциал свертки изоспиновых эффективных сил:

$$U_\tau(\vec{r}) = \int \Phi_o^*(\xi_1, \dots, \xi_A) \sum_{j=1}^A V(\vec{r}, \vec{r}_j; \vec{\tau}_j, \vec{\tau}_j) \Phi_o(\xi_1, \dots, \xi_A) d\xi_1 \dots d\xi_A \quad (6.15)$$

Переменные ξ_i включают в себя теперь как координатные, так и изоспиновые переменные. Используем для скалярного произведения $(\vec{\tau}_j, \vec{\tau}_j)$ следующее соотношение:

$$(\vec{\tau}_j, \vec{\tau}_j) = -(\tau_{+j} \tau_{-j} + \tau_{-j} \tau_{+j}) + \tau_{zj} \tau_{zj} \quad (6.16)$$

Принимая для функций $\Phi_o(\xi_1, \dots, \xi_A)$ одночастичное представление, будем иметь с учетом (6.16):

$$U_\tau(\vec{r}) = \tau_z \int \rho_n(\vec{r}') V_\tau(|\vec{r} - \vec{r}'|) d\vec{r}' - \tau_z \int \rho_p(\vec{r}') V_\tau(|\vec{r} - \vec{r}'|) d\vec{r}' \quad (6.17),$$

где

$$\rho_p(\vec{r}) = \int \Phi_o^*(\xi_1, \dots, \xi_A) \sum_{j=1}^A \delta(\xi - \xi_j) \frac{1}{2} (1 - \tau_{zj}) \Phi_o(\xi_1, \dots, \xi_A) d\xi_1 \dots d\xi_A \quad (6.18)$$

и

$$\rho_n(\vec{r}) = \int \Phi_o^*(\xi_1, \dots, \xi_A) \sum_{j=1}^A \delta(\xi - \xi_j) \frac{1}{2} (1 + \tau_{zj}) \Phi_o(\xi_1, \dots, \xi_A) d\xi_1 \dots d\xi_A \quad (6.19)$$

Здесь, как и выше, $\tau_{zj} = 1$ для нейтронов и $\tau_{zj} = -1$ для протонов.

Формула (6.17) дает выражение для **изобарспинового потенциала** через эффективные двухчастичные изоспиновые силы. Можно видеть, что $U_\tau(\vec{r})$ определяется различием в распределениях протонов и нейтронов в ядрах. Действительно, из (6.17) получаем:

$$U_\tau(\vec{r}) = \tau_z \int [\rho_n(\vec{r}') - \rho_p(\vec{r}')] V_\tau(|\vec{r} - \vec{r}'|) d\vec{r}' \quad (6.20)$$

Для проведения оценки и сравнения с центральной частью потенциала свертки (формула (6.11)) предположим, что протоны и нейтроны имеют в ядре одинаковое распределение (одинаковую “геометрию”). Будем иметь тогда:

$$\rho_n(\vec{r}) = N / A \cdot \rho(\vec{r}) \quad \rho_p(\vec{r}) = Z / A \cdot \rho(\vec{r}) \quad (6.21),$$

так что

$$\rho_n(\vec{r}) + \rho_p(\vec{r}) = \rho(\vec{r}) \quad (6.22)$$

В результате получаем:

$$U_\tau(\vec{r}) = \tau_z \frac{N-Z}{A} \zeta U(\vec{r}) \quad \zeta \equiv \frac{V_\tau}{V_o} \quad (6.23)$$

При выводе (6.23) предположено также, что $V_o(|\vec{r} - \vec{r}'|)$ и $V_\tau(|\vec{r} - \vec{r}'|)$ имеют одинаковую радиальную зависимость. Из формулы (6.23) следует, что величина изобарспинового потенциала в первом приближении определяется **нейтронным избытком** (избытком числа нейтронов над числом протонов в ядре) и отношением $\frac{V_\tau}{V_o}$. Обычно это отношение меньше нуля (т.е. $\frac{V_\tau}{V_o} < 0$). Таким

образом, для налетающего протона $\tau_z = -1$ и $U_\tau(\vec{r})$ того же знака, что и $U(\vec{r})$. Для нейтрона, наоборот, $\tau_z = 1$ и $U_\tau(\vec{r})$ противоположного знака по сравнению с $U(\vec{r})$. Следовательно, для нейтронов изобарспиновый потенциал делает мельче суммарный одночастичный потенциал, а для протонов – глубже. Феноменологическая модель Лейна находит свое обоснование в рамках модели свертки.

