Экзамен. Полупроводниковые оптические устройства (продолжение).

При удвоении оптической частоты есть ряд тонкостей и проблем.

Центр инверсии. Хиральность. Оптическая активность.

Одна из них состоит в том, что, казалось бы, при изменении знака напряженности электрического поля обязательно изменится знак наведенной полем поляризации, а это в свою очередь означает, что в ряду Тейлора должны остаться только слагаемые с нечетными степенями. В этих слагаемых удвоенная частота не образуется. Можно доказать, что эти рассуждения справедливы только в том случае, если среда обладает симметрией инверсии (центром инверсии). Оказывается, есть такие кристаллы, которые центром инверсии не обладают. Только такие кристаллы и используются для получения излучения второй гармоники. Если есть хиральность, то однозначно нет центра инверсии.

Хиральность — отсутствие зеркальной симметрии. Хиральность предмета означает, что при зеркальном отражении предмета получается другой предмет, который никакими поворотами нельзя совместить с первым предметом. Рука человека хиральна. Хиральны кристаллы кварца, сахара, ниобата лития $LiNbO_3$ и др. Хиральные кристаллы пригодны для генерации второй гармоники. При распространении линейно поляризованного света в хиральном кристалле происходит поворот плоскости поляризации света. Поворот плоскости поляризации в среде — это явление естественной оптической активности. Чтобы было легче запомнить, хиральность — это почти то же самое, что спиральность.

Условие фазового синхронизма.

Другая проблема при генерации второй гармоники состоит в том, что условие нормальной дисперсии света $\frac{dn}{d\omega} > 0$ означает, что на большей частоте (на удвоенной частоте) свет имеет большее значение показателя преломления и меньшую фазовую скорость. В результате, по мере продвижения излучения в среде мощность излучения второй гармоники сначала усиливается, затем ослабляется до нуля, затем снова усиливается, изменяясь периодически. Дело в том, что если в начале среды разность фаз излучения первой и второй гармоник равна нулю, то по мере распространения в среде с разной фазовой скоростью через некоторое расстояние разность фаз станет равной π. В этом месте в среде излучение первой гармоники будет по-прежнему формировать излучение второй гармоники с нулевой разностью фаз. Это новое излучение окажется в противофазе с излучением второй гармоники, пришедшим из начала среды. То есть новое излучение диполей будет уменьшать суммарное излучение на второй гармонике. Это явление мешает получить излучение второй гармоники с большой амплитудой.

Обойти это препятствие можно за счет двулучепреломления (два разных показателя преломления) в кристалле. Дело в том, что в кристалле распространяются две волны с разной фазовой скоростью. У второй гармоники показатель преломления больше, а фазовая скорость меньше, чем у первой гармоники. Если излучение первой гармоники взять с меньшей из двух фазовой скоростью, а излучение второй гармоники с большей из двух фазовой скоростью, то можно подобрать условия, когда фазовые скорости первой и второй гармоники будут одинаковыми. Это условие является частью так называемого условия фазового синхронизма. Для получения излучения второй гармоники с большой мощностью стараются максимально удовлетворить условию фазового синхронизма.

