

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА  
цикла работ по компьютерному моделированию в физике

# ФИЗИКА КОЛЕБАНИЙ

для студентов 1 курса физического факультета  
Санкт-Петербургского государственного университета  
(автор Е. И. Бутиков)

## АННОТАЦИЯ

Преподавание данного цикла физики колебаний (как одного из разделов курса общей физики) можно в значительной мере перевести на использование новых информационных технологий. Центральное место в новом подходе занимают лабораторные работы на компьютере с использованием специально разработанных для этой цели моделирующих компьютерных программ. Прослушав лекции по соответствующему разделу, студенты могут приступать к выполнению лабораторных работ. Дополнительный теоретический материал, а также конкретные задания по каждой лабораторной работе студенты получают при предварительной самостоятельной подготовке к занятиям, изучая специальное руководство.

Моделирующие компьютерные программы представляют собой не просто электронное дополнение к традиционному учебнику, а по существу своего рода настольную лабораторию для индивидуальной интерактивной работы учащегося с математической моделью изучаемого физического явления. В этом аспекте моделирующие программы принципиально отличаются от традиционных компьютерных обучающе-контролирующих программ, так как именно при моделировании физических явлений по-настоящему используются предоставляемые компьютером уникальные возможности. Работа с моделирующими программами во многом сходна с небольшим научным исследованием, в котором студент играет активную роль.

В учебном пособии приводятся краткие теоретические сведения по изучаемым физическим явлениям, детально описывается принятая математическая модель явления и условия ее применимости к реальным системам, формулируются задачи для предварительного решения и конкретные задания для экспериментальной работы на компьютере.

В компьютерных программах моделируются разные способы возбуждения колебаний (собственные, вынужденные, параметрические колебания и автоколебания) в сравнительно простых линейных и нелинейных механических системах и их электромагнитных аналогах. Для моделирования выбраны по возможности хорошо знакомые механические системы, доступные непосредственному зрительному восприятию. Использование таких наглядных примеров облегчает понимание общих закономерностей колебательных процессов.

Все моделирующие программы позволяют одновременно с отображением движения физической системы строить графики временной зависимости описывающих систему переменных (угла отклонения и угловой скорости), получать фазовую траекторию (или сечения Пуанкаре), отображать энергетические превращения при колебаниях. Графический способ отображения результатов моделирования облегчает усвоение больших объемов получаемой информации.

Структура учебного пособия и компьютерных программ допускает разную глубину изучения материала — от ознакомительного с динамическими иллюстрациями до углубленного с самостоятельным выполнением теоретических заданий и постановкой вычислительного эксперимента на компьютере. Этим обеспечивается возможность адаптации цикла к разным условиям в зависимости от подготовленности студентов и имеющегося учебного времени.

## СОДЕРЖАНИЕ ЦИКЛА РАБОТ ПО ФИЗИКЕ КОЛЕБАНИЙ

*Введение.* Предмет теории колебаний. Классификация колебаний по разным признакам: кинематически — по характеру зависимости от времени характеризующих физическую систему переменных; динамически — по характеру физических процессов и энергетических превращений; классификация по сложности колебательных систем (в зависимости от числа степеней свободы); классификация по способу возбуждения — собственные, вынужденные, параметрические колебания и автоколебания.

*Тема 1.* Собственные колебания в линейных системах. Устойчивое положение равновесия. Модели линейных колебательных систем — механический пружинный осциллятор и электромагнитный контур. Дифференциальное уравнение линейного осциллятора. Параметры осциллятора (собственная частота, коэффициент затухания, добротность). Общее решение уравнения свободных колебаний. Закономерность убывания амплитуды. Время затухания. Добротность. Амплитуда и начальная фаза и их определение из начальных условий. Критическое затухание. Аперриодический (неколебательный) режим. Фазовое пространство линейного осциллятора. Фазовые траектории консервативной и диссипативной систем. Энергетические превращения при собственных колебаниях. Потенциальная яма и фазовые траектории.

- *Лабораторная работа 1.* Собственные колебания линейного пружинного осциллятора (колебания в отсутствие трения; затухание при вязком трении; аперриодический режим).