Проводя аналогичные преобразования для спиновой компоненты в эффективном взаимодействии, получаем:

$$U_\sigma(\vec{r}) = \sigma_z \frac{N_+ - N_-}{A} \eta U(\vec{r}) \quad \eta \equiv \frac{V_\sigma}{V_o} \quad (6.24)$$

Здесь N_+ и N_- - соответственно, число нуклонов в ядре с проекцией спина вверх и вниз. Для четно-четного ядра $N_+ = N_-$ и $U_\sigma = 0$. Для нечетного ядра $N_+ - N_- = 1$, в случае средних и тяжелых ядер $\frac{1}{A} \ll 1$ и вкладом $U_\sigma(\vec{r})$ в одночастичный потенциал можно пренебречь. К аналогичному выводу приходим в отношении вклада спин-изоспиновых сил $[V_{\sigma\tau}(|\vec{r} - \vec{r}'|)(\vec{\sigma}\vec{\sigma}')(\vec{\tau}\vec{\tau}')]$ в потенциал. Итак, суммарный потенциал будет состоять из двух слагаемых:

$$U_t(\vec{r}) = U(\vec{r}) + U_\tau(\vec{r}) \quad (6.25),$$

где отдельные компоненты определяются, соответственно, формулами (6.11) и (6.20). Сделав приближения, будем иметь:

$$U_t(\vec{r}) = (1 + \tau_z \zeta \frac{N-Z}{A}) U(\vec{r}) \quad (6.26)$$

Считаем, что при $N=Z$ согласно (6.23) $U_\tau(\vec{r}) = 0$, в то время как в общем случае (см. формулу (6.20)) $U_\tau(\vec{r}) \neq 0$, при $N \neq Z$. В этом случае $U_\tau(\vec{r})$ при одинаковом числе протонов и нейтронов в ядре определяется различием в их “геометрии” или в “геометрии” компонент $V_o(|\vec{r} - \vec{r}'|)$ и $V_\tau(|\vec{r} - \vec{r}'|)$ эффективного двухчастичного взаимодействия. Таким образом, изобарспиновый потенциал свертки является обобщенным потенциалом Лейна.

3. Вернемся к рассмотрению многоканальной задачи:

$$[T(\vec{r}) + V_{nn}(\vec{r}) - E_n]f_n(\vec{r}) = - \sum_{k \neq n}^N V_{nk}(\vec{r})f_k(\vec{r}) \quad (2.7),$$

$$n=1,2,\dots,N$$

где

$$V_{nk}(\vec{r}) = \int \Phi_n^*(\vec{r}_1, \dots, \vec{r}_A) V(\vec{r}, \vec{r}_1, \dots, \vec{r}_A) \Phi_k(\vec{r}_1, \dots, \vec{r}_A) d\vec{r}_1, \dots, d\vec{r}_A \quad (2.8)$$

Используя (6.2) будем иметь для матричного элемента связи каналов:

$$V_{nk}(\vec{r}) = \int \Phi_n^*(\vec{r}_1, \dots, \vec{r}_A) \sum_{j=1}^A V(\vec{r}, \vec{r}_j) \Phi_k(\vec{r}_1, \dots, \vec{r}_A) d\vec{r}_1, \dots, d\vec{r}_A \quad (6.27)$$

Определим **“переходные” плотности** следующим соотношением:

$$\rho_{nk}(\vec{r}) = \sum_{i=1}^A \int \Phi_n^*(\vec{r}_1, \dots, \vec{r}_A) \delta(\vec{r} - \vec{r}_i) \Phi_k(\vec{r}_1, \dots, \vec{r}_A) d\vec{r}_1, \dots, d\vec{r}_A \quad (6.28)$$

