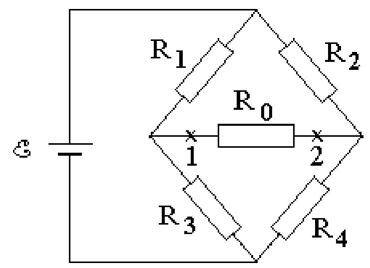
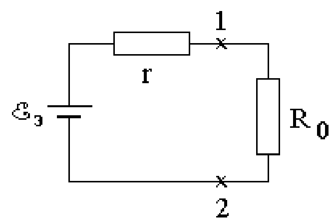
Факультатив. Метод эквивалентной ЭДС.

Этот метод удобен в том случае, если нужно найти ток только на одном из участков цепи. Сопротивление этого участка R_0 цепи будем называть сопротивлением нагрузки.

Пусть нужно найти ток I_0 через сопротивление R_0 в следующей схеме:



Оказывается, что ток можно найти по формуле $I_0 = \dfrac{\mathcal{E}_э}{R_0 + r}$, где эквивалентная ЭДС $\mathcal{E}_э$ и внутреннее сопротивление r соответствуют некоторой эквивалентной схеме



Две схемы эквивалентны в том смысле, что для каждой величины сопротивления R_0 обе схемы создают в этом резисторе одинаковый ток.

Величина эквивалентной ЭДС $\mathcal{E}_э$ второй схемы равна напряжению на нагрузке в первой схеме, если нагрузка имеет бесконечное сопротивление. Внутреннее сопротивление второй схемы r можно найти, как сопротивление между контактами 1 и 2 первой схемы, если каждую ЭДС первой схемы заменить коротким замыканием, а вместо нагрузки оставить разрыв.

Найдем напряжение на бесконечной нагрузке в первой схеме (величину эквивалентной ЭДС), как разность потенциалов в точках 1 и 2. Будем отсчитывать потенциалы относительно нижнего провода схемы. Тогда

$$\begin{cases} \varphi_1 = \mathcal{E}\dfrac{R_3}{R_1 + R_3} \\ \varphi_2 = \mathcal{E}\dfrac{R_4}{R_2 + R_4} \end{cases} \quad => \quad \mathcal{E}_э = U = \varphi_1 - \varphi_2 = \mathcal{E} \cdot \left(\frac{R_3}{R_1 + R_3} - \frac{R_4}{R_2 + R_4} \right)$$

Сопротивление между контактами 1 и 2 первой схемы, если каждую ЭДС первой схемы заменить коротким замыканием, а вместо нагрузки оставить разрыв:

$$r = \frac{R_1 R_3}{R_1 + R_3} + \frac{R_2 R_4}{R_2 + R_4}.$$

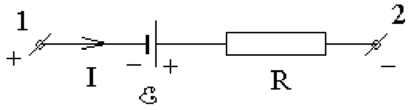
Ток I_0 через нагрузку R_0 находим через полученные величины $\mathcal{E}_э$ и r по формуле:

$$I_0 = \frac{\mathcal{E}_э}{R_0 + r}.$$

Экзамен. Закон Джоуля–Ленца для участка цепи и его обоснование на основе закона сохранения энергии.

$N = \mathcal{E}I + UI$ — закон Джоуля–Ленца. Здесь N — мощность, идущая на нагрев (Ленц–Джоулево тепло); $\mathcal{E}$ — ЭДС на участке цепи; U — напряжение, приложенное снаружи к участку цепи; I — сила тока на участке цепи.

Правила знаков для ЭДС, напряжения и тока такие же, как и в законе Ома для участка цепи:



На рисунке все величины положительны:

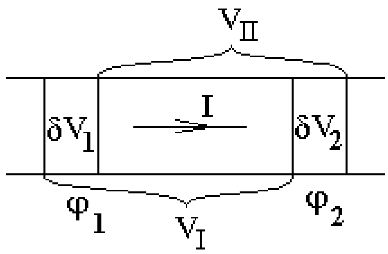
$U > 0$, если $\varphi_1 > \varphi_2$;

$I > 0$, если ток течет от точки 1 к точке 2;

$\mathcal{E} > 0$, если при движении от 1 к 2 мы сначала встречаем "-" клемму ЭДС, а затем встречаем "+" клемму.

Законы физики не доказываются, а проверяются на опыте. Закон Джоуля–Ленца стоит в этом смысле несколько особняком, так как он может быть выведен из закона сохранения энергии. Видимо, этот вывод считается недостаточно строгим, поскольку он опирается на микроскопическое рассмотрение движения зарядов.

Рассмотрим проводник, в котором нет сторонних сил. Пусть к проводнику приложено напряжение U, и по нему течет постоянный ток I.



Пусть в некотором объеме V_I все заряды, создающие ток, имеют одинаковую скорость. Пусть за малый промежуток времени δt объем с зарядами V_I перемещается в положение V_{II}. Энергия общей части этих двух объемов зарядов не изменяется. Пусть в объеме δV_1 находится заряд δq. Тогда изменение энергии зарядов при перемещении из положения V_I в положение V_{II} равно изменению энергии заряда δq при перемещении из объема δV_1 сечения проводника с потенциалом φ_1 в объем δV_2 сечения с потенциалом φ_2.

$q\varphi$ — энергия заряда q в точке с потенциалом φ, тогда потеря энергии зарядов при перемещении из положения V_I в положение V_{II}:

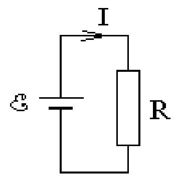
$$\delta q \cdot \left(\varphi_1 - \varphi_2\right) = \delta q \cdot U = \delta t \cdot \frac{dq}{dt} \cdot U = UI \cdot \delta t$$

Если эту потерю электрической энергии разделить на время, за которое происходит потеря, то получим мощность электрических сил:

$N = UI$.

Мощность расходуется на нагревание проводника — это так называемое Ленц–Джоулево тепло.

Рассмотрим схему:



Из уравнения Кирхгофа для рассматриваемого контура получим $\mathcal{E} = RI$. С другой стороны по закону Ома $U = RI$. Тогда

$\mathcal{E} = U$ => $UI = \mathcal{E}I$

Здесь UI — мощность, которая идет на нагрев проводника, как только что было доказано выше. Эта мощность может быть получена только от ЭДС. Тогда $\mathcal{E}I$ — мощность расходуемая ЭДС.

Рассмотрим теперь не замкнутую цепь, а участок цепи, к которому приложено внешнее напряжение U, и который содержит ЭДС $\mathcal{E}$. Тогда мощность (*N*), идущая на нагрев (Ленц-Джоулево тепло), в соответствии с законом сохранения энергии должна представлять собой сумму мощности (*UI*), подводимой к участку цепи снаружи, и мощности ($\mathcal{E}I$), расходуемой ЭДС:

$N = \mathcal{E}I + UI$

Рассмотрим теперь некоторые частные случаи. Пусть на участке цепи отсутствует ЭДС: $\mathcal{E} = 0$, тогда

$N = UI$.

Заметим, что эта формула справедлива не только для резистора, но и для нелинейной зависимости тока от напряжения, например, для полупроводникового диода.

В случае резистора $U = RI$ получаем

$N = RI^2$.

Заметим, что в таком виде формула будет справедлива и для переменных токов, если под величиной тока I подразумевать эффективное значение тока. Для переменных токов формула будет справедлива не только для резистора, но и для катушки индуктивности с внутренним сопротивлением R.

Если же с помощью закона Ома $U = RI$ мощность выразить через напряжение и сопротивление, то формула

$$N = \frac{U^2}{R}$$

все еще будет справедлива и для переменных токов, если U — эффективное значение напряжения, но в таком виде будет справедлива только для резистора, но не справедлива для катушки индуктивности.

<u>Экзамен. Закон Джоуля-Ленца в дифференциальной форме.</u>

Пусть мощность $N = \mathcal{E}I + UI$ выделяется в виде тепла в некотором объеме $V = lS$, где l — длина проводника вдоль тока, S — площадь поперечного сечения проводника.

Введем понятие объемной плотности мощности Ленц-Джоулева тепла:

$$\nu \equiv \frac{dN}{dV}.$$

Тогда

$$\nu = \frac{N}{V} = \frac{\mathcal{E}I + UI}{lS} = \left(\frac{\mathcal{E}}{l} + \frac{U}{l}\right) \cdot \frac{I}{S}.$$

Обсудим каждое из трех отношений в правой части равенства.

$$\frac{\mathcal{E}}{l} = \frac{1}{l} \cdot \int_1^2 \left(\vec{E}_{стор}, d\vec{l}\right) \approx \frac{1}{l} \cdot \left(\vec{E}_{стор}, \vec{l}\right) = \left(\vec{E}_{стор}, \frac{\vec{l}}{l}\right) = \left(\vec{E}_{стор}, \frac{\vec{j}}{j}\right)$$

Аналогично

$$\frac{U}{l} = \frac{1}{l} \cdot \int_1^2 \left(\vec{E}, d\vec{l}\right) \approx \left(\vec{E}, \frac{\vec{j}}{j}\right).$$

$$\frac{I}{S} = j,$$

где j — плотность электрического тока.

Тогда

$$\nu = \left(\frac{\mathcal{E}}{l} + \frac{U}{l}\right) \cdot \frac{I}{S} = \left(\left(\vec{E}_{стор}, \frac{\vec{j}}{j}\right) + \left(\vec{E}, \frac{\vec{j}}{j}\right)\right) \cdot j = \left(\vec{E}_{стор} + \vec{E}, \vec{j}\right).$$

И окончательно:

$\nu = \left(\vec{E}_{стор} + \vec{E}, \vec{j}\right)$ — закон Джоуля-Ленца в дифференциальной форме, где ν — объемная плотность мощности Ленц-Джоулева тепла, $\vec{E}_{стор}$ — напряженность сторонних сил, $\vec{E}$ — напряженность электрического поля, $\vec{j}$ — плотность тока.

<u>Факультатив. Аналогия между интегральными и дифференциальными формами уравнений.</u>

Одни формулы из других получаются в результате замен:

$$I \leftrightarrow \vec{j}, \qquad U \leftrightarrow \vec{E}, \qquad \mathcal{E} \leftrightarrow \vec{E}_{стор}, \qquad R \leftrightarrow \rho = \frac{1}{\lambda}, \qquad N \leftrightarrow \nu.$$

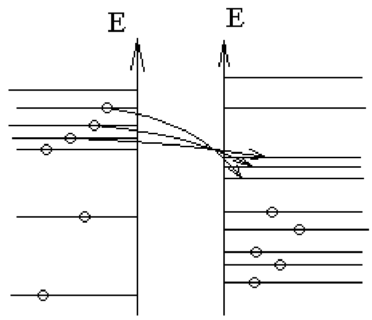
Интегральная форма уравнения	Дифференциальная форма уравнения
$U = RI$	$\vec{E} = \frac{1}{\lambda}\vec{j}$
$\mathcal{E} + U = RI$	$\vec{E}_{стор} + \vec{E} = \frac{1}{\lambda}\vec{j}$
$N = \left(\mathcal{E} + U\right)\cdot I$	$\nu = \left(\vec{E}_{стор} + \vec{E}, \vec{j}\right)$
$N = RI^2 = \frac{U^2}{R}$	$\nu = \frac{1}{\lambda} j^2 = \lambda E^2$

Экзамен. Термопара.

Эффект наблюдается в полупроводниках и проводниках (металлах).

В разных металлах разные уровни энергии.

При соприкосновении разных металлов электроны переходят с более высоких занятых уровней энергии одного металла на менее высокие свободные уровни энергии другого металла.



Металлы при этом заряжаются: один — положительно, другой — отрицательно. Между ними возникает напряжение — контактная разность потенциалов.

