Экзамен. Циркулярно поляризованный свет или свет круговой поляризации (продолжение).

Найдем длину вектора $\left(\vec{e}_x + i\vec{e}_y\right)$. Квадрат длины вектора равен скалярному произведению вектора самого на себя. Скалярное произведение двух произвольных комплексных векторов $\vec{A}$ и $\vec{B}$ выражается через комплексные проекции этих векторов следующим образом:

$$\left(\vec{A}, \vec{B}\right) = A_x B_x^* + A_y B_y^* + A_z B_z^*.$$

Пусть в этом равенстве $\vec{A} = \vec{e}_x + i\vec{e}_y$ и $\vec{B} = \vec{e}_x + i\vec{e}_y$, тогда

$$\left(\vec{e}_x + i\vec{e}_y,\ \vec{e}_x + i\vec{e}_y\right) = 1 \cdot 1^* + i \cdot (i)^* = 1 \cdot 1 + i \cdot (-i) = 2.$$

Следовательно, длина вектора $\left(\vec{e}_x + i\vec{e}_y\right)$ равна $\sqrt{2}$. Разделим вектор на его длину и получим единичный вектор.

$$\begin{cases} \vec{e}_+ \equiv \dfrac{\vec{e}_x + i\vec{e}_y}{\sqrt{2}} \\ \vec{e}_- \equiv \dfrac{\vec{e}_x - i\vec{e}_y}{\sqrt{2}} \end{cases}$$

— единичные векторы левой и правой круговых поляризаций света, распространяющегося вдоль оси z.

Вернемся к рассмотрению плоской световой волны левой круговой поляризации:

$$\tilde{\vec{E}} = E_0\left(\vec{e}_x + i\vec{e}_y\right) \cdot e^{i\left(kz - \omega t + \varphi_0\right)} = \sqrt{2} \cdot E_0 \cdot \vec{e}_+ \cdot e^{i\left(kz - \omega t + \varphi_0\right)},$$

где E_0 — вещественная амплитуда каждой линейной поляризации.

Будем называть величину $\sqrt{2}E_0$ вещественной амплитудой волны круговой поляризации.

Переобозначим $\sqrt{2}E_0$ за новое E_0, тогда в новых обозначениях:

$$\tilde{\vec{E}} = E_0 \vec{e}_+ e^{i\left(kz - \omega t + \varphi_0\right)},$$

где $\dfrac{E_0}{\sqrt{2}}$ — вещественная амплитуда каждой линейной поляризации, E_0 — вещественная амплитуда круговой поляризации.

Новые обозначения удобны тем, что выражение для интенсивности света $I = \dfrac{cn}{4\pi\mu}\left\langle E^2 \right\rangle_t = \dfrac{cn}{8\pi\mu}E_0^2$ оказывается справедливым и для линейной и для круговой поляризации света.

Экзамен. Эллиптическая поляризация света.

Направим ось z вдоль луча, тогда $\vec{k} \uparrow\uparrow \vec{e}_z$.

Сложим две волны, линейно поляризованные вдоль осей x и y. Пусть разность фаз этих волн произвольна. Суммарную волну можно записать в виде:

$$\tilde{\vec{E}} = E_0 \vec{e}_p e^{i\left(kz - \omega \cdot t + \varphi_0\right)},$$ где

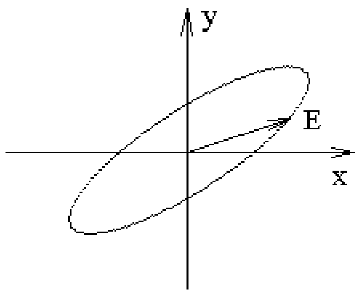
$\vec{e}_p$ — единичный комплексный вектор эллиптической поляризации.

$\vec{e}_p \perp \vec{k} \uparrow\uparrow \vec{e}_z$ <=> $\left(\vec{e}_p, \vec{e}_z\right) = 0$

$\vec{e}_p = \dfrac{a\vec{e}_x + b\vec{e}_y}{\sqrt{|a|^2 + |b|^2}}$, где a и b — произвольные комплексные числа для произвольной эллиптической поляризации.

$\vec{e}_p$ — единичный вектор, что следует из равенства $\left(\vec{e}_p, \vec{e}_p\right) = 1$, которое легко проверить, расписав скалярное произведение в декартовых координатах.

В эллиптически поляризованной волне конец вектора $\vec{E}$ двигается по эллипсу в плоскости перпендикулярной лучу.