*Тема 2.* Собственные колебания в диссипативных системах с нелинейным трением. Механическая модель — пружинный осциллятор с сухим (кулоновским) трением. Идеализированная Z-характеристика сухого трения. Зона застоя. Кусочно-линейное дифференциальное уравнение и метод поэтапного сшивания (“припасовывания”) решений. Особенности затухания колебаний при сухом трении. Фазовые траектории осциллятора с сухим трением. Энергетические превращения и диссипация энергии. Относительная роль вязкого трения. Затухание колебаний при одновременном действии сухого и вязкого трения.

- *Лабораторная работа 2.* Пружинный осциллятор с сухим трением (затухание колебаний при сухом трении и при одновременном действии сухого и вязкого трения).

*Тема 3.* Собственные колебания в системах с нелинейной восстанавливающей силой. Физический и математический маятники. Дифференциальное уравнение маятника. Цикличность угловой переменной. Фазовое пространство жесткого маятника, его топология и деление на области, соответствующие движениям различного характера. Сепаратриса. Особые точки фазового пространства. Колебания с малыми и большими амплитудами. Зависимость периода колебаний от амплитуды. Лимитационное движение по сепаратрисе. Перевороты и вращения маятника. Фазовый портрет консервативного маятника. Влияние вязкого трения на фазовые траектории.

- *Лабораторная работа 3.* Собственные колебания маятника в поле тяжести (малые колебания; колебания при произвольных отклонениях и перевероты; зависимость периода колебаний от амплитуды и от энергии; фазовый портрет консервативной и диссипативной систем; спектр колебаний с большими амплитудами).

*Тема 4.* Вынужденные колебания линейного осциллятора при синусоидальном внешнем воздействии. Силовое и кинематическое возбуждение вынужденных колебаний. Механическая и электромагнитная модели вынужденных колебаний. Дифференциальное уравнение вынужденных колебаний осциллятора. Частное решение неоднородного уравнения и установившиеся вынужденные колебания. Резонансные кривые (амплитудно-частотная и фазо-частотная характеристики). Резонанс скорости. Влияние трения на форму резонансных кривых. Энергетические превращения при установившихся колебаниях. Особенности энергетических превращений при кинематическом возбуждении. Общее решение неоднородного уравнения и переходные процессы. Условие отсутствия переходного процесса. Резонанс в отсутствие трения. Переходные процессы в условиях резонанса и вдали от резонанса. Биения. Разложение переходного процесса на

установившиеся вынужденные колебания и колебания на собственной частоте. Фазовые траектории переходных процессов и сечения Пуанкаре.

- *Лабораторная работа 4.* Вынужденные колебания линейного осциллятора при синусоидальном внешнем воздействии (установившиеся колебания; резонанс; переходные процессы и выделение колебаний на собственной частоте; энергетические превращения при кинематическом возбуждении колебаний).

*Тема 5.* Вынужденные колебания линейного осциллятора при несинусоидальном внешнем воздействии. Механическая модель торсионного пружинного осциллятора с прямоугольной временной зависимостью внешнего момента и ее электромагнитный аналог — колебательный контур с прямоугольными импульсами входного напряжения. Дифференциальное уравнение осциллятора. Гармоники внешней силы и гармоники отклика осциллятора. Преобразование формы входных импульсов осциллятором как результат селективной реакции осциллятора на отдельные гармоники входного воздействия. Вынужденные колебания как собственные колебания около чередующихся смещенных положений равновесия. Установившиеся колебания и переходные процессы. Резонансы. Спектральная и временная картины резонансной раскачки осциллятора. Осцилляции при больших и малых периодах внешнего воздействия. Энергетические превращения в установившихся колебаниях и переходных процессах.

- *Лабораторная работа 5.* Вынужденные колебания при несинусоидальном внешнем воздействии (ступенчатая кусочно-постоянная внешняя сила; преобразование осциллятором спектра входных прямоугольных импульсов в спектр установившихся колебаний на выходе, резонансы, переходные процессы при разных соотношениях между периодами собственных колебаний и внешнего воздействия).