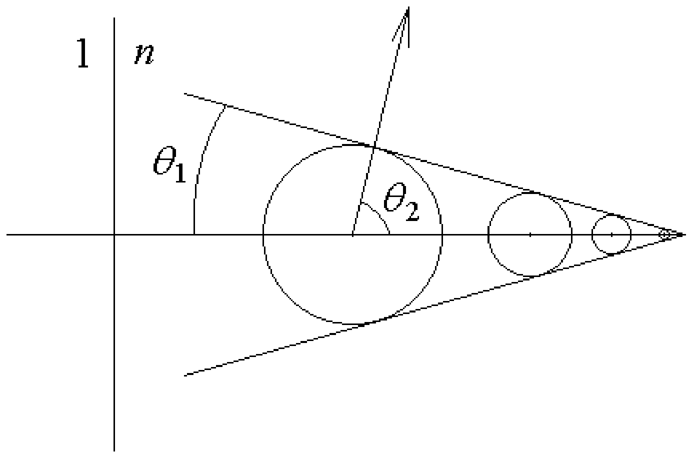
В условии фазового синхронизма вместо фазовой скорости $V_ф = \frac{\omega}{k}$ принято рассматривать волновой вектор с длиной $k = \frac{\omega}{V_ф}$. Фотон 3, который получается в результате сложения фотонов 1 и 2 должен удовлетворять в среде условию синхронизма в виде $\vec{k}_3 = \vec{k}_1 + \vec{k}_2$. При одинаковых фазовых скоростях оно выполняется, так как $\omega_3 = \omega_1 + \omega_2$ и $k = \frac{\omega}{V_ф}$. В таком виде условие фазового синхронизма похоже на закон сохранения импульса, так как в вакууме для фотона $\vec{p} = \hbar\vec{k}$. К закону сохранения импульса добавляют закон сохранения энергии $\omega_3 = \omega_1 + \omega_2$, где энергия связана с частотой соотношением $E = \hbar\omega$. Эти два условия

$$\begin{cases} \omega_3 = \omega_1 + \omega_2 \\ \vec{k}_3 = \vec{k}_1 + \vec{k}_2 \end{cases}$$

и называют условием фазового синхронизма. В более общем случае частоты, как и волновые векторы, могут не только складываться, но и вычитаться. Складываться могут не только два фотона, но и большее количество фотонов, а в результате взаимодействия может получаться больше одного фотона.

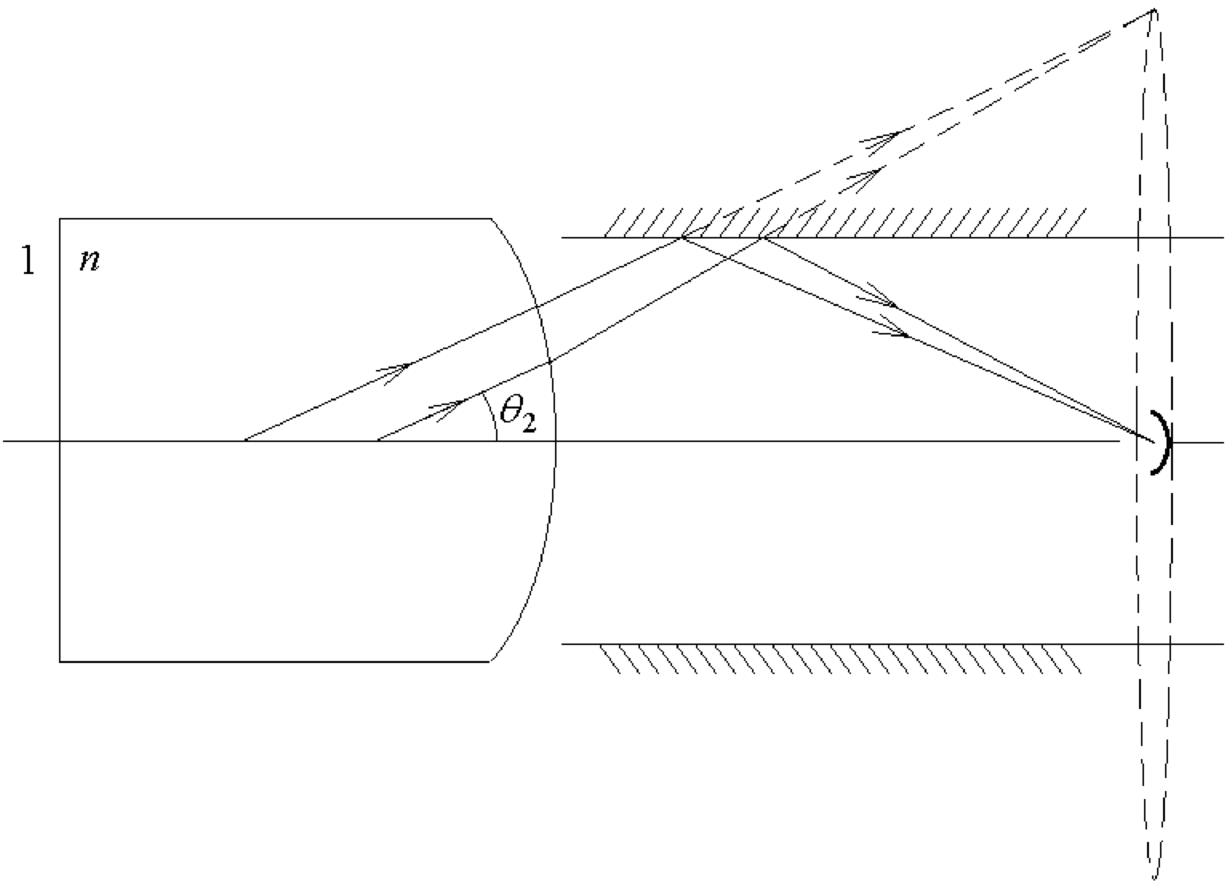
Излучение Вавилова — Черенкова. Построения Гюйгенса.