Для каждой эллиптической поляризации $\vec{e}_{p1}$ существует ортогональная к ней поляризация $\vec{e}_{p2}$:

$\left(\vec{e}_{p1}, \vec{e}_{p2}\right) = 0$.

Любую монохроматическую волну, направленную вдоль оси z, можно представить, как суперпозицию двух линейных поляризаций $\vec{e}_x$ и $\vec{e}_y$, как суперпозицию двух круговых поляризаций $\vec{e}_+$ и $\vec{e}_-$ или двух эллиптических поляризаций $\vec{e}_{p1}$ и $\vec{e}_{p2}$.

Для света эллиптической поляризации выполняется тоже соотношение между интенсивностью света и амплитудой волны $I = \dfrac{cn}{4\pi\mu}\left\langle E^2 \right\rangle_t = \dfrac{cn}{8\pi\mu} E_0^2$, что и для света линейной и круговой поляризации.

Неполяризованный свет — это обязательно не совсем монохроматический свет. Неполяризованный свет — это свет эллиптически поляризованный, но параметры эллипса случайным образом медленно изменяются во времени. Характерное время изменения параметров эллипса поляризации равно $\dfrac{1}{\Delta\omega}$, где $\Delta\omega$ — ширина спектра источника света. Пример неполяризованного света — солнечный свет.

Экзамен. Стоячие световые волны.

При нормальном падении света на зеркало свет отражается обратно.

Две встречные волны одинаковой амплитуды образуют стоячую волну.

Рассмотрим встречные волны, направленные вдоль оси z. Пусть волны линейно поляризованы вдоль оси x. Запишем встречные волны в вещественном представлении:

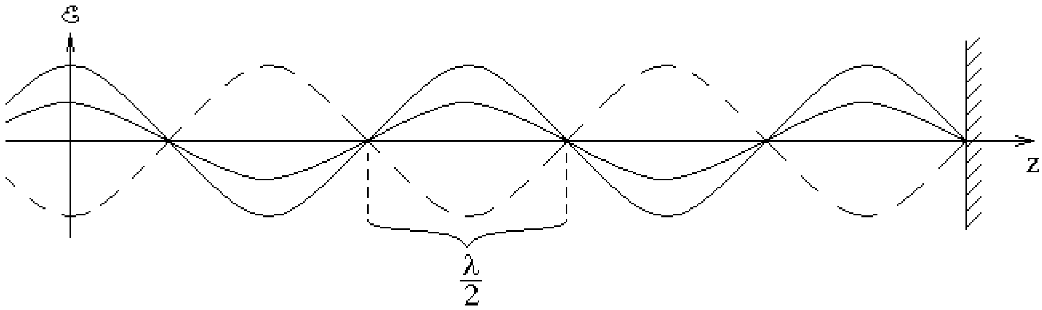
$$E_x(t,z) = E_0 \cos(kz - \omega t) + E_0 \cos(-kz - \omega t).$$

Второе слагаемое описывает встречную волну, так как в нем z заменено на (-z). Следовательно, если первая волна распространяется вдоль оси z, то вторая волна — вдоль оси (-z).

Преобразуем сумму косинусов в произведение согласно формуле $\cos(\alpha) + \cos(\beta) = 2 \cdot \cos\left(\frac{\alpha+\beta}{2}\right) \cdot \cos\left(\frac{\alpha-\beta}{2}\right)$ и получим

$$E_x(t,z) = E_0 \cos(kz - \omega t) + E_0 \cos(-kz - \omega t) = 2E_0 \cos(\omega t) \cdot \cos(kz)$$

Построив эту функцию от z в разные моменты времени t, мы увидим, что в некоторых точках $\cos(kz) = 0$, и суммарная волна остается равной нулю в любой момент времени. Эти точки называются узлами стоячей волны. Они расположены на расстоянии $\frac{\lambda}{2}$ друг от друга.



Посередине между узлами стоячей волны колебания суммарной волны максимальны. Эти точки называются пучностями стоячей волны.

Оказывается, что в узлах поля $\vec{E}$ находятся пучности поля $\vec{B}$ и наоборот. Дело в том, что если в некоторой точке электрические поля встречных волн синфазны и усиливают друг друга, то магнитные поля противофазны. И действительно. Векторы $\vec{E}, \vec{B}, \vec{k}$ образуют правую тройку взаимно ортогональных векторов. Если один из тройки векторов $\vec{E}$ направления не меняет, а второй $\vec{k}$ — меняет на противоположное (для встречной волны), то третий вектор $\vec{B}$ тоже обязан изменить знак для правой тройки векторов. Значит, если в некоторой точке в некоторый момент времени векторы $\vec{E}$ встречных волн синфазны и образуют пучность поля $\vec{E}$, то в этой точке в этот же момент векторы $\vec{B}$ противофазны и образуют узел поля $\vec{B}$.