Величины $\rho_{nk}(\vec{r})$ называются “переходными” плотностями, поскольку при $n = k$ они переходят в плотность распределения ядерного вещества в n -ом состоянии ядра, а при $n \neq k$ - характеризуют переход ядра из одного состояния в другое. Можно установить между величинами $\rho_{nk}(\vec{r})$ и $V_{nk}(\vec{r})$ следующую связь:

$$V_{nk}(\vec{r}) = \int \rho_{nk}(\vec{r}') V(\vec{r}, \vec{r}') d\vec{r}' \quad (6.29)$$

Действительно, подставляя (6.28) в (6.29), будем иметь:

$$V_{nk}(\vec{r}) = \int \sum_i \int \Phi_n^*(\vec{r}_1, \dots, \vec{r}_A) \delta(\vec{r}' - \vec{r}_i) \Phi_k(\vec{r}_1, \dots, \vec{r}_A) d\vec{r}_1, \dots, d\vec{r}_A V(\vec{r}, \vec{r}') d\vec{r}' \quad (6.30)$$

Проинтегрируем в каждом слагаемом \sum_i в (6.30) по переменной \vec{r}' и используем свойство δ -функции. В результате получим:

$$V_{nk}(\vec{r}) = \sum_i \int \Phi_n^*(\vec{r}_1, \dots, \vec{r}_A) V(\vec{r}, \vec{r}_i) \Phi_k(\vec{r}_1, \dots, \vec{r}_A) d\vec{r}_1, \dots, d\vec{r}_A \quad (6.31)$$

Таким образом, выражение (6.31) с учетом (6.28) согласуется с исходным выражением (6.27). Соотношение (6.29) дает связь формфактора неупругих переходов с переходной плотностью и эффективным двухчастичным взаимодействием. Оно является обобщением формулы (6.11) для потенциала свертки.

Соотношения (6.11) и (6.29) являются микроскопическим базисом метода сильной связи каналов. Отметим, что в фолдинг-модели ОП и ФНП строятся на единой основе, т.е. с использованием одного и того же эффективного нуклон-нуклонного взаимодействия.

4. Рассмотрим рассеяние нуклона на четно-четном деформированном ядре. В этом случае плотность распределения вещества в ядре зависит не только от радиальной переменной, но и от углов. Разложим ее в ряд по мультиполям:

$$\rho(\vec{r}) = \sum_{\lambda} \rho_{\lambda 0}(r) Y_{\lambda 0}(\theta, \varphi) \quad (6.32)$$

Здесь для определенности принята аксиально-симметричная форма распределения вещества в ядре. Разложим также по мультиполям эффективные двухчастичные силы:

$$V(|\vec{r} - \vec{r}'|) = \sum_{\lambda \mu} U_{\lambda}(r, r') Y_{\lambda \mu}^*(\theta, \varphi) Y_{\lambda \mu}(\theta', \varphi') \quad (6.33)$$

Подставляя (6.32) и (6.33) в (6.11), будем иметь:

$$U(\vec{r}) = \int \sum_{\lambda} \rho_{\lambda o}(\vec{r}') Y_{\lambda o}(\omega') \sum_{\lambda' \mu'} U_{\lambda'}(r, r') Y_{\lambda' \mu'}^*(\omega) Y_{\lambda' \mu'}(\omega') (r')^2 dr' d\omega' \quad (6.34)$$

Используя свойство ортонормированности сферических гармоник, получим:

$$U(\vec{r}) = \sum_{\lambda} \int \rho_{\lambda o}(\vec{r}') U_{\lambda}(r, r') (r')^2 dr' Y_{\lambda o}(\omega) \quad (6.35)$$

Разлагая $U(\vec{r})$ по мультиполям и сравнивая это разложение с правой частью (6.35), окончательно будем иметь:

$$U_{\lambda o}(r) = \int \rho_{\lambda o}(r') U_{\lambda}(r, r') (r')^2 dr' \quad (6.36)$$

Здесь $U_{\lambda o}(r)$ -коэффициенты разложения:

$$U(\vec{r}) = \sum_{\lambda} U_{\lambda o}(r) Y_{\lambda o}(\omega) \quad (6.37)$$

Соотношение (6.36) дает связь между компонентами плотности распределения вещества в ядре и эффективного взаимодействия, с одной стороны, и компонентой потенциала, с другой стороны. В коллективной модели компоненты распределения вещества и потенциала имеют, соответственно, смысл переходных плотностей и радиальных формфакторов неупругих переходов. Таким образом, соотношение (6.36) является аналогом соотношения (6.29) для деформированных ядер. При этом могут рассматриваться ядра как со статической, так и с динамической деформацией.