*Тема 6.* Параметрическое возбуждение колебаний линейного осциллятора. Механическая модель линейной системы с параметрическим возбуждением — торсионный пружинный осциллятор с модулируемым моментом инерции ротора, и его электромагнитный аналог — колебательный контур с модулируемой индуктивностью катушки. Параметрическое возбуждение при прямоугольном законе модуляции. Физические причины параметрического резонанса. Условия и особенности параметрического возбуждения колебаний. Порог параметрического возбуждения. Дифференциальное уравнение осциллятора с модуляцией параметра по кусочно-постоянному закону. Оценка порога возбуждения на основе энергетических соображений. Неограниченный рост амплитуды при резонансе и режим параметрической регенерации. Параметрические резонансы высших порядков. Частотные интервалы неустойчивости равновесного состояния относительно параметрического возбуждения. Влияние трения на интервалы неустойчивости. Особенности резонансов нечетных и четных порядков. Спектральный состав стационарных колебаний на границах интервалов параметрического возбуждения и в режиме параметрической регенерации.

- *Лабораторная работа 6.* Параметрическое возбуждение крутильных колебаний при периодической модуляции момента инерции пружинного осциллятора (скачкообразные изменения момента инерции; параметрический резонанс и стационарные колебания на границах интервала неустойчивости; ручное управление изменениями момента инерции).

*Тема 7.* Параметрическое возбуждение линейного осциллятора при плавной (синусоидальной) модуляции параметра. Физические причины роста амплитуды и оценка порога возбуждения на основе энергетических соображений. Рост амплитуды и параметрическая регенерация. Дифференциальное уравнение торсионного осциллятора с синусоидальным радиальным движением грузов ротора и уравнение Матье. Частотные интервалы параметрического возбуждения. Влияние диссипации энергии на ширину интервалов неустойчивости. Резонансы высших порядков. Спектр стационарных колебаний на границах интервалов неустойчивости и в режимах регенерации.

- *Лабораторная работа 7.* Параметрический резонанс при синусоидальной модуляции момента инерции торсионного пружинного осциллятора (режимы роста амплитуды и параметрической регенерации; исследование спектра стационарных колебаний).

В дальнейшем планируется включить в цикл дополнительные лабораторные работы (на основе моделирующих компьютерных программ) по следующим темам:

8. Вынужденные колебания маятника (кинематический способ возбуждения). Нелинейный резонанс и хаотическое поведение динамической системы (кинематическое возбуждение горизонтальными принудительными колебаниями точки подвеса; гистерезисное поведение амплитуды установившихся колебаний при сканировании частоты внешнего воздействия).

9. Параметрическое возбуждение колебаний маятника. Динамический хаос, странный аттрактор (периодические скачкообразные и синусоидальные изменения длины маятника; колебания, синхронизованные вращения и хаотическое поведение маятника).

10. Параметрическое возбуждение маятника при вертикальных принудительных колебаниях точки подвеса (частотные интервалы неустойчивости; параметрические колебания, синхронизованные вращения и хаотическое поведение).

11. Маятник Капицы (динамическая устойчивость перевернутого маятника при быстрых вертикальных принудительных осцилляциях точки подвеса; боковые смещенные положения равновесия при горизонтальных осцилляциях подвеса).

12. Адиабатический инвариант для пружинного осциллятора с медленно изменяющимся моментом инерции.

13. Адиабатический инвариант для маятника с медленно изменяющейся длиной (сохранение площади, охватываемой фазовой траекторией в переменных угол отклонения - момент импульса).

14. Связанные осцилляторы (собственные и вынужденные колебания двух линейных осцилляторов с силовой связью).

15. Собственные колебания пружинного осциллятора и маятника при силовой связи (компьютерная модель демонстрационной установки).

16. Собственные колебания в потенциальной яме сложной конфигурации (яма с двумя устойчивыми положениями равновесия).

17. Автоколебания и предельные циклы (томсоновский автогенератор и модель часов; внешняя синхронизация томсоновского автогенератора).