При отражении света от металлического зеркала на зеркале образуется узел поля $\vec{E}$, как на рисунке и пучность поля $\vec{B}$. Чтобы понять, почему так происходит, рассмотрим отражение от идеального металлического зеркала.

Сверхпроводник — это идеальное зеркало для радиоволн и электромагнитного излучения более низких частот.

Свет падает на зеркало нормально, а световые волны поперечны, поэтому на зеркале будут присутствовать только тангенциальные составляющие электрического и магнитного полей. Нормальные составляющие равны нулю.

Рассмотрим граничные условия для тангенциальных составляющих полей $\vec{E}$ и $\vec{B}$:

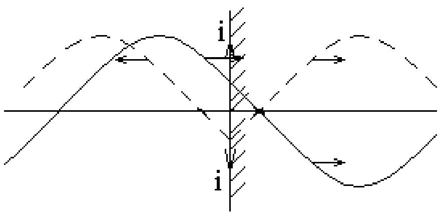
$$\begin{cases} E_{2\tau} - E_{1\tau} = 0 \\ B_{2\tau} - B_{1\tau} = \dfrac{4\pi}{c} i \end{cases}.$$

В сверхпроводнике нет ни электрического поля $\vec{E}$, ни магнитного поля $\vec{B}$. Тогда для полей над поверхностью сверхпроводника справедливы следующие граничные условия:

$$\begin{cases} E_{\tau} = 0 \\ B_{\tau} = \dfrac{4\pi}{c} i \end{cases}.$$

Следовательно, на поверхности идеального зеркала поле $\vec{E}$ обращается в ноль, а поле $\vec{B}$ может быть отлично от нуля, и это приведет только к появлению поверхностных токов i. Это и означает, что на зеркале находится узел поля $\vec{E}$ и пучность поля $\vec{B}$.

Заметим, что поле $\vec{B}$ на зеркале осциллирует с оптической частотой и $B_{\tau} = \dfrac{4\pi}{c} i$. Следовательно, по поверхности металлического зеркала течет переменный поверхностный ток i.



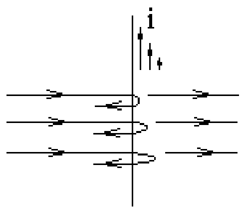
На зеркало слева направо падает световая волна (поля E). Она изображена сплошной линией. По поверхности зеркала течет переменный ток i с оптической частотой. Этот ток излучает плоскую электромагнитную волну одинаково в обе стороны от поверхности зеркала. Волна, излученная в глубину зеркала (изображена пунктиром), интерферирует с прошедшей падающей волной (сплошная линия) и полностью ее гасит. Волна, излученная от зеркала налево, представляет собой отраженную зеркалом волну. Гасящие друг друга волны обязаны быть равны по амплитуде, иначе они не могут полностью погасить друг друга. Излученные в обе стороны плоским током волны также равны по амплитуде, следовательно, падающая и отраженная волны равны по амплитуде.

Если сдвинуть на π фазу бегущей волны, то волна поменяет знак. Для поля $\vec{E}$ на зеркале две встречные волны вычитаются, образуя узел поля $\vec{E}$. Следовательно, можно сказать, что волна поля $\vec{E}$ отражается от зеркала со сдвигом фазы π или, как говорят, в противофазе.

Фаза волны имеет период 2π, а пространственный период бегущей волны — λ, тогда сдвиг фазы на π эквивалентен пространственному перемещению на $\frac{\lambda}{2}$. При отражении от зеркала происходит как бы изменение пути, пройденного волной, на $\frac{\lambda}{2}$, или, как говорят, при отражении от зеркала происходит потеря полуволны.

Это справедливо только для волны электрического поля, но не справедливо для волны магнитного поля. Тем не менее, говорят, что при отражении света от зеркала происходит потеря полуволны. Дело в том, что с веществом в основном взаимодействует электрическое поле световой волны. Воздействием магнитного поля световой волны на среду можно пренебречь.

Если металлическое зеркало не идеально, то поверхностные токи имеют заметную толщину. Для оптического диапазона длин волн толщина слоя токов имеет порядок $\frac{\lambda}{10}$.



Излучение этих токов вглубь зеркала (направо) синфазно друг другу и полностью гасит прошедшую падающую волну. Излучения различных слоев тока в обратном направлении (налево) имеют несколько различные фазы, так как свет проходит до очередной плоскости с током и обратно различные расстояния. Волны, излученные назад, не совсем синфазны, не вполне усиливают друг друга. Поэтому отраженная от зеркала волна меньше падающей, и коэффициент отражения неидеального зеркала с толстым слоем токов меньше единицы. Свет частично поглощается таким зеркалом.

А что будет, если поверхностные токи текут в слое толщиной несколько длин волн или несколько десятков длин волн?

В этом случае волны, отраженные назад разными параллельными плоскостями токов, будут значительно сдвинуты по фазе, так как они проходят разные пути от входа в зеркало до плоскости с током и обратно до поверхности зеркала. При сложении волн в разных фазах суммарная отраженная волна имеет очень малую амплитуду. Следовательно, свет не отражается. Весь свет поглощается.

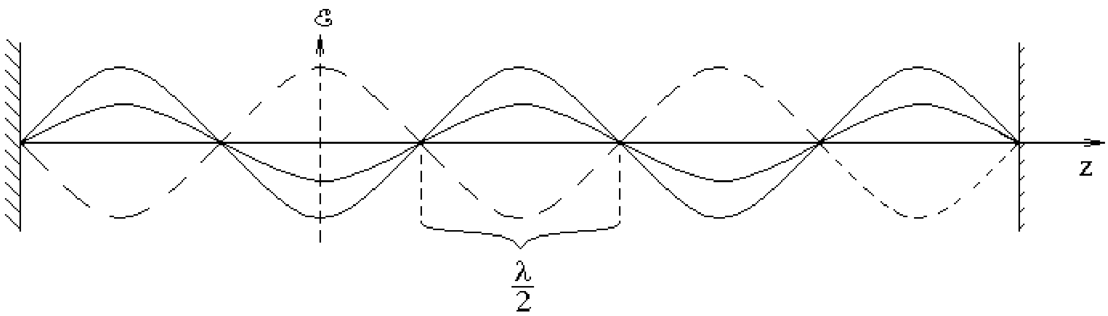
Интересно отметить, что если среда имеет очень большой коэффициент поглощения, то глубина проникновения света оказывается гораздо меньше длины волны. В таком случае весь свет отражается вместо того, чтобы поглощаться.

Экзамен. Продольные и поперечные моды лазера. Управление частотой генерации лазера.

Лазер — это устройство, излучающее свет с помощью усиливающей свет среды и зеркал, которые заставляют свет многократно проходить усиливающую среду. Зеркала лазера образуют так называемый лазерный резонатор.

Обычно одно зеркало лазера плоское и полупрозрачное, а другое — сферическое и глухое. Между зеркалами лазера находится усиливающая свет среда.

Мы для простоты рассмотрим резонатор лазера с двумя плоскими зеркалами.



В резонаторе работающего лазера присутствует стоячая волна. На зеркалах лазера находятся узлы стоячей волны. Следовательно, на длине резонатора L укладывается целое число полуволн $L = m\frac{\lambda}{2}$, где $m = 1, 2, 3, ...$ — целое число. Лазер может излучать только такой свет, длина волны λ которого удовлетворяет равенству $L = m\frac{\lambda}{2}$.

Число пучностей m стоячей волны внутри резонатора называют индексом продольной моды резонатора.

Обычно для лазера $L >> \lambda$, тогда $m >> 1$ — индекс продольной моды лазера очень велик.

Дискретным значениям длины волны света $L = m\frac{\lambda}{2}$ соответствуют дискретные значения частоты, найдем их.

Для волны любой природы произведение длины волны на ее частоту равно фазовой скорости волны $\lambda\nu = \frac{c}{n}$. Тогда частота света $\nu = \frac{c}{n\lambda}$.

Подставим сюда длину волны λ из выражения $L = m\dfrac{\lambda}{2}$ => $\lambda = \dfrac{2L}{m}$ и получим

$$\nu = \frac{c}{n\lambda} = \frac{mc}{2nL}, \text{ где } m \text{ — целое число.}$$

Целое число изменяется с шагом $\Delta m = 1$. Тогда $\Delta\nu = \dfrac{c}{2nL}$ — шаг изменения частоты или частотный интервал между соседними продольными модами лазера (межмодовый интервал).