Изменение $\delta\varphi$ потенциала проводника за счет перехода электронов через контакт приводит к изменению (сдвигу) уровней энергии электронов на величину $-e\delta\varphi$, где $\left(-e\right)$ — заряд электрона. И, если какой-то занятый электроном уровень энергии в одном проводнике первоначально был выше какого-то другого свободного уровня энергии во втором проводнике, то после сдвига уровней энергии это условие может уже не выполняться.

В металле очень много уровней энергии электронов — энергетические зоны. Поэтому, при переходе зарядов из одного проводника в другой, верхний занятый уровень энергии почти не изменяется, но все уровни энергии каждого проводника сдвигаются так, чтобы выровнялись энергии верхнего занятого уровня в обоих металлах.

Как показывает более строгое квантовомеханическое рассмотрение вопроса, величина контактной разности потенциалов зависит не только от материалов проводников, но и от температуры контакта.

Если все контакты замкнутой цепи находятся при одинаковой температуре, то сумма контактных напряжений при обходе по контуру равна нулю, и в контуре не течет электрический ток.

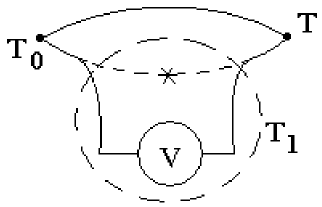
Возьмем две проволоки: одну из константана, другую из меди. Электросваркой соединим эти две проволоки в одно кольцо. Разрежем это кольцо в середине, например, медной проволоки и вставим в разрыв вольтметр.

Разрезанное кольцо представляет собой термопару.

Самая распространенная термопара: медь-константан. Константан — это сплав. Состав сплава: 58.5 % Cu, 40.0 % Ni, 1.5 % Al.

Термопару часто используют, как датчик температуры.

В справочниках есть экспериментально полученные зависимости величины контактной разности потенциалов от температуры.



Один спай термопары будем поддерживать при опорной температуре T_0, например при температуре смеси воды со льдом — ноль градусов Цельсия. Другой спай термопары поместим в точку измерения температуры T. Все остальные возможные контакты металлов в цепи вольтметра будем поддерживать при одинаковой температуре T_1. Значение температуры T_1 не существенно.

Разность контактных потенциалов при обходе по контуру равна напряжению на вольтметре и равна разности контактных напряжений в точках T_0 и T. То, что в замкнутом контуре возникает ЭДС, если контакты поддерживать при разной температуре, называется эффектом Зеебека.

Воспользуемся справочником с таблицей зависимости контактной разности потенциалов от температуры для термопары медь-константан. Берем из справочника значение контактной разности потенциалов при температуре T_0. Добавляем показания вольтметра для получения значения контактной разности потенциалов при измеряемой температуре T. По справочнику определяем значение температуры при полученной контактной разности потенциалов.

<u>Экзамен. Эффект Пельтье.</u>

Пусть электрический ток протекает через контакт двух разных металлов или полупроводников.

При одном направлении тока в контакте выделяется теплота, а при другом направлении — поглощается.

Эта теплота Пельтье линейна по току $N = \alpha I$, а не квадратична, как Ленц-Джоулево тепло $N = RI^2$.

Рассмотрим интерпретацию эффекта.

Забудем, что в проводнике электроны имеют определенные уровни энергии.

В области контакта двух разных проводников присутствует контактная разность потенциалов. Поэтому при переходе через контакт энергия электронов изменяется на величину eU, где U — контактная разность потенциалов, e — модуль заряда электрона. Если энергия электронов увеличивается, то кто-то энергию теряет. В этом случае происходит охлаждение контакта.

Экзамен. Эффект Томсона.

Эффект Томсона наблюдается в полупроводниках и проводниках (металлах).

Пусть ток течет через проводник, концы которого поддерживаются при разных температурах T_1 и T_2. Эффект Томсона состоит в том, что в зависимости от направления тока проводник нагревается или охлаждается линейно по току:

$$N = \beta\left(T_1 - T_2\right)I .$$

Кроме теплоты Томсона в проводнике обязательно выделяется и Ленц-Джоулево тепло $N = RI^2$.

Там, где выше температура проводника, там ниже концентрация электронов, так как "горячие" электроны быстро улетают из того места, где они горячие.