5. Соотношения (6.11) и (6.29) являются хорошо известными в математике интегралами свертки. И для них справедливы следующие теоремы. Чтобы сформулировать первую из этих теорем – теорему о свертке, введем в рассмотрение следующие величины:

$$J_V = \int U(\vec{r}) d\vec{r} \quad (6.38)$$

$$J_0 = \int V(|\vec{r} - \vec{r}'|) d(\vec{r} - \vec{r}') \quad (6.39)$$

Согласно теореме о свертке, имеем:

$$\int U(\vec{r}) d\vec{r} = \int \rho(\vec{r}') d\vec{r}' \cdot \int V(|\vec{r} - \vec{r}'|) d(\vec{r} - \vec{r}') \quad (6.40)$$

Учитывая (6.38) и (6.39) и нормировку для плотности, получаем:

$$J_V = A J_0 \quad (6.41)$$

Отсюда следует, что величины J_V / A не зависят от массового числа, а определяются только характером двухчастичного взаимодействия. Анализ экспериментальных данных по рассеянию нуклонов низких энергий на ядрах подтверждает этот факт: эмпирическое значение J_V / A равно приблизительно - 400 МэВ·Фм³. Таким образом, объемный интеграл от двухчастичного взаимодействия примерно равен - 400 МэВ·Фм³.

Рассмотрим моменты распределения вещества и потенциала в ядре. Введем величины q_{λ}^f следующими соотношениями:

$$q_{\lambda}^{\rho} = \int_0^{\infty} \rho_{\lambda o}(r) r^{\lambda+2} dr \quad (6.42)$$

$$q_{\lambda}^{\nu} = \int_0^{\infty} U_{\lambda o}(r) r^{\lambda+2} dr \quad (6.43),$$

где $\rho_{\lambda o}(r)$ и $U_{\lambda o}(r)$ определяются, соответственно, формулами (6.32) и (6.37). Сэчлером было получено выражение, связывающее в методе свертки моменты несферических распределений. На основе этого выражения была сформулирована “теорема Сэчлера”. Согласно этой теореме будем иметь:

$$\int_0^{\infty} U_{\lambda o}(r) r^{\lambda+2} dr / J_V = \int_0^{\infty} \rho_{\lambda o}(r) r^{\lambda+2} dr / A \quad (6.44)$$

Введем нормированные моменты распределения вещества и потенциала:

$$Q_{\lambda}^f = q_{\lambda}^f / J_f \quad (f = \rho, \nu) \quad (6.45)$$

В соответствии с формулами (6.42)- (6.45) получаем:

$$Q_{\lambda}^{\nu} = Q_{\lambda}^{\rho} \quad (6.46)$$

Таким образом, нормированные моменты распределения вещества и потенциала равны друг другу. Это утверждение справедливо для произвольной радиальной зависимости плотности распределения вещества в ядре и двухчастичного эффективного взаимодействия, причем радиальная зависимость эффективного взаимодействия может представляться в виде суммы нескольких слагаемых. Также как и теорема свертки, теорема Сэчлера имеет место тогда, когда не учитываются обменные нуклон-нуклонные корреляции, обусловленные действием принципа Паули, и плотностная зависимость эффективных сил. Если анализ экспериментальных данных приводит к отклонению от соотношения (6.46), этот факт свидетельствует о существенной роли этих двух факторов, однако, учесть раздельное влияние в таком анализе этих факторов невозможно.

В том случае, когда теорема Сэчлера “работает”, ее использование позволяет при наличии информации о распределении вещества в ядре извлекать в анализе данных по неупругому рассеянию информацию о распределении потенциала и проводить согласованное описание экспериментов с электромагнитным и сильным взаимодействием.

