Факультатив. Емкостные коэффициенты образуют симметричную матрицу $C_{ik}=C_{ki}$.

Рассмотрим произвольные линейные диэлектрики и N проводников с зарядами q_i и потенциалами φ_i.

$W=\frac{1}{2}\sum\limits_i q_i\varphi_i$ — энергия взаимодействия заряженных проводников, где

$q_i=\sum\limits_k C_{ik}\varphi_k$ — связь зарядов на проводниках с потенциалами проводников, где C_{ik} — емкостные коэффициенты. Тогда

$$W=\frac{1}{2}\sum_{i,k}C_{ik}\varphi_k\varphi_i .$$

Если из бесконечности принести на проводники заряды δq_i, то изменение энергии можно найти двумя способами. Сравнивая два выражения, получим $C_{ik}=C_{ki}$.

Рассмотрим подробнее два выражения для энергии.

С одной стороны:

$$\delta W=\sum_i\left(\delta q_i\right)\cdot\varphi_i .$$

Подставим сюда $\delta q_i=\sum\limits_k C_{ik}\delta\varphi_k$ и получим

$$\delta W=\sum_i\left(\delta q_i\right)\cdot\varphi_i=\sum_i\left(\sum_k C_{ik}\delta\varphi_k\right)\cdot\varphi_i=\sum_{i,k}C_{ik}\cdot\delta\varphi_k\cdot\varphi_i \qquad (1).$$

С другой стороны:

$$\delta W=\delta\left(\frac{1}{2}\sum_i q_i\varphi_i\right)=\frac{1}{2}\delta\left(\sum_i\left(\sum_k C_{ik}\varphi_k\right)\cdot\varphi_i\right)=\frac{1}{2}\delta\left(\sum_{i,k}C_{ik}\varphi_k\varphi_i\right).$$

Разложим правую часть, как дифференциал от произведения $\varphi_k\varphi_i$ и получим:

$$\delta W=\frac{1}{2}\sum_{i,k}C_{ik}\cdot\delta\varphi_k\cdot\varphi_i+\frac{1}{2}\sum_{i,k}C_{ik}\cdot\varphi_k\cdot\delta\varphi_i \qquad (2).$$

Приравняем два выражения 1 и 2 для δW и получим:

$$\frac{1}{2}\sum_{i,k}C_{ik}\cdot\delta\varphi_k\cdot\varphi_i=\frac{1}{2}\sum_{i,k}C_{ik}\cdot\varphi_k\cdot\delta\varphi_i .$$

Поменяем в правой части равенства индексы i и k и получим:

$$\sum_{i,k}C_{ik}\cdot\delta\varphi_k\cdot\varphi_i=\sum_{i,k}C_{ki}\cdot\delta\varphi_k\cdot\varphi_i .$$

Пусть отличны от нуля только одно $\delta\varphi_k$ и одно φ_i, тогда от суммы $\sum\limits_{i,k}$ останется только одно слагаемое. Равенство для этого слагаемого примет вид:

$C_{ik} = C_{ki}$,
что и требовалось доказать.

Экзамен. Энергия электрического поля в линейных диэлектриках.

Математические выкладки и конечный результат этого вопроса вполне аналогичны выкладкам и результату вопроса "Энергия электрического поля" в вакууме.

Энергия поля — это та же энергия взаимодействия зарядов $W = \frac{1}{2}\sum_i q_i \varphi_i$, только выраженная через напряженность электрического поля. Напомним, что в присутствии диэлектриков суммирование ведется только по свободным зарядам.

$$W = \frac{1}{2}\sum_i q_i \varphi_i = \frac{1}{2}\int_V \varphi \cdot dq = \frac{1}{2}\int_V \varphi \cdot \rho \cdot dV$$

Подставим сюда выражение для объемной плотности свободных зарядов из равенства $div\left(\vec{D}\right) = 4\pi\rho \quad => \quad \rho = \frac{1}{4\pi} \cdot \left(\vec{\nabla}, \vec{D}\right)$. Тогда

$$W = \frac{1}{2}\int_V \varphi \cdot \rho \cdot dV = \frac{1}{2}\int_V \varphi \cdot \left(\frac{1}{4\pi} \cdot \left(\vec{\nabla}, \vec{D}\right)\right) \cdot dV = \frac{1}{8\pi}\int_V \varphi \cdot \left(\vec{\nabla}, \vec{D}\right) \cdot dV.$$

Возьмем полученный интеграл по частям, перебросив производную $\vec{\nabla}$ с одного сомножителя $\vec{D}$ на другой сомножитель φ.

$$W = \frac{1}{8\pi}\int_V \varphi \cdot \left(\vec{\nabla}, \vec{D}\right) \cdot dV = \frac{1}{8\pi}\oint_S \varphi \cdot \left(\vec{D}, d\vec{S}\right) - \frac{1}{8\pi}\int_V \left(\vec{\nabla}\varphi, \vec{D}\right) \cdot dV$$

При стремлении объема к бесконечности интеграл по поверхности стремится к нулю. Докажем это позднее. Тогда

$$W = -\frac{1}{8\pi}\int_{V=\infty} \left(\vec{\nabla}\varphi, \vec{D}\right) \cdot dV$$

Подставим сюда $\vec{\nabla}\varphi = -\vec{E}$ и получим

$$W = \int_{V=\infty} \frac{\left(\vec{D}, \vec{E}\right)}{8\pi} dV$$ — энергия электрического поля в линейных диэлектриках. Доказывается для электростатического поля, предполагается для переменных электрических полей, все следствия из этого предположения согласуются с опытом. Следовательно, формула для энергии поля справедлива и для переменных электрических полей.

$$w \equiv \frac{dW}{dV} = \frac{\left(\vec{D}, \vec{E}\right)}{8\pi}$$ — объемная плотность энергии электрического поля в линейных диэлектриках.

Если диэлектрик не только линеен, но и изотропен, то $\vec{D}=\varepsilon\vec{E}$ =>

$$w=\frac{\varepsilon E^2}{8\pi}.$$

Для нелинейной и (или) гистерезисной зависимости $\vec{D}$ от $\vec{E}$:

$dw=\frac{1}{4\pi}\left(\vec{E},d\vec{D}\right)$ — без доказательства.

В СИ: $w=\frac{\left(\vec{D},\vec{E}\right)}{2}$ и $w=\frac{\varepsilon_0\varepsilon E^2}{2}$.

Факультатив. $\oint\limits_S\varphi\left(\vec{D},d\vec{S}\right)\xrightarrow[V\to\infty]{}0$.

Пусть V — шар, $r\to\infty$ =>

$$\begin{cases}\varphi\approx\dfrac{Q}{r}\\ D\approx\dfrac{Q}{r^2}\\ d\vec{S}\parallel\vec{D}\end{cases}\quad =>$$

$$\oint\limits_S\varphi\left(\vec{D},d\vec{S}\right)\approx\oint\limits_S\varphi\cdot D\cdot dS\approx\oint\limits_S\frac{Q}{r}\cdot\frac{Q}{r^2}\cdot dS=\frac{Q^2}{r^3}\cdot\oint\limits_S dS=\frac{Q^2}{r^3}\cdot 4\pi r^2=\frac{4\pi Q^2}{r}\xrightarrow[r\to\infty]{}0$$

Экзамен. Электрические силы в диэлектриках.

Диполи стремятся к минимуму энергии $W=-\left(\vec{p},\vec{E}\right)$. Для этого они сначала поворачиваются вдоль поля $\vec{p}\uparrow\uparrow\vec{E}$, а затем втягиваются в ту область пространства, где поле сильнее. В этом и состоит причина силы, действующей на диэлектрик, состоящий из диполей.

Примеры проявления таких сил: дым втягивается в электрическое поле, жидкий или твердый диэлектрик втягивается в заряженный конденсатор.

Рассмотрим нестрогую теорию сил в диэлектриках.

$\vec{F}=\left(\vec{p},\vec{\nabla}\right)\vec{E}$ — сила, действующая на диполь одной молекулы, независимо от того, жесткий это диполь или диполь, наведенный электрическим полем.

$\vec{f}\equiv\frac{d\vec{F}}{dV}$ — объемная плотность сил в диэлектрике.

$$\vec{f}\equiv\frac{d\vec{F}}{dV}=n\cdot\left\langle\vec{F}\right\rangle=n\cdot\left\langle\left(\vec{p},\vec{\nabla}\right)\vec{E}\right\rangle$$

В последнем выражении заменим среднее от произведения на произведение средних значений

$$n\cdot\left\langle\left(\vec{p},\vec{\nabla}\right)\vec{E}\right\rangle \approx n\cdot\left(\left\langle\vec{p}\right\rangle,\vec{\nabla}\right)\left\langle\vec{E}\right\rangle.$$

Эта замена не вполне правомерна, поэтому и теория на основе этой замены нестрогая.

Среднее значение напряженности по определению является напряженностью поля в диэлектрике:

$$\left\langle\vec{E}\right\rangle \equiv \vec{E} \qquad =>$$

$$\vec{f} = n\cdot\left(\left\langle\vec{p}\right\rangle,\vec{\nabla}\right)\vec{E} = \left(n\cdot\left\langle\vec{p}\right\rangle,\vec{\nabla}\right)\vec{E} = \left(\vec{P},\vec{\nabla}\right)\vec{E} = \left(\chi\vec{E},\vec{\nabla}\right)\vec{E}$$

Подставим выражение восприимчивости через проницаемость $\chi = \dfrac{\varepsilon-1}{4\pi}$ и получим

$$\vec{f} = \frac{\varepsilon-1}{4\pi}\left(\vec{E},\vec{\nabla}\right)\vec{E}.$$

Выражение для объемной плотности сил можно привести к более удобному виду. С этой целью рассмотрим двойное векторное произведение и преобразуем его по правилу "бац минус цап":

$$\left[\vec{E},\left[\vec{\nabla},\underline{\vec{E}}\right]\right] = \vec{\nabla}\left(\vec{E},\underline{\vec{E}}\right) - \underline{\vec{E}}\left(\vec{E},\vec{\nabla}\right)$$

В левой и правой части равенства производные берутся только от одной из двух напряженностей $\vec{E}$. Чтобы не перепутать, эта напряженность подчеркнута.

Левая часть равенства равна нулю, так как $\left[\vec{\nabla},\underline{\vec{E}}\right] \equiv rot\left(\vec{E}\right) = 0$ по теореме о циркуляции электростатического поля $\vec{E}$ в дифференциальной форме. Тогда и правая часть равенства равна нулю:

$$\vec{\nabla}\left(\vec{E},\underline{\vec{E}}\right) - \underline{\vec{E}}\left(\vec{E},\vec{\nabla}\right) = 0 \quad => \quad \vec{\nabla}\left(\vec{E},\underline{\vec{E}}\right) = \underline{\vec{E}}\left(\vec{E},\vec{\nabla}\right) = \left(\vec{E},\vec{\nabla}\right)\underline{\vec{E}}$$

Сравнивая последнее равенство с выражением для объемной плотности сил в диэлектриках $\vec{f} = \dfrac{\varepsilon-1}{4\pi}\left(\vec{E},\vec{\nabla}\right)\vec{E}$, получим:

$$\vec{f} = \frac{\varepsilon-1}{4\pi}\vec{\nabla}\left(\vec{E},\underline{\vec{E}}\right)$$

Последнее выражение можно преобразовать с учетом

$\vec{\nabla}\left(E^2\right) = \vec{\nabla}\left(\underline{\vec{E}},\underline{\vec{E}}\right) = \vec{\nabla}\left(\underline{\vec{E}},\vec{E}\right) + \vec{\nabla}\left(\vec{E},\underline{\vec{E}}\right) = 2\vec{\nabla}\left(\vec{E},\underline{\vec{E}}\right)$ и окончательно получить

$\vec{f} = \dfrac{\varepsilon-1}{8\pi}\cdot\vec{\nabla}\left(E^2\right) = \dfrac{\varepsilon-1}{8\pi}\cdot grad\left(E^2\right)$ — объемная плотность сил, действующих на диэлектрик в электростатическом поле.

$grad\left(E^2\right)$ направлен туда, куда быстрее всего возрастает E^2.

Формула

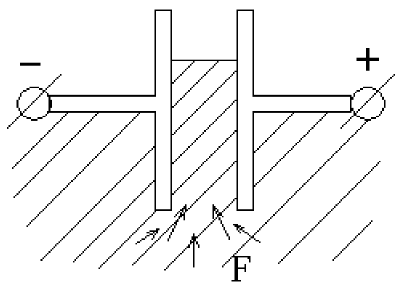
$$\vec{f} = \frac{\varepsilon - 1}{8\pi} \cdot grad\left(E^2\right)$$

показывает, что диэлектрик втягивается в электрическое поле.

В системе СИ: $$\vec{f} = \frac{\varepsilon_0\left(\varepsilon - 1\right)}{2} \cdot grad\left(E^2\right).$$

Хотя это выражение получено с учетом равенства $rot\left(\vec{E}\right) = 0$, которое справедливо только для полей неподвижных зарядов, считается, что объемная плотность сил примерно такая же и для переменных электромагнитных полей вплоть до оптических частот. Применимость для световых полей определяется тем, что длина волны светового поля примерно в тысячу раз больше размера диполя молекулы. Для более медленных электромагнитных полей неравенство выполнено еще сильнее.

Для примера приведем поле сил, втягивающих жидкий диэлектрик в заряженный конденсатор.



Силы действуют там, где электрическое поле неоднородно.

<u>Факультатив. Понятие о строгой теории сил в диэлектриках.</u>

Рассмотрим производную от произведения

$$\vec{\nabla}\left(\left(\varepsilon - 1\right)E^2\right) = E^2 \cdot \vec{\nabla}\left(\varepsilon - 1\right) + \left(\varepsilon - 1\right) \cdot \vec{\nabla}\left(E^2\right) = E^2 \cdot \vec{\nabla}\varepsilon + \left(\varepsilon - 1\right) \cdot \vec{\nabla}\left(E^2\right)$$

Тогда

$$\left(\varepsilon - 1\right) \cdot \vec{\nabla}\left(E^2\right) = \vec{\nabla}\left(\left(\varepsilon - 1\right)E^2\right) - E^2 \cdot \vec{\nabla}\varepsilon \quad =>$$

$\vec{f} = \frac{\varepsilon - 1}{8\pi} \cdot \vec{\nabla}\left(E^2\right) = \frac{1}{8\pi} \cdot \vec{\nabla}\left(\left(\varepsilon - 1\right)E^2\right) - \frac{E^2}{8\pi} \cdot \vec{\nabla}\varepsilon$ или, что то же самое:

$$\vec{f} = \frac{\varepsilon - 1}{8\pi} \cdot grad\left(E^2\right) = \frac{1}{8\pi} \cdot grad\left(\left(\varepsilon - 1\right)E^2\right) - \frac{E^2}{8\pi} \cdot grad\left(\varepsilon\right)$$

Два слагаемых в правой части равенства рассмотрим, как две разные силы:

$$\begin{cases} \vec{f}_1 = \dfrac{1}{8\pi} \cdot grad\left(\left(\varepsilon - 1\right)E^2\right) \\ \vec{f}_2 = -\dfrac{E^2}{8\pi} \cdot grad\left(\varepsilon\right) \end{cases}$$

Строгая теория сил в диэлектриках отличается только в первом слагаемом для силы:

$$\vec{f} = \frac{1}{8\pi} \cdot grad\left(\left(\frac{\partial \varepsilon}{\partial \tau}\right)_T \tau \cdot E^2\right) - \frac{E^2}{8\pi} \cdot grad(\varepsilon)$$ — объемная плотность сил в строгой теории, где τ — плотность среды диэлектрика, производная по плотности среды рассматривается при постоянной температуре $T = const$.