В результате, где выше температура, там образуется недостаток электронов, и потенциал сдвигается в "+".

Если электроны в токе текут от этого плюса к минусу, то это электрическое поле их тормозит. В результате происходит охлаждение электронов, а от электронов охлаждается сам проводник.

Заметим, что для полупроводников p-типа эффект имеет обратный знак, что соответствует положительным носителям тока — дыркам.

Постоянное магнитное поле.

Факультатив. Магнитные полюса и направление магнитного поля. Магнитные заряды.

1. Назовем северным полюсом магнитной стрелки конец, который показывает на север.

2. Северный полюс одного магнита притягивается к южному полюсу другого.

3. На северном полюсе Земли находится южный магнитный полюс.

4. Направлением магнитного поля будем называть направление северного конца незакрепленной магнитной стрелки.

5. Линии магнитного поля идут к северному географическому полюсу Земли от южного географического полюса Земли.

6. Магнитных зарядов нет.

7. Полюс, из которого выходят линии магнитного поля, можно считать положительным магнитным зарядом. На северном магнитном полюсе Земли находятся положительные магнитные заряды. На северном магнитном полюсе любого магнита находятся положительные магнитные заряды.

Экзамен. Закон Ампера и сила Ампера.

$d\vec{F} = \frac{I}{c} \cdot \left[d\vec{l}, \vec{B} \right]$ — сила Ампера, действующая на элемент тока $I \cdot d\vec{l}$.

В системе СИ: $d\vec{F} = I \cdot \left[d\vec{l}, \vec{B} \right] = \mu_0 I \cdot \left[d\vec{l}, \vec{H} \right]$.

$\vec{B}$ — магнитная индукция или просто магнитное поле.

Усредненное микроскопическое магнитное поле среды называют магнитным полем $\vec{B}$ в среде. В этом смысле $\vec{B}$ — истинное магнитное поле.

$\vec{H}$ — напряженность магнитного поля — вспомогательная величина, которая будет введена в рассмотрение позднее.

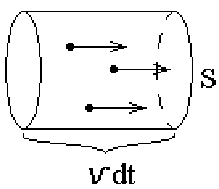
В вакууме: $\vec{B} = \vec{H}$.

В СИ: $\vec{B} = \mu_0 \vec{H}$.

Факультатив. $\frac{1}{c}$.

При рассмотрении магнитных полей в системе СГС Гаусса сила тока I, плотность тока $\vec{j}$, плотность поверхностного тока $\vec{i}$ всегда входят в формулы с коэффициентом $\frac{1}{c}$. Причина этого в том, что ток пропорционален скорости движения зарядов.

Рассмотрим объем $dV_0 = \mathcal{V} dt \cdot S$, где $\mathcal{V}$ — скорость движения зарядов.



$I = \frac{dQ}{dt} = \frac{q \cdot dN}{dt} = \frac{q \cdot n \cdot dV_0}{dt}$, здесь n — концентрация зарядов, q — величина каждого заряда.

$I = \frac{q \cdot n \cdot dV_0}{dt} = \frac{qn \cdot \mathcal{V} dt \cdot S}{dt} = nq\mathcal{V}S$ => $j = \frac{I}{S} = nq\mathcal{V}$ =>

$\vec{j} = nq\left\langle \vec{\mathcal{V}} \right\rangle$,

где $\vec{j}$ — плотность тока, n — концентрация зарядов, q — величина каждого заряда, $\left\langle \vec{\mathcal{V}} \right\rangle$ — средняя скорость зарядов.

Любой физический эффект, пропорциональный току пропорционален и скорости зарядов.

$\dfrac{v}{c}$ — безразмерная скорость, поэтому в формулах с токами появляется коэффициент $\dfrac{1}{c}$.

Кроме того, магнитные эффекты могут быть объяснены, как релятивистские поправки к электрическим эффектам.

Факультатив. Элемент тока.

Получим различные выражения для элемента тока $Id\vec{l}$.

