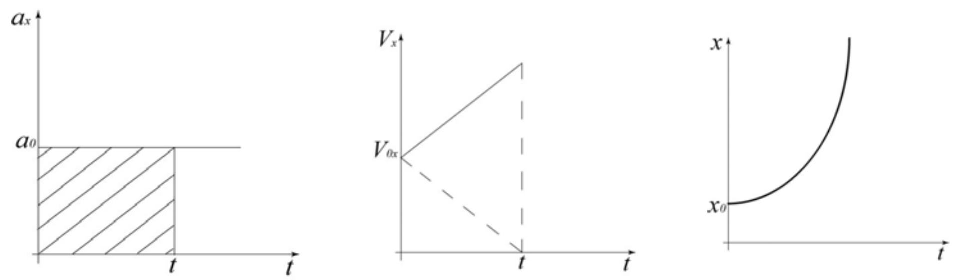
Глава 1: Механика

Глава 1.1: Кинематика

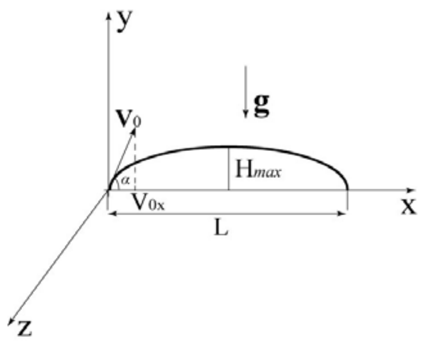
§ 4 Равноускоренное движение

Скорость	$\delta U = a_0 t$
Скорость как функция	$U_x(t) = U_{0x} + a_{0x} t$
Путь (положение точки в момент времени t)	$S(t) = x(t) = x_0 + U_0 t + \dfrac{at^2}{2}$



Опытным путем доказано, что вблизи поверхности Земли (или любой другой планеты) тела движутся ***равноускоренно*** в том случае, если можно пренебречь всеми взаимодействиями тел кроме взаимодействия с самой планетой.

Задача 4.1



$$\begin{cases} U_x(t) = U_0 \cos a \\ U_y(t) = U_0 \sin a - gt \\ U_z(t) = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x(t) = U_0 t \cos a \\ y(t) = U_0 t \sin a - \dfrac{gt^2}{2} \\ z(t) = 0 \end{cases}$$

Свойства движения:

1) $r_z(t) = 0$ – движение плоское

2) $t_n = \dfrac{U_0 \sin a}{g}$ – время подъема

3) $t_n = t_c$ – время подъема равно времени спуска

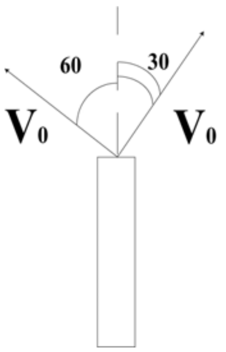
4) $H_{\max} = \dfrac{U_0^{\ 2}}{2g}\sin^2 a$ – максимальная высота подъема

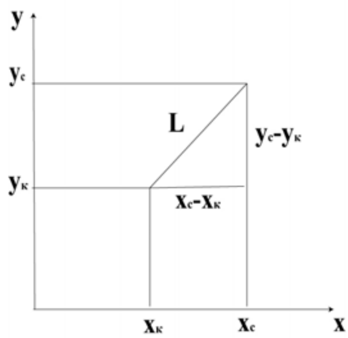
5) $L = \dfrac{U_0^2 \sin 2a}{g}$ – перемещение

6) $y = xtga - \dfrac{x^2 g}{U_0^2 r \cos a}$ – уравнение траектории (парабола)

Задача 4.2

Мальчик кидает с останкинской телебашни кошку и собаку. 1-ую под углом α = 30^0, 2-ую под углом β = 60^0 к вертикали. Чему будет равно расстояние между кошкой и собакой через промежуток времени t после старта?



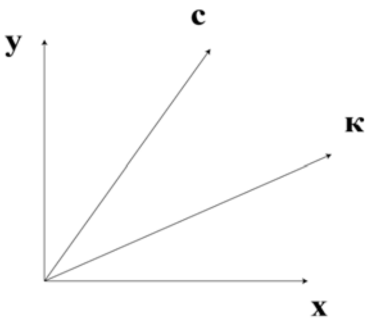


Решение.

I способ:

$L = \sqrt{\left(y_i - y_k\right)^2 + \left(x_i - x_k\right)^2}$ по теореме Пифагора

$$\begin{cases} r_x\left(t\right) = U_0 \cos a \\ r_y\left(t\right) = U_0 \sin a - \dfrac{gt^2}{2} \end{cases}$$



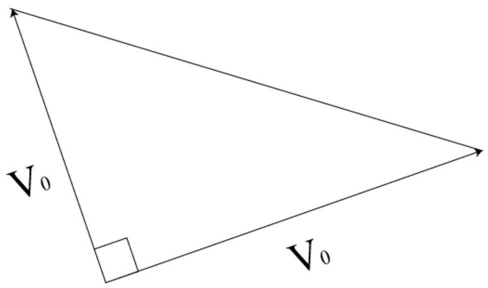
$a_k = 30^0 \quad a_c = 60^0$

$$\begin{cases} x_c(t) = \dfrac{U_0 t}{2} \\ y_c(t) = \dfrac{\sqrt{3}U_0 t}{2} - \dfrac{gt^2}{2} \end{cases}$$

$$\begin{cases} x_k = \dfrac{\sqrt{3}U_0 t}{2} \\ y_k = \dfrac{U_0 t}{2} - \dfrac{gt^2}{2} \end{cases}$$

$$L = \sqrt{\left(\frac{U_0 t}{2} - \frac{\sqrt{3}U_0 t}{2}\right)^2 + \left(\frac{\sqrt{3}U_0 t}{2} - \frac{U_0 t}{2}\right)^2} = U_0 t\left(\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2}\right)\sqrt{2} = U_0 t\left(\frac{\sqrt{3}-1}{\sqrt{2}}\right)$$

II способ:

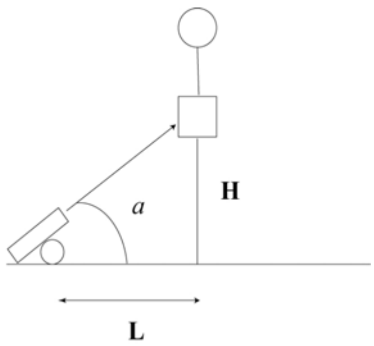


Можно рассмотреть движение кошки и собаки относительно падающей девочки (начальная скорость падения $U_0 = 0$).

Задача 4.6

В момент, когда пушка стреляет, Винни-Пух отпускает веревку шарика. Под каким углом *a* и с какой скоростью должен вылететь снаряд из пушки, чтобы попасть в Винни-Пуха?

Решение.



$$H = \frac{gt^2}{2}, \qquad t = \sqrt{\frac{2H}{g}}$$

Рассмотрим систему отсчета связанную с Винни-Пухом:

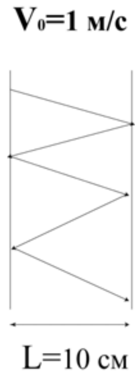
$$tga = \frac{H}{L} \quad \to \quad a = arctg\frac{H}{L} \quad \to \quad S = \sqrt{H^2 + L^2} \to t_{полета\ снаