

**Экзамен. Угол Брюстера и брюстеровские окна лазерных трубок**  
(продолжение).

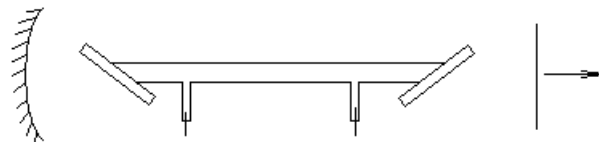
Сравнивая этот результат с другим выражением для коэффициента отражения  $r_{\parallel} = \frac{n_2 \cos(\alpha_1) - n_1 \cos(\alpha_2)}{n_2 \cos(\alpha_1) + n_1 \cos(\alpha_2)}$  получаем  $n_2 \cos(\alpha_1) - n_1 \cos(\alpha_2) = 0$ .

Откуда

$$\frac{n_2}{n_1} = \frac{\cos(\alpha_2)}{\cos(\alpha_1)} = \frac{\sin\left(\frac{\pi}{2} - \alpha_2\right)}{\cos(\alpha_1)} = \frac{\sin(\alpha_1)}{\cos(\alpha_1)} = \operatorname{tg}(\alpha_1).$$

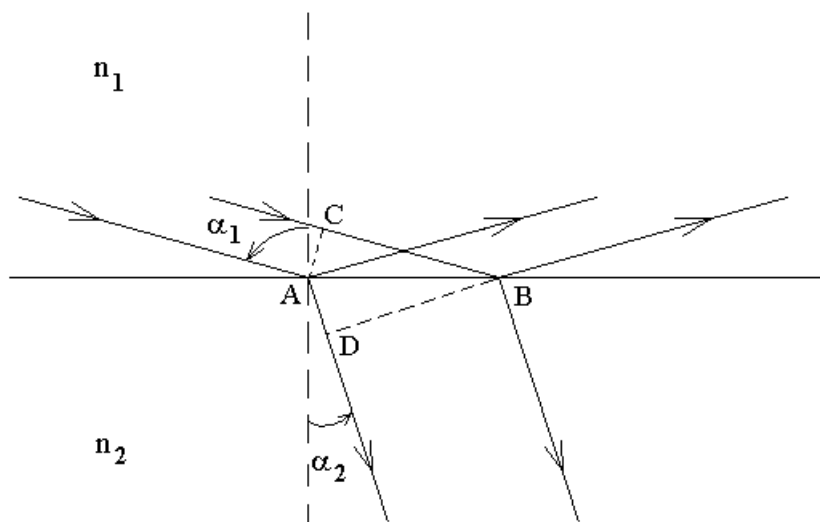
Окончательно получаем, что для угла падения  $\alpha_1$  такого, что  $\operatorname{tg}(\alpha_1) = \frac{n_2}{n_1}$ , в отраженном свете нет поляризации параллельной плоскости падения света  $r_{\parallel} = 0$ . Такой угол падения света  $\alpha_1$  называется углом Брюстера, а уравнение  $\operatorname{tg}(\alpha_1) = \frac{n_2}{n_1}$  удобно для расчета угла Брюстера по известным значениям показателя преломления двух сред  $n_1$  и  $n_2$ .

Прохождение света без потерь на отражение используется в лазерах с малым усилением активной среды. Так усиливающая свет лазерная среда в газовых лазерах обычно помещается в разрядную трубку с брюстеровскими окнами. Брюстеровские окна — прозрачные плоскопараллельные пластины, расположенные так, что нормаль к пластине составляет угол Брюстера с оптической осью лазера.



**Экзамен. Коэффициенты отражения и пропускания по энергии.**

Рассмотрим пучок лучей конечной ширины.



Из рисунка видно, что ширина преломленного пучка  $BD$  отличается от ширины  $AC$  падающего пучка лучей.

Интенсивность света — это энергия, падающая в единицу времени на площадку единичной площади перпендикулярную лучу. Изменение площади сечения пучка и приводит к неравенству  $I^{(i)} \neq I^{(r)} + I^{(t)}$ .

Если же рассмотреть энергию, падающую на единицу площади границы раздела сред, то для этой энергии падающая энергия равна сумме отраженной и преломленной.

Площадь пучка на границе раздела сред больше площади поперечного сечения пучка, так как  $AB = \frac{AC}{\cos(\alpha_1)} = \frac{BD}{\cos(\alpha_2)}$ . Поэтому энергия, проходящая

в единицу времени через единицу площади границы раздела сред (на  $AB$  надо делить), меньше интенсивности и равна  $I \cdot \cos(\alpha)$ .

Тогда условие того, что падающая на границу раздела сред энергия равна сумме отраженной и преломленной энергий, имеет следующий вид:

$$I^{(i)} \cos(\alpha_1) = I^{(r)} \cos(\alpha_1) + I^{(t)} \cos(\alpha_2).$$

Разделим это равенство на произведение  $I^{(i)} \cos(\alpha_1)$  и получим:

$$\frac{I^{(r)} \cos(\alpha_1)}{I^{(i)} \cos(\alpha_1)} + \frac{I^{(t)} \cos(\alpha_2)}{I^{(i)} \cos(\alpha_1)} = 1.$$

Здесь первое слагаемое  $\frac{I^{(r)} \cos(\alpha_1)}{I^{(i)} \cos(\alpha_1)} = \frac{I^{(r)}}{I^{(i)}} \equiv R$  называют коэффициентом

отражения по энергии или отражательной способностью. Второе слагаемое  $\frac{I^{(t)} \cos(\alpha_2)}{I^{(i)} \cos(\alpha_1)} \equiv T$  называют коэффициентом пропускания по энергии или

пропускательной способностью.

$R + T = 1$  — вся падающая на границу раздела сред энергия или отражается или проходит насквозь.

Обычно под коэффициентами отражения и пропускания понимают не

$$\text{амплитудные коэффициенты} \begin{cases} r \equiv \frac{\tilde{E}(r)}{\tilde{E}(i)} \\ \tau \equiv \frac{\tilde{E}(t)}{\tilde{E}(i)} \end{cases},$$

а именно энергетические коэффициенты  $R$  и  $T$ .

Найдем связь амплитудных и энергетических коэффициентов отражения и пропускания.

Интенсивность света  $I$  связана с вещественной  $E_0$  или комплексной  $\tilde{E}_0$  амплитудой света соотношением:

$$I = \frac{cn}{8\pi\mu} E_0^2 = \frac{cn}{8\pi\mu} |\tilde{E}_0|^2.$$

Тогда для энергетического коэффициента отражения  $R$  получим

$$R \equiv \frac{I(r)}{I(i)} = \frac{\frac{cn_1}{8\pi\mu_1} |\tilde{E}_0(r)|^2}{\frac{cn_1}{8\pi\mu_1} |\tilde{E}_0(i)|^2} = \left( \frac{|\tilde{E}_0(r)|}{|\tilde{E}_0(i)|} \right)^2 = |r|^2 \quad \Rightarrow$$

$R = |r|^2$  — связь энергетического и амплитудного коэффициентов отражения.

Исключая случай полного внутреннего отражения, который мы рассмотрим позднее, амплитудный коэффициент отражения для прозрачных сред всегда вещественен. Тогда

$$R = r^2.$$

В случае полного внутреннего отражения света энергетический коэффициент отражения равен единице  $R = 1$ . Отраженная световая волна при этом сдвинута по фазе относительно падающей волны. По этой причине амплитудный коэффициент отражения  $r$  — комплексная величина с единичным модулем  $|r| = 1$ .

Для энергетического коэффициента пропускания

$$\begin{aligned} T &\equiv \frac{I(t) \cdot \cos(\alpha_2)}{I(i) \cdot \cos(\alpha_1)} = \frac{\frac{cn_2}{8\pi\mu_2} \cdot |\tilde{E}_0(t)|^2 \cdot \cos(\alpha_2)}{\frac{cn_1}{8\pi\mu_1} \cdot |\tilde{E}_0(i)|^2 \cdot \cos(\alpha_1)} = \frac{n_2\mu_1 \cdot \cos(\alpha_2)}{n_1\mu_2 \cdot \cos(\alpha_1)} \cdot \frac{|\tilde{E}_0(t)|^2}{|\tilde{E}_0(i)|^2} = \\ &= \frac{\mu_1}{\mu_2} \cdot \frac{n_2 \cdot \cos(\alpha_2)}{n_1 \cdot \cos(\alpha_1)} \cdot \tau^2 \approx \frac{n_2 \cdot \cos(\alpha_2)}{n_1 \cdot \cos(\alpha_1)} \cdot \tau^2. \end{aligned}$$

Окончательно получаем:

$$T = \frac{n_2 \cdot \cos(\alpha_2)}{n_1 \cdot \cos(\alpha_1)} \cdot \tau^2 \quad R = r^2 \quad T + R = 1.$$

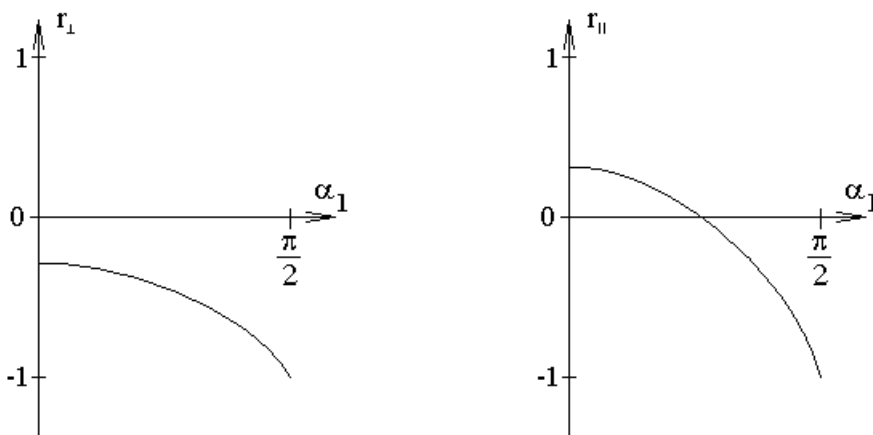
### **Экзамен. Потеря полуволны при отражении от оптически более плотной среды.**

Рассмотрим нормальное падение света на границу раздела двух сред  $\alpha_1 = \alpha_2 = 0$ , тогда  $\cos(\alpha_1) = \cos(\alpha_2) = 1$ , откуда  $r_{\perp} = -r_{\parallel} = \frac{n_1 - n_2}{n_1 + n_2} < 0$  при условии отражения от оптически более плотной среды  $n_2 > n_1$ . Соотношение  $r_{\perp} = -r_{\parallel}$  связано с не очень удачным выбором положительного направления вектора  $\vec{E}$  отраженной волны для поляризации параллельной плоскости падения света.

Неравенство  $r_{\perp} = -r_{\parallel} < 0$  означает, что для любой поляризации при нормальном падении света в отраженной волне вектор  $\vec{E}$  направлен навстречу вектору  $\vec{E}$  падающей волны.

Пусть отраженная волна имеет отрицательную амплитуду. Эту минус единицу в качестве множителя можно представить, как  $-1 = e^{i\pi}$ . Следовательно, можно сказать, что отраженная волна сдвинута по фазе на  $\pi$ . Сдвиг фазы  $\pi$  эквивалентен разности хода  $\frac{\lambda}{2}$ , поэтому и говорят, что при отражении от оптически более плотной среды происходит потеря полуволны.

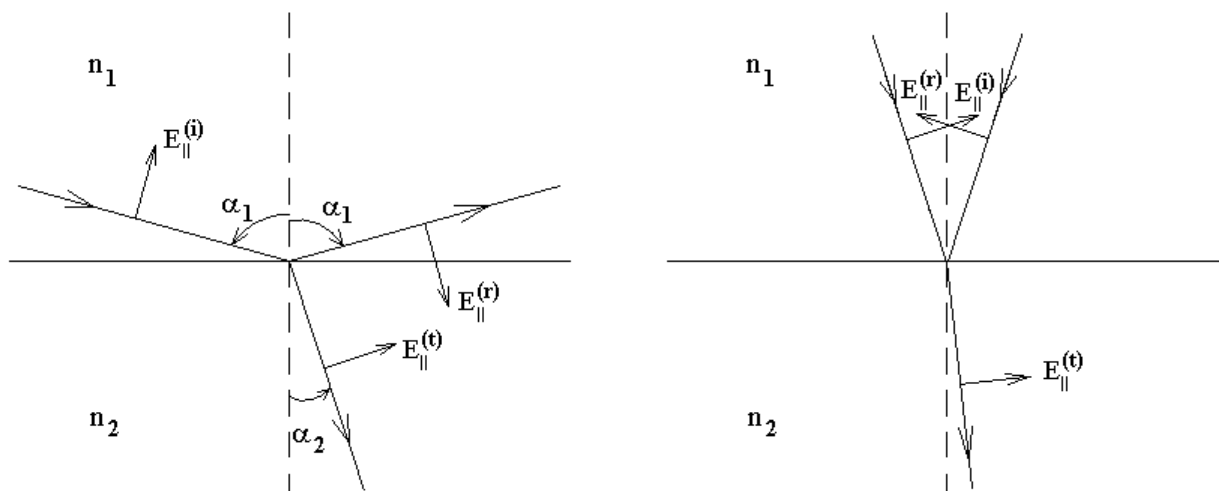
Рассмотрим графики зависимостей амплитудных коэффициентов отражения от угла падения для двух поляризаций.



Из рисунка можно сделать вывод, что при отражении света от оптически более плотной среды векторы  $\vec{E}$  отраженной и падающей волн направлены навстречу друг другу или почти навстречу при любом угле падения и любой поляризации света. Для поляризации перпендикулярной плоскости падения

результат более или менее очевиден, так как амплитудный коэффициент отражения  $r_{\perp}$  всегда отрицателен.

Для поляризации в плоскости падения света знак коэффициента отражения меняется при изменении угла падения, но векторы  $\vec{E}$  остаются примерно противоположно направленными в падающей и отраженной волнах при любых углах падения света. Это видно из ниже следующих рисунков, на которых показаны направления вектора  $\vec{E}$  в двух предельных случаях при  $\alpha_1 \approx \frac{\pi}{2}$  и при  $\alpha_1 \approx 0$ .



### **Факультатив. Потеря полуволны при отражении от оптически более плотной среды (часть 2).**

Рассмотрим отражение света от прозрачной плоскопараллельной пластинки при нормальном падении света. Будем считать, что свет линейно поляризован. Показатель преломления, как и обычно, будем считать больше единицы.

Оказывается, отраженный назад свет можно рассматривать, как результат излучения диполей среды во всем объеме пластины, а не как отражение от передней и задней граней пластинки.

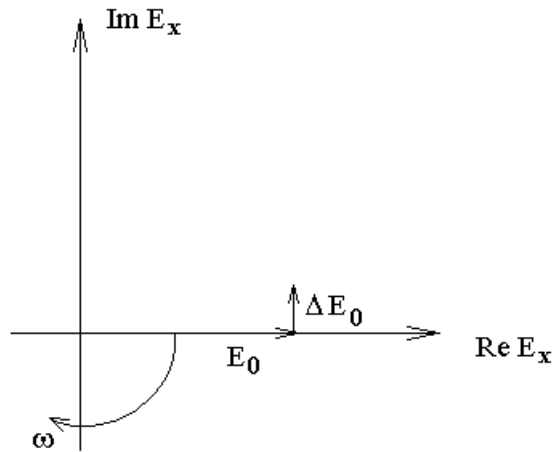
И действительно.

Мысленно разделим весь объем с диполями плоскостями параллельными граням пластины. Каждый плоский слой диполей одинаково излучает свет вперед по ходу луча и назад в направлении отраженной волны.

Рассмотрим сначала излучение диполей вперед по ходу луча.

Излучение диполей вперед интерферирует с проходящей мимо световой волной и изменяет ее фазу без изменения амплитуды, так как пластина изготовлена из прозрачного материала.

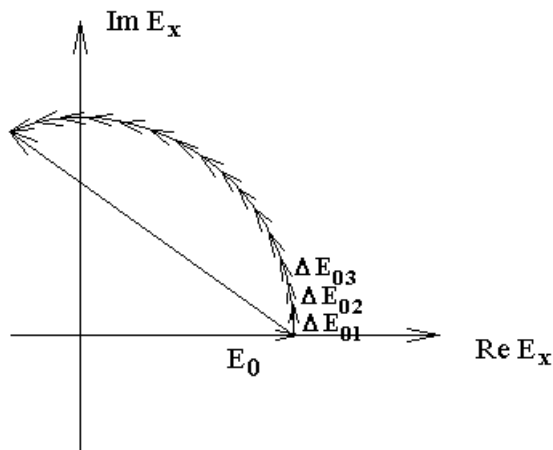
Изобразим комплексные амплитуды волн на комплексной плоскости.



При интерференции амплитуды волн складываются. В результате сложения модуль амплитуды не изменяется, следовательно, к амплитуде  $E_0$  проходящей волны добавляется малая амплитуда  $\Delta E_0$  излучения тонкого слоя диполей так, что складываемые векторы перпендикулярны друг другу на комплексной плоскости.

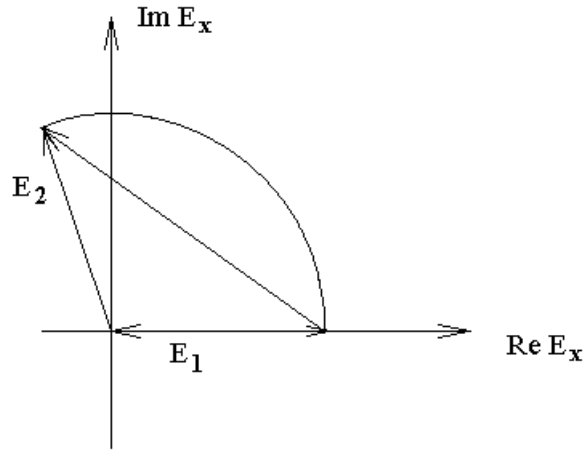
Комплексная напряженность поля световой волны имеет вид  $E_0 e^{-i\omega t}$ , то есть вращается на комплексной плоскости по часовой стрелке с частотой  $\omega$ . В результате интерференции проходящей волны и волны излученной тонким слоем диполей должна получаться волна, отстающая по фазе от проходящей волны, так как суммарная волна имеет меньшую фазовую скорость. По этой причине вектор  $\Delta E_0$  повернут относительно вектора  $E_0$  на угол  $\frac{\pi}{2}$  против часовой скорости, как это показано на рисунке.

Амплитуда излучения каждого следующего слоя диполей должна быть ортогональна текущей суммарной амплитуде проходящей волны. В таком случае картина сложения амплитуд на комплексной плоскости должна представлять собой дугу. Сумма излучений слоев диполей — хорда.

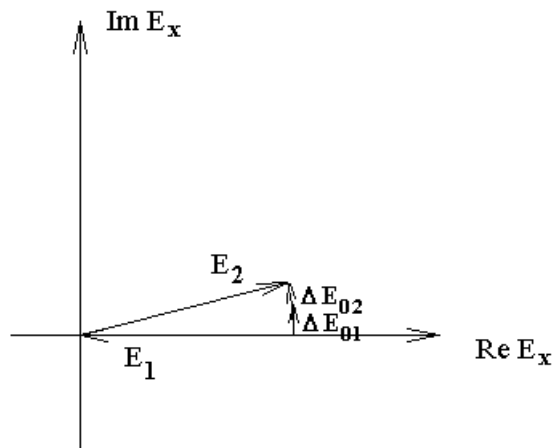


Рассмотрим теперь излучение плоскостей диполей назад в направлении отраженной волны.

Эту же хорду для излучения диполей назад можно представить, как сумму двух векторов  $E_1$  и  $E_2$  — комплексных амплитуд отражения от передней и задней граней плоскопараллельной пластины:



Если пластинка тонкая, то дуга короткая.



Из рисунка видно, что  $E_1$  противофазно амплитуде падающей волны  $E_0$ , которая, чтобы не загромождать рисунок, на последнем рисунке не отмечена. Противофазность  $E_1$  и  $E_0$  означает потерю полуволны при отражении от передней грани пластинки, то есть при отражении от более плотной среды. Амплитуда  $E_2$  синфазна падающей волне  $E_0$ , следовательно, при отражении от задней грани прозрачной пластины (от менее плотной среды) не происходит потери полуволны.

На представленных рисунках не учтено, что на самом деле картина сложения амплитуд излучения диполей назад несколько отличается от картины сложения амплитуд излучения вперед.

Причина отличия состоит в том, что при сложении излучений назад свет от каждого следующего слоя проходит больший путь.

По этой причине сдвиги фаз будут гораздо больше при сложении волн назад, чем при сложении вперед. То есть та же длина дуги будет сворачиваться с гораздо меньшим радиусом. В результате хорда или амплитуда отраженной волны будет заметно меньше, чем амплитуда волны падающей на плоскопараллельную пластину.