1). $j = \dfrac{dI}{dS_\perp}$ => $dI = j\,dS_\perp$. Подставим это выражение для тока в

$Id\vec{l} = j\,dS_\perp d\vec{l} = \vec{j}\,dS_\perp dl = \vec{j}\,dV$.

2). $i = \dfrac{dI}{dl_\perp}$ => $dI = i\,dl_\perp$. Подставим это выражение для тока в

$Id\vec{l} = Id\vec{l}_{\|} = i\,dl_\perp d\vec{l}_{\|} = \vec{i}\;dl_\perp dl_{\|} = \vec{i}\;dS$.

3). $Id\vec{l} = \dfrac{dQ}{dt}d\vec{l} = \dfrac{d\vec{l}}{dt}dQ$. Рассмотрим какой-то определенный промежуток времени dt. Ему соответствует определенный заряд $dQ = Idt$. Рассмотрим теперь длину элемента тока такую, что $dl = v dt$, где v — дрейфовая скорость зарядов в токе. Тогда элемент тока $Id\vec{l} = \vec{v} dQ$, где $\vec{v}$ — скорость движения заряда dQ. Переобозначим dQ за q. Тогда элемент тока равен $q\vec{v}$.

Объединяя разные выражения для элемента тока, получим

$Id\vec{l} \leftrightarrow \vec{j}\,dV \leftrightarrow \vec{i}\;dS \leftrightarrow q\vec{v}$ — элемент тока в разных формах.

Вернемся к рассмотрению силы Ампера, которая пропорциональна элементу тока.

$d\vec{F} = \dfrac{I}{c}\left[d\vec{l}, \vec{B}\right]$ =>

Другие формы силы Ампера:

$d\vec{F} = \dfrac{1}{c}\left[\vec{j}, \vec{B}\right]dV$ => $d\vec{F} = \dfrac{1}{c}\left[\vec{i}, \vec{B}\right]dS$ =>

$\vec{F} = \dfrac{q}{c}\left[\vec{v}, \vec{B}\right]$ — сила Лоренца.

Строго говоря, выражение для силы Лоренца не следует из закона Ампера, так как в законе Ампера рассматриваются силы, действующие на постоянные токи. Однако, как показывает опыт, выражение для силы, действующей на движущийся заряд, именно такое.

Иногда силу Лоренца определяют иначе: $\vec{F} = q\vec{E} + \frac{q}{c}\left[\vec{v}, \vec{B}\right]$, но мы будем называть силой Лоренца только второе слагаемое: $\vec{F}_Л = \frac{q}{c}\left[\vec{v}, \vec{B}\right]$.

В системе СИ: $\vec{F} = q\left[\vec{v}, \vec{B}\right] = \mu_0 q\left[\vec{v}, \vec{H}\right]$

<u>Экзамен. Закон Био-Савара (-Лапласа).</u>

$d\vec{B} = \frac{I}{c} \cdot \frac{\left[d\vec{l}, \vec{r}\right]}{r^3}$ — поле элемента тока $Id\vec{l}$, где $\vec{r}$ — вектор, направленный из элемента тока в точку наблюдения.

Другие формы закона Био-Савара:

$$d\vec{B} = \frac{1}{c} \cdot \frac{\left[\vec{j}, \vec{r}\right]}{r^3} dV$$

$$d\vec{B} = \frac{1}{c} \cdot \frac{\left[\vec{i}, \vec{r}\right]}{r^3} dS$$

$\vec{B} = \frac{q}{c} \cdot \frac{\left[\vec{v}, \vec{r}\right]}{r^3}$ — магнитное поле заряда q, движущегося с постоянной скоростью $\vec{v}$.

Строго говоря, формула для магнитного поля движущегося заряда не следует из закона Био-Савара, так как закон Био-Савара относится только к постоянным токам. Однако, как показывает опыт, магнитное поле движущегося заряда именно такое.

В системе СИ: $d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} I \cdot \frac{\left[d\vec{l}, \vec{r}\right]}{r^3}$, $\qquad d\vec{H} = \frac{1}{4\pi} I \cdot \frac{\left[d\vec{l}, \vec{r}\right]}{r^3}$