По аналогии с (6.42) можно ввести моменты нейтронной и протонной компоненты в распределении вещества:

$$q_{n\lambda} = \int_0^{\infty} \rho_{n\lambda}(r) r^{\lambda+2} dr \quad (6.47)$$

$$q_{p\lambda} = \int_0^{\infty} \rho_{p\lambda}(r) r^{\lambda+2} dr \quad (6.48)$$

В соответствии с (6.20) теорема Сэчлера дает тогда связь между протонными и нейтронными моментами распределений. Введем изоскалярный и изовекторные компоненты переходных плотностей :

$$\rho_{o\lambda}(r) = \rho_{n\lambda}(r) + \rho_{p\lambda}(r) \quad (6.49)$$

$$\rho_{1\lambda}(r) = \rho_{n\lambda}(r) - \rho_{p\lambda}(r) \quad (6.50)$$

В коллективной модели Бора-Моттельсона параметры деформации $\beta_{p\lambda}$ и $\beta_{n\lambda}$ выражаются формулами:

$$\beta_{p\lambda} = \frac{4\pi}{\lambda + 3} \cdot \frac{q_{p\lambda}}{\langle r^\lambda \rangle_p Z} \quad (6.51)$$

$$\beta_{n\lambda} = \frac{4\pi}{\lambda + 3} \cdot \frac{q_{n\lambda}}{\langle r^\lambda \rangle_n N} \quad (6.52)$$

В стандартной коллективной модели параметры деформации и моменты распределений протонов и нейтронов полагают равными друг другу:

$$\beta_{p\lambda} = \beta_{n\lambda} \quad \langle r^\lambda \rangle_p = \langle r^\lambda \rangle_n \quad (6.53)$$

Тогда из (6.51) и (6.52) получим:

$$\frac{q_{p\lambda}}{Z} = \frac{q_{n\lambda}}{N} \quad \text{или} \quad \frac{q_{p\lambda}}{q_{n\lambda}} = \frac{Z}{N} \quad (6.54)$$

Это отношение можно получить из вероятностей электромагнитных переходов $B(E\lambda)$ или из ядерных реакций. Если оно не выполняется, то мы можем сделать вывод об отличии геометрии распределения нейтронов и протонов, либо о характере изоспиновой структуры неупругих переходов.

Метод свертки для составных частиц.

Рассмотрим взаимодействие двух составных частиц A_1 и A_2 (см. рис. 6.1.).

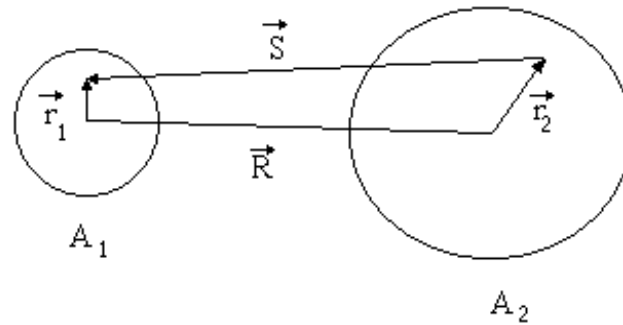


Рис.6.1.

Можно ввести понятие центра масс. Вектор \vec{s} - вектор относительного расположения этих частиц - равен :

$$\vec{s} = \vec{R} + \vec{r}_1 - \vec{r}_2$$

Теперь потенциал взаимодействия двух составных частиц запишется в виде интеграла двойной свертки:

$$U_{A_1 A_2}(\vec{R}) = \int \rho_{A_1}(\vec{r}_1) V_{eff}(\vec{s}) \rho_{A_2}(\vec{r}_2) d\vec{r}_1 d\vec{r}_2 \quad (6.55)$$

В этом интеграле сначала производится свертка по координатам нуклонов второй частицы, а потом по координатам нуклонов первой частицы. Эта задача аналогична вычислению потенциала взаимодействия заряженных сфер. Если $\rho_{A_i}(\vec{r}_i) = \delta(\vec{r}_i)$, то получается простая фолдинг-модель для точечной частицы.