В строгой теории в выражении для первой силы $(\varepsilon - 1)$ заменено на $\left(\frac{\partial \varepsilon}{\partial \tau}\right)_T \tau$. Оба выражения примерно одинаковы, что следует из разложения диэлектрической проницаемости ε в ряд Тейлора по степеням плотности среды τ:

$$\varepsilon \approx 1 + \tau \cdot \left(\frac{\partial \varepsilon}{\partial \tau}\right)_T + \frac{1}{2} \cdot \tau^2 \cdot \left(\frac{\partial^2 \varepsilon}{\partial \tau^2}\right)_{TT} + \ldots \qquad => \qquad \varepsilon - 1 \approx \tau \cdot \left(\frac{\partial \varepsilon}{\partial \tau}\right)_T$$

<u>Факультатив. Другое выражение сил в диэлектриках.</u>

Покажем, что первое слагаемое в выражении

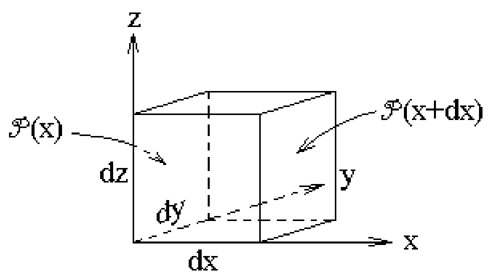
$$\vec{f} = \frac{1}{8\pi} \cdot grad\left(\left(\frac{\partial \varepsilon}{\partial \tau}\right)_T \tau \cdot E^2\right) - \frac{E^2}{8\pi} \cdot grad(\varepsilon)$$

эквивалентно давлению разному в разных точках диэлектрика.

Рассмотрим среду, давление $\mathcal{P}$ в разных точках которой различно. Покажем, что это давление эквивалентно объемной плотности сил

$$\vec{f} = -grad(\mathcal{P}).$$

Рассмотрим маленький куб (или прямоугольный параллелепипед) с ребрами, направленными вдоль осей координат.



Рассмотрим давление на две грани перпендикулярные оси *x*. Площадь каждой грани равна $dy \cdot dz$. *X*-координаты граней равны *x* и *x*+*dx*. Сумма сил, действующих на эти грани со стороны давления, определяет *x*-проекцию силы, действующей на куб:

$$F_x = \mathcal{P}(x) \cdot dy \cdot dz - \mathcal{P}(x + dx) \cdot dy \cdot dz = -\frac{\partial \mathcal{P}}{\partial x} \cdot dx \cdot dy \cdot dz$$

Объемная плотность *x*-проекции силы:

$$f_x = \frac{F_x}{V} = \frac{-\frac{\partial \mathcal{P}}{\partial x} \cdot dx \cdot dy \cdot dz}{dx \cdot dy \cdot dz} = -\frac{\partial \mathcal{P}}{\partial x} \qquad =>$$

$\vec{f} = -\vec{\nabla}\mathcal{P}$, что и требовалось доказать.

Тогда первое слагаемое

$$\vec{f}_1 = \frac{1}{8\pi} \cdot grad\left(\left(\frac{\partial \varepsilon}{\partial \tau}\right)_T \tau \cdot E^2\right)$$

в выражении $\vec{f} = \frac{1}{8\pi} \cdot grad\left(\left(\frac{\partial \varepsilon}{\partial \tau}\right)_T \tau \cdot E^2\right) - \frac{E^2}{8\pi} \cdot grad(\varepsilon)$ эквивалентно давлению

$$\mathcal{P}_1 = -\frac{1}{8\pi} \cdot \tau \cdot E^2 \left(\frac{\partial \varepsilon}{\partial \tau}\right)_T,$$

которое никуда не втягивает диэлектрик и для несжимаемого диэлектрика может быть отброшено. И действительно, если диэлектрик сдавить, то упругие силы в диэлектрике уравновесят давление. Следовательно, сила $\vec{f}_1$ только растягивает $\mathcal{P}_1 < 0$ диэлектрик, но никуда его не втягивает.

Если диэлектрик несжимаемый (жидкий или твердый), то силу $\vec{f}_1$ можно не учитывать. В таком случае можно считать. что на диэлектрик действует только сила $\vec{f}_2$:

$$\vec{f}_2 = -\frac{E^2}{8\pi} \cdot grad(\varepsilon) = -\frac{E^2}{8\pi} \cdot \vec{\nabla}\varepsilon .$$

Силу $\vec{f}_2$ можно заменить эквивалентным давлением $\mathcal{P}_2$, приложенным к границам диэлектрика, если диэлектрик однородный и несжимаемый. Обсудим это подробнее.

Если диэлектрик однородный, то $\vec{\nabla}\varepsilon = 0$. Следовательно, $\vec{f}_2 = 0$ везде, кроме границ диэлектрика, где ε испытывает скачок.

На границе диэлектрика $\frac{\partial \varepsilon}{\partial n} = \infty$, отсюда следует, что $\vec{\nabla}\varepsilon$ направлен перпендикулярно границе диэлектрика, $\vec{\nabla}\varepsilon = \infty$ и $\vec{f}_2 = \infty$. Бесконечно большая объемная плотность сил в бесконечно тонком поверхностном слое диэлектрика эквивалентна поверхностной плотности сил или давлению на границу диэлектрика.

Найдем это давление.

Рассмотрим малый участок границы диэлектрика. Направим ось z перпендикулярно границе. Градиент диэлектрической проницаемости $\vec{\nabla}\varepsilon$ и объемная плотность сил $\vec{f}_2$ также будут перпендикулярны границе.

Рассмотрим границу диэлектрика, как переходный слой конечной толщины h. Если ось z направлена из объема 1 в объем 2, то

$$\mathscr{P}_{2_{1\to2}} = \frac{F_{2z}}{S} = \frac{\int\limits_V f_{2z}\cdot dV}{S} = \frac{\int\limits_V f_{2z}\cdot S\cdot dz}{S} = \int\limits_V f_{2z}dz =$$

$$= \int\limits_0^h f_{2z}dz = \int\limits_0^h \left(-\frac{E^2}{8\pi}\cdot grad(\varepsilon)\right)_z \cdot dz = -\frac{1}{8\pi}\int\limits_0^h E^2\cdot\left(grad(\varepsilon)\right)_z\cdot dz =$$

$$= -\frac{1}{8\pi}\int\limits_0^h E^2\cdot\frac{\partial\varepsilon}{\partial z}\cdot dz = -\frac{1}{8\pi}\int\limits_0^h E^2 d\varepsilon = -\frac{1}{8\pi}\int\limits_{\varepsilon_1}^{\varepsilon_2} E^2 d\varepsilon .$$

Зависимость подынтегрального выражения от диэлектрической проницаемости ε можно найти с учетом того, что при переходе через границу диэлектрика сохраняется тангенциальная составляющая поля E_τ, так как $E_{2\tau} - E_{1\tau} = 0$, и сохраняется нормальная составляющая поля D_n, так как $D_{2n} - D_{1n} = 4\pi\sigma = 0$. На границе нет свободных зарядов $\sigma = 0$. Тогда

$$\mathscr{P}_{2_{1\to2}} = -\frac{1}{8\pi}\int\limits_{\varepsilon_1}^{\varepsilon_2} E^2 d\varepsilon = -\frac{1}{8\pi}\int\limits_{\varepsilon_1}^{\varepsilon_2}\left(E_n^2 + E_\tau^2\right)\cdot d\varepsilon = -\frac{1}{8\pi}\int\limits_{\varepsilon_1}^{\varepsilon_2}\left(\frac{D_n^2}{\varepsilon^2} + E_\tau^2\right)\cdot d\varepsilon .$$