Наконец для точного расчета потребуется учитывать, что волна, излученная назад, тоже раскачивает диполи. В результате, традиционное рассмотрение явления отражения света плоскопараллельной пластинкой, как отражение от передней и задней грани пластинки, оказывается гораздо проще.

### **Экзамен. Отражение света при скользющем падении луча.**

Скользющее падение луча на границу двух сред — это угол падения  $\alpha_1$  близкий к  $\frac{\pi}{2}$ .

$$\alpha_1 \rightarrow \frac{\pi}{2} \Rightarrow \cos(\alpha_1) \rightarrow 0.$$

Тогда

$$r_{\parallel} = \frac{n_2 \cos(\alpha_1) - n_1 \cos(\alpha_2)}{n_2 \cos(\alpha_1) + n_1 \cos(\alpha_2)} = \frac{-n_1 \cos(\alpha_2)}{+n_1 \cos(\alpha_2)} = -1, \quad \text{так как } \cos(\alpha_2) \neq 0,$$

потому что  $\alpha_2 \neq \alpha_1$ .

Аналогично для второй поляризации

$$r_{\perp} = \frac{n_1 \cos(\alpha_1) - n_2 \cos(\alpha_2)}{n_1 \cos(\alpha_1) + n_2 \cos(\alpha_2)} = \frac{-n_2 \cos(\alpha_2)}{+n_2 \cos(\alpha_2)} = -1.$$

Для обеих поляризаций при скользющем падении света  $r = -1 \Rightarrow$

$$R = r^2 = 1.$$

Следовательно, при скользющем падении света на границу раздела двух сред коэффициент отражения стремится к единице независимо от характеристик этих сред.

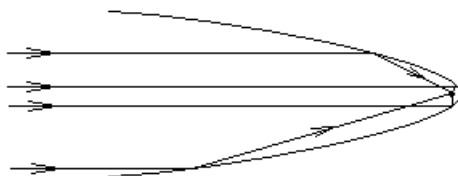
### **Экзамен. Зеркало телескопа для мягкого рентгеновского излучения.**

Рентгеновское излучение с длинами волн из диапазона  $0.01 \text{ нм} < \lambda < 5 \text{ нм}$  имеет высокую проникающую способность, то есть почти не отражается и не поглощается.

Однако при скользющем падении света на металлическую поверхность мягкие рентгеновские лучи  $\lambda > 1 \text{ нм}$  испытывают заметное отражение.

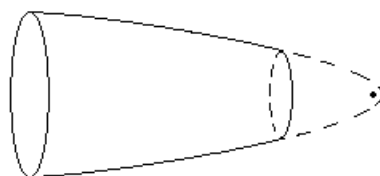
Рассмотрим параболическое зеркало. Параллельный пучок лучей, падающий на параболическое зеркало параллельно его оси, собирается в одну точку в фокусе зеркала.





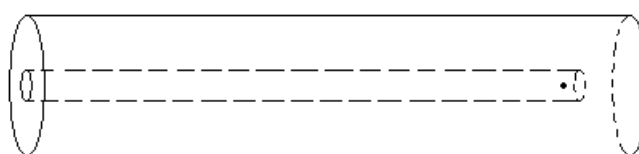
В фокусе зеркала можно поставить приемник излучения. Свет от удаленного источника будет собираться на приемнике в том случае, если направить ось параболического зеркала на источник излучения. Поэтому такое параболическое зеркало и приемник в его фокусе можно рассматривать, как телескоп.

Для мягкого рентгеновского излучения заметное отражение будет только при скользющем падении излучения на поверхность зеркала, поэтому от параболического зеркала можно оставить кольцо, вырезанное из параболоида вращения далеко от фокуса.



Приемник излучения ФЭУ (фотоэлектронный умножитель) устанавливают в фокусе параболоида. Такого типа приемник может регистрировать отдельные фотоны.

Для более жесткого рентгеновского излучения телескоп представляет собой длинный толстостенный свинцовый стакан, на дне которого устанавливают приемник излучения.



Оба вида рентгеновского телескопа имеют достаточно узкую диаграмму направленности принимаемого излучения.