Сродни фазовому синхронизму некоторое условие, которое определяет направление излучения Вавилова — Черенкова. Излучение, которое возникает в разных частях среды должно складываться в одинаковой фазе в некотором направлении. Именно в этом направлении и возникает излучение. Это излучение возникает, когда электрически заряженная элементарная частица пролетает прозрачную для света среду, например, стекло со скоростью большей скорости света в среде. Летящий с большой скоростью заряд вызывает ускоренное смещение электронов в атомах среды. Ускоренно движущиеся электроны среды излучают. Направление излучения определяется тем, что излучение разных электронов должно совпадать по фазе в этом направлении. На рисунке ниже изображено движение заряда с большой скоростью $V > \frac{c}{n}$ слева направо. Окружностями изображены сферы, до которых излучение успевает дойти со скоростью $\frac{c}{n}$ от той точки, где оно возникает при прохождении этой точки движущемся зарядом. Фронт волны или поверхность равных фаз можно получить в соответствии с принципом Гюйгенса. Согласно принципу Гюйгенса каждая точка фронта волны является вторичным источником волны, исходящей из этой точки во все стороны. Для некоторого промежутка времени τ рассматривается множество точек, в которые приходят волны, излученные в начале этого промежутка вторичными источниками, расположенными на исходном фронте волны. Множество точек образует объем. Граница этого объема в направлении движения волны и будет согласно построениям Гюйгенса новым фронтом волны. В нашем случае вместо вторичных источников света на первоначальном фронте волны нужно рассматривать источники света на траектории движения быстрой заряженной частицы.



Излучение среды идет в некоторый конус с угловым радиусом θ_2. Поверхность равных фаз тоже представляет собой конус с угловым радиусом θ_1, причем $\theta_1 + \theta_2 = \dfrac{\pi}{2}$.

Это излучение используется, в частности, для регистрации быстрых заряженных частиц в так называемых черенковских детекторах. Чтобы собрать излучение на приемник малого размера нужно поставить на пути лучей собирающую линзу и цилиндрическое зеркало.



После линзы свет, который идет в конус, должен собраться в окружность в фокальной плоскости линзы. Цилиндрическое зеркало, радиус которого вдвое меньше радиуса окружности, отразит лучи в точку приемника.

Добавим еще несколько слов о генерации полупроводниковых лазеров в желтом диапазоне спектра.

Генерация желтых лазеров происходит по схеме похожей на схему генерации зеленого лазера. Дело в том, что в лазере на неодимовом стекле кроме генерации с длиной волны 1064 нм возникают более слабые генерации с длинами волн 1319 нм и 1342 нм. Длина волны желтого лазера получается по следующей схеме $808\,нм \to \begin{Bmatrix} 1064\,нм \\ 1342\,нм \end{Bmatrix} \to 593.5\,нм$. Энергия одного фотона 1064 нм в сумме с энергией одного фотона 1342 нм дает энергию одного фотона 593.5 нм. Аналогично $808\,нм \to \begin{Bmatrix} 1064\,нм \\ 1319\,нм \end{Bmatrix} \to 589\,нм$. Суммарная частота (как в других случаях, разностная частота), подобно генерации второй гармоники, возникает за счет слагаемого $\chi_2 E^2$ в поляризации среды:

$$\chi_2 E^2 = \chi_2 \left(E_{01} \cos(\omega_1 t) + E_{02} \cos(\omega_2 t) \right)^2 =$$
$$= \frac{1}{2} E_{01} E_{02} \cos\left((\omega_1 + \omega_2) t \right) + \frac{1}{2} E_{01} E_{02} \cos\left((\omega_1 - \omega_2) t \right).$$

Длины волн 1064 нм, 1319 нм и 1342 нм определяются уровнями энергии атома Nd и от температуры не зависят. Соответственно, длину волны генерации зеленого лазера и желтых лазеров не удается изменять при изменении температуры лазера.

Условия синхронизма выполняются либо для генерации зеленого излучения 532 нм, либо для излучения одного из желтых лазеров 589 нм или 593.5 нм. Для подбора условия синхронизма, нужно повернуть нелинейный кристалл относительно исходного луча, если этого недостаточно, то взять другой кристалл.

445нм.

Синий лазер.

405нм.

Фиолетовый лазер.

Экзамен. Закон преломления (закон Снеллиуса) и закон отражения света.

Закон Снеллиуса можно доказать с помощью построений Гюйгенса. Мы сделаем это при рассмотрении кристаллооптики, а сейчас докажем его иначе.

При преломлении света длина волны изменяется, а частота — нет. Если бы частота света изменялась, то на границу раздела падали бы волны с одной частотой, а уходили — с другой, что невозможно.

Рассмотрим плоскую световую волну, которая падает на плоскую границу двух сред. Плоские условия задачи означают плоские решения. Тогда отраженная и преломленная волны тоже будут плоскими.

Введем обозначения для волн:

i — падающая волна (incident — падающий),

r — отраженная волна (reflect — отражать),

t — преломленная волна (transpierce [trens'pies]— пронзать насквозь).

На границе раздела двух сред должны выполняться граничные условия для электрического $\vec{E}$ и магнитного $\vec{B}$ полей.

Уравнения Максвелла в дифференциальной форме

$$\begin{cases} div\left(\vec{D}\right) = 4\pi\rho \\ rot\left(\vec{E}\right) = -\frac{1}{c}\cdot\frac{\partial\vec{B}}{\partial t} \\ div\left(\vec{B}\right) = 0 \\ rot\left(\vec{H}\right) = \frac{4\pi}{c}\vec{j} + \frac{1}{c}\cdot\frac{\partial\vec{D}}{\partial t} \end{cases}$$

для границы раздела принимают следующий вид

$$\begin{cases} D_{2n} - D_{1n} = 4\pi\sigma \\ E_{2\tau} - E_{1\tau} = 0 \\ B_{2n} - B_{1n} = 0 \\ H_{2\tau} - H_{1\tau} = \frac{4\pi}{c}i \end{cases} .$$

Для прозрачных сред $\begin{cases} \sigma = 0 \\ i = 0 \\ D = \varepsilon E \\ B = \mu H \end{cases}$, тогда $\begin{cases} \varepsilon_1 E_{1n} = \varepsilon_2 E_{2n} \\ E_{1\tau} = E_{2\tau} \\ B_{1n} = B_{2n} \\ H_{1\tau} = H_{2\tau} \end{cases}$.

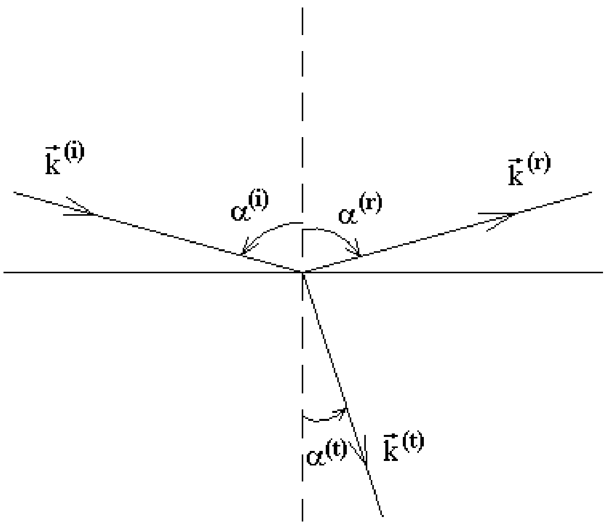
Выберем направление оси z перпендикулярно границе раздела двух сред.

Рассмотрим, например, тангенциальную составляющую электрического поля — составляющую, направленную вдоль границы раздела двух сред. Рассмотрим световое поле на границе раздела сред в один момент времени, тогда k_x и k_y — циклические пространственные частоты горизонтальной составляющей электрического поля. Зависимость этой составляющей от x-координаты — синусоида для каждой из трех волн на границе раздела сред, а сумма трех синусоид может дать ноль, только если их пространственные частоты одинаковы. Следовательно, величина k_x имеет одинаковое значение для падающей, отраженной и преломленной волн. Аналогично, равны друг другу пространственные частоты k_y.

Условие одинаковых пространственных частот трех волн на границе раздела примет вид:

$\begin{cases} k_x^{(i)} = k_x^{(r)} = k_x^{(t)} \\ k_y^{(i)} = k_y^{(r)} = k_y^{(t)} \end{cases}$, где i, r, t — индексы для падающей, отраженной и преломленной волн.

Выберем направление оси y перпендикулярно плоскости падения света так, чтобы для падающей волны $k_y^{(i)} = 0$, тогда $k_y^{(r)} = k_y^{(t)} = 0$. Следовательно, все три луча и нормаль к границе раздела лежат в плоскости падения x, z.



Углом падения света называют угол $\alpha^{(i)}$ между нормалью к границе раздела сред и направлением падающего луча $\vec{k}^{(i)}$. Угол отражения $\alpha^{(r)}$ —

угол между нормалью и отраженным лучом $\vec{k}^{(r)}$, угол преломления $\alpha^{(t)}$ — угол между нормалью и преломленным лучом $\vec{k}^{(t)}$.

Тогда для каждой из трех волн справедливо равенство $k_x = k \cdot \sin(\alpha)$.

Подставим это в равенство пространственных частот $k_x^{(i)} = k_x^{(r)} = k_x^{(t)}$ и получим:

$$k^{(i)} \sin\left(\alpha^{(i)}\right) = k^{(r)} \sin\left(\alpha^{(r)}\right) = k^{(t)} \sin\left(\alpha^{(t)}\right)$$

Из двух выражений для фазовой скорости $V_ф = \frac{\omega}{k} = \frac{c}{n}$ получаем, что $k = n\frac{\omega}{c}$. Подставим это выражение для волнового числа k в предыдущую формулу с синусами

$\frac{n_1\omega}{c} \sin\left(\alpha^{(i)}\right) = \frac{n_1\omega}{c} \sin\left(\alpha^{(r)}\right) = \frac{n_2\omega}{c} \sin\left(\alpha^{(t)}\right)$, где n_1 и n_2 — показатели преломления двух сред.

Сократим формулу на отношение $\frac{\omega}{c}$ и получим

$$n_1 \cdot \sin\left(\alpha^{(i)}\right) = n_1 \cdot \sin\left(\alpha^{(r)}\right) = n_2 \cdot \sin\left(\alpha^{(t)}\right).$$

С учетом неравенства $-\frac{\pi}{2} \le \alpha^{(r)} \le \frac{\pi}{2}$, означающего, что отраженный свет остается выше границы раздела сред, получим

$\underline{\alpha^{(i)} = \alpha^{(r)}}$ — угол падения равен углу отражения или закон отражения.

Обозначим $\alpha_1 \equiv \alpha^{(i)}$ и $\alpha_2 \equiv \alpha^{(t)}$ и получим закон преломления или закон Снеллиуса:

$$\underline{n_1 \sin\left(\alpha_1\right) = n_2 \sin\left(\alpha_2\right)}.$$

Заметим, что если параллельных границ между разными средами много, то

$\underline{n \cdot \sin(\alpha) = const}$ для всех границ.

<u>Экзамен. Формулы Френеля. Амплитудные коэффициенты отражения и пропускания.</u>

Найдем амплитуды отраженной и преломленной волн из граничных условий

$$\begin{cases} \varepsilon_1 E_{1n} = \varepsilon_2 E_{2n} \\ E_{1\tau} = E_{2\tau} \\ B_{1n} = B_{2n} \\ H_{1\tau} = H_{2\tau} \end{cases}$$

с учетом поперечности световых волн

$$\begin{cases} \vec{E} \perp \vec{k} \\ \vec{B} \perp \vec{k} \\ \vec{E} \perp \vec{B} \end{cases},$$

соотношения напряженностей электрического и магнитного полей $\sqrt{\varepsilon}E = \sqrt{\mu}H$ и с учетом законов отражения и преломления.

Те же граничные условия должны выполняться и для комплексных величин, тогда

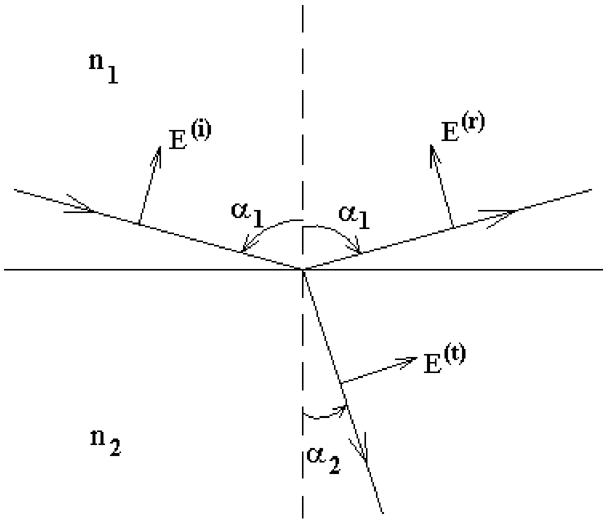
$$\begin{cases} \varepsilon_1 \tilde{E}_{1n} = \varepsilon_2 \tilde{E}_{2n} \\ \tilde{E}_{1\tau} = \tilde{E}_{2\tau} \\ \tilde{B}_{1n} = \tilde{B}_{2n} \\ \tilde{H}_{1\tau} = \tilde{H}_{2\tau} \end{cases}$$ — граничные условия в комплексном виде.

Нам будет достаточно уравнений $\begin{cases} \tilde{E}_{1\tau} = \tilde{E}_{2\tau} \\ \tilde{H}_{1\tau} = \tilde{H}_{2\tau} \end{cases}$.

Далее удобно рассмотреть раздельно вариант поляризации света в плоскости падения || и вариант поляризации перпендикулярной плоскости падения $\perp$.

I). Поляризация || параллельная плоскости падения света.

Выберем положительные направления для векторов $\tilde{\vec{E}}$ в падающей, отраженной и преломленной волнах:



.

Положительные направления электрического поля трех волн выбраны так, чтобы положительные направления магнитного поля этих волн совпадали друг с другом.

Магнитное поле каждой из трех волн направлено по касательной к границе раздела сред, поэтому для магнитного поля можно воспользоваться только граничным условием для тангенциальной составляющей: $\tilde{H}_{1\tau} = \tilde{H}_{2\tau}$.

Над границей есть магнитное поле падающей и отраженной волн, под границей — только прошедшей волны, тогда

$$\tilde{H}^{(i)} + \tilde{H}^{(r)} = \tilde{H}^{(t)}.$$

С учетом соотношения $\sqrt{\varepsilon}\tilde{E} = \sqrt{\mu}\tilde{H}$, получим $\tilde{H} = \sqrt{\frac{\varepsilon}{\mu}}\tilde{E} = \sqrt{\frac{\varepsilon\mu}{\mu^2}}\tilde{E} = \frac{n}{\mu}\tilde{E}$.

Тогда для комплексных амплитуд электрических полей получим:

$$\frac{n_1}{\mu_1}\tilde{E}^{(i)} + \frac{n_1}{\mu_1}\tilde{E}^{(r)} = \frac{n_2}{\mu_2}\tilde{E}^{(t)}.$$

Граничное условие для нормальной составляющей поля электрического поля

$$\varepsilon_1\tilde{E}_{1n} = \varepsilon_2\tilde{E}_{2n}$$

после некоторых преобразований приводит к тому же уравнению для комплексных амплитуд отраженной $\tilde{E}^{(r)}$ и прошедшей волн $\tilde{E}^{(t)}$, поэтому мы его рассматривать не будем.

Рассмотрим в качестве второго уравнения для неизвестных амплитуд $\tilde{E}^{(r)}$ и $\tilde{E}^{(t)}$ граничное условие для тангенциальной составляющей электрического поля $\tilde{E}_{1\tau} = \tilde{E}_{2\tau}$, где проекция поля на горизонтальное направление в плоскости рисунка получается умножением напряженности поля на косинус соответствующего угла для каждой из трех волн:

$$\tilde{E}^{(i)}\cos(\alpha_1) - \tilde{E}^{(r)}\cos(\alpha_1) = \tilde{E}^{(t)}\cos(\alpha_2).$$

Решая два уравнения

$$\begin{cases} \dfrac{n_1}{\mu_1}\tilde{E}^{(i)} + \dfrac{n_1}{\mu_1}\tilde{E}^{(r)} = \dfrac{n_2}{\mu_2}\tilde{E}^{(t)} \\ \tilde{E}^{(i)}\cos(\alpha_1) - \tilde{E}^{(r)}\cos(\alpha_1) = \tilde{E}^{(t)}\cos(\alpha_2) \end{cases}$$

с двумя неизвестными $\tilde{E}^{(r)}$ и $\tilde{E}^{(t)}$, находим

$$\begin{cases} \tilde{E}_{\parallel}^{(r)} = \tilde{E}_{\parallel}^{(i)} \cdot \dfrac{\dfrac{n_2}{\mu_2}\cdot\cos(\alpha_1) - \dfrac{n_1}{\mu_1}\cdot\cos(\alpha_2)}{\dfrac{n_2}{\mu_2}\cdot\cos(\alpha_1) + \dfrac{n_1}{\mu_1}\cdot\cos(\alpha_2)} \\ \tilde{E}_{\parallel}^{(t)} = \tilde{E}_{\parallel}^{(i)} \cdot \dfrac{2\cdot\dfrac{n_1}{\mu_1}\cdot\cos(\alpha_1)}{\dfrac{n_2}{\mu_2}\cdot\cos(\alpha_1) + \dfrac{n_1}{\mu_1}\cdot\cos(\alpha_2)} \end{cases}$$

— формулы Френеля для амплитуд прошедшей и преломленной волн.

Здесь значок $\parallel$ у поля E означает, что волна поляризована параллельно плоскости падения света.

Обычно в этих выражениях пренебрегают отличием магнитной проницаемости среды от единицы ($\mu = 1$). Тогда окончательно для амплитудных коэффициентов отражения $r \equiv \dfrac{\tilde{E}^{(r)}}{\tilde{E}^{(i)}}$ и пропускания $\tau \equiv \dfrac{\tilde{E}^{(t)}}{\tilde{E}^{(i)}}$ получаем следующие выражения

$$\begin{cases} r_{\parallel} = \dfrac{n_2 \cos(\alpha_1) - n_1 \cos(\alpha_2)}{n_2 \cos(\alpha_1) + n_1 \cos(\alpha_2)} \\ \tau_{\parallel} = \dfrac{2n_1 \cos(\alpha_1)}{n_2 \cos(\alpha_1) + n_1 \cos(\alpha_2)} \end{cases}$$

— это формулы Френеля для амплитудных коэффициентов отражения и пропускания для поляризации света в плоскости падения.