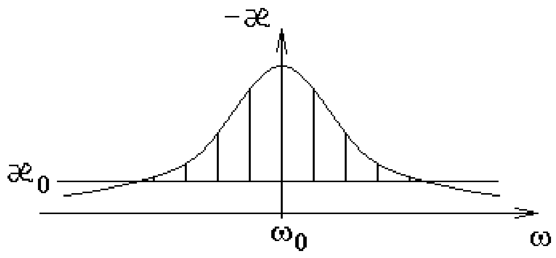
Мы получили, что в резонаторе лазера разрешены частоты с постоянным шагом $\Delta\nu = \dfrac{c}{2nL}$ — расческа разрешенных частот.

Усиливающая лазерная среда — это среда с отрицательным коэффициентом поглощения. Коэффициент поглощения среды определяется равенством:

$I(z) = I_0 e^{-\aleph z}$, где $\aleph$ — коэффициент поглощения, $I(z)$ — зависимость интенсивности света от координаты z вдоль луча.

Для лазерной среды коэффициент поглощения отрицателен $\aleph < 0$. Величину $(-\aleph)$ называют коэффициентом усиления среды.

Лазер генерирует излучения на частотах, разрешенных резонатором, для которых усиление среды $(-\aleph)$ больше, чем потери лазера $\aleph_0$, приведенные к единице длины резонатора. Поясним величину $\aleph_0$. Если свет без усиления проходит резонатор лазера туда и обратно и попадает в исходную точку в исходном направлении, то интенсивность света уменьшается. Приравняем это отношение (меньшей интенсивности к большей интенсивности) к величине $e^{-\aleph_0 2L}$, где L — длина резонатора лазера. Это и будет определением $\aleph_0$ — потерь резонатора приведенных к единице его длины.



Рассмотрим теперь возможность управления частотой генерации лазера.

$\nu = \dfrac{c}{n\lambda} = \dfrac{mc}{2nL}$ — частота генерации лазера зависит от длины резонатора L. Если, например, увеличивать длину резонатора L, то частоты всех разрешенных мод будут уменьшаться, так как длина L стоит в знаменателе выражения для частоты ν. При этом разрешенные частоты на рисунке будут двигаться влево. В какой-то момент в частотное положение некоторой исходной моды придет соседняя справа мода. В этот момент длина резонатора лазера увеличится на половину этой длины волны. Между зеркалами снова будет целое число полуволн, только индекс продольной моды для рассматриваемой частоты увеличится на единицу.

Таким образом, изменяя длину резонатора, мы можем изменять частоту генерации лазера. Причем изменять длину резонатора имеет смысл не больше, чем на половину длины световой волны, то есть на долю микрона. Для изменения длины резонатора одно из его зеркал укрепляют на пьезокерамическом цилиндре. Подавая электрическое напряжение на цилиндр, можно в небольших пределах изменять его длину на величину порядка одного микрона.

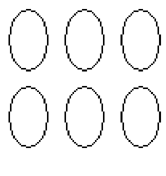
Строго говоря, при изменении длины резонатора изменяется масштаб расчески разрешенных частот. Но обычно частотная ширина контура усиления лазерной среды гораздо меньше средней частоты генерации. В таком случае, при изменении длины резонатора, разрешенные частоты в пределах контура усиления сдвигаются почти без изменения межмодового интервала $\Delta\nu = \dfrac{c}{2nL}$, так как величина L пренебрежимо изменяется в процентном исчислении. То есть расческа разрешенных частот двигается относительно контура усиления лазерной среды почти без изменения шага расчески.

Если длину резонатора увеличить на половину длины световой волны $\dfrac{\lambda}{2}$, то разрешенная резонатором длина волны λ снова станет разрешенной резонатором длиной волны, но с индексом продольной моды m на единицу большим. При этом в процессе изменения длины резонатора расческа разрешенных частот сдвигается на один межмодовый интервал.

Обсудим теперь поперечные моды лазера.

Если лазерный луч направить на экран, то форма лазерного пятна в простейших случаях может иметь вид нескольких светлых пятен в узлах прямоугольной матрицы. Различное расположение этих пятен описывают поперечными индексами, поперечными модами.

Индекс поперечной моды равен числу нулей интенсивности, как функции соответствующей координаты.



Так если форма лазерного пятна представляет собой две строки по три светлых пятна, то индексы соответствующей поперечной моды 2,1 — две темные полосы при перемещении по x координате и одна темная полоса при перемещении по y координате.