Интеграл может быть разбит на сумму двух интегралов. Величины D_n и E_τ не изменяются внутри переходного слоя границы диэлектрика и могут быть вынесены за пределы соответствующих интегралов. Тогда

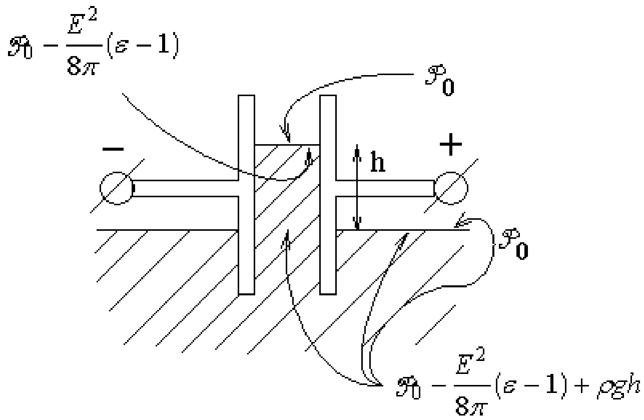
$$\mathscr{P}_{2_{1\to2}} = -\frac{1}{8\pi}\int\limits_{\varepsilon_1}^{\varepsilon_2}\left(\frac{D_n^2}{\varepsilon^2} + E_\tau^2\right)\cdot d\varepsilon = -\frac{D_n^2}{8\pi}\cdot\int\limits_{\varepsilon_1}^{\varepsilon_2}\frac{d\varepsilon}{\varepsilon^2} - \frac{E_\tau^2}{8\pi}\cdot\int\limits_{\varepsilon_1}^{\varepsilon_2} d\varepsilon .$$

Окончательно получаем:

$$\mathscr{P}_{2_{1\to2}} = \frac{{D_n}^2}{8\pi}\left(\frac{1}{\varepsilon_2} - \frac{1}{\varepsilon_1}\right) + \frac{{E_\tau}^2}{8\pi}\left(\varepsilon_1 - \varepsilon_2\right).$$

Это давление приложено к границе двух диэлектриков и направлено в сторону диэлектрика с меньшей диэлектрической проницаемостью.

Рассмотрим втягивание жидкого диэлектрика в заряженный конденсатор, считая, что есть только сила $\vec{f}_2$.



Пусть атмосферное давление равно $\mathcal{P}_0$. На границе диэлектрика внутри заряженного конденсатора есть только тангенциальная составляющая напряженности электрического поля $E_\tau = E$. В таком случае к границе диэлектрика приложено давление $\mathcal{P}_2 = \frac{E^2}{8\pi}(\varepsilon - 1)$, которое тянет диэлектрик за его верхнюю границу вверх. Следовательно, под границей диэлектрика давление меньше атмосферного на величину $\mathcal{P}_2$. Под границей жидкого диэлектрика давление растет с глубиной h, как $\rho g h$. Если h — высота подъема диэлектрика в конденсаторе, то внутри конденсатора давление на глубине h равно давлению снаружи конденсатора на той же высоте и равно $\mathcal{P}_0 - \frac{E^2}{8\pi}(\varepsilon - 1) + \rho g h$. Это давление снаружи конденсатора будет как под границей диэлектрика, так и над его границей. Электрического поля снаружи конденсатора почти нет, поэтому нет и электрического давления на поверхность жидкости. То есть давление над поверхностью тоже $\mathcal{P}_0 - \frac{E^2}{8\pi}(\varepsilon - 1) + \rho g h$, но с другой стороны — это атмосферное давление. Тогда

$$\mathcal{P}_0 = \mathcal{P}_0 - \frac{E^2}{8\pi}(\varepsilon - 1) + \rho g h \quad => \quad -\frac{E^2}{8\pi}(\varepsilon - 1) + \rho g h = 0 \quad =>$$

$h = \frac{E^2(\varepsilon - 1)}{8\pi\rho g}$ — высота подъема жидкого диэлектрика в заряженном конденсаторе.

В системе СИ: $h = \frac{\varepsilon_0 E^2(\varepsilon - 1)}{2\rho g}$.