**Экзамен. Полное внутреннее отражение.**

Рассмотрим закон Снеллиуса:

$$n_1 \sin(\alpha_1) = n_2 \sin(\alpha_2) \Rightarrow \sin(\alpha_2) = \frac{n_1}{n_2} \sin(\alpha_1)$$

Если  $\frac{n_1}{n_2} \sin(\alpha_1) > 1$ , то  $\sin(\alpha_2) > 1$ , и для угла преломления  $\alpha_2$  нет решения, удовлетворяющего закону Снеллиуса. Это и есть полное внутреннее

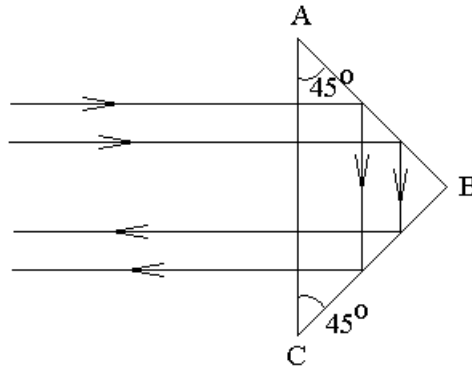
отражение. Внутреннее, так как неравенство возможно только при условии  $n_1 > n_2$ .

То есть выход света из оптически более плотной среды возможен не всегда.

**Экзамен. Полное внутреннее отражение в 45°-ой стеклянной призме.**

**Условие отражения без потерь.**

Рассмотрим оптическую схему:



Угол падения света на грани  $AB$  и  $BC$  равен сорока пяти градусам:

$$\alpha_1 = \frac{\pi}{4}.$$

Показатель преломления стекла  $n_1 \approx 1.5$ , а показатель преломления воздуха  $n_2 \approx 1.0003$ . Тогда  $\frac{n_1}{n_2} \sin(\alpha_1) \approx \frac{1.5}{1} \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} > 1$ . Следовательно, решения

уравнения Снеллиуса для угла преломления  $\alpha_2$  нет. То есть на гранях  $AB$  и  $BC$  происходит полное внутреннее отражение света. Оба отражения происходят внутри призмы.

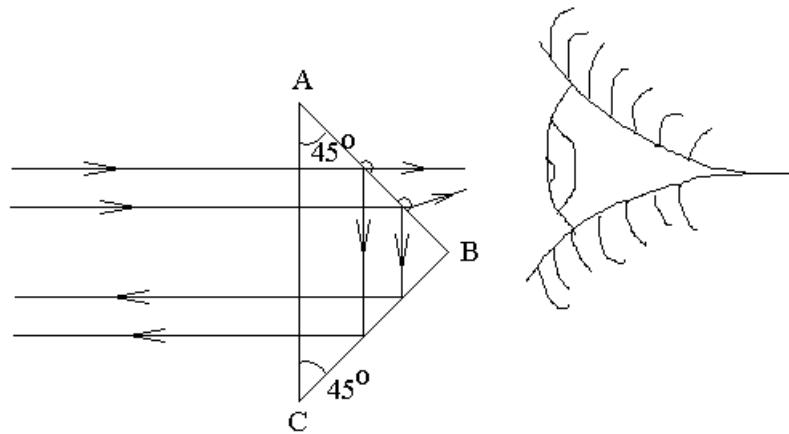
-----  
Полное внутреннее отражение представляет собой заманчивую возможность отражения света без потерь, например, для лазерных зеркал. Для сравнения укажем, что для металлического зеркала в видимом диапазоне света характерный коэффициент отражения  $R \approx 0.8$ .

Чем определяется отличие коэффициента отражения от единицы при полном внутреннем отражении?

Оказывается, что для полного внутреннего отражения без потерь поверхность должна быть очень чистой.

Предположим, что мы оставили отпечаток пальца на поверхности  $AB$ . Отпечаток жирный. Показатель преломления жира  $n_0 > 1$ , поэтому на границе стекло-жир нет полного внутреннего отражения.

Граница жир-воздух не является идеально плоской, поэтому свет падает на эту границу под разными углами и частично выходит наружу, преломляясь.



Глаз, расположенный за призмой, видит светящийся отпечаток пальца.

Вывод. Высокая чистота поверхности — необходимое условие для полного внутреннего отражения. Загрязнения и неровности поверхности должны иметь толщину заметно меньше, чем  $\frac{\lambda}{2}$ .

Для видимого света  $\frac{\lambda}{2} \approx 300$  нм. Для сравнения радиус одного атома  $r_0 \approx 0.3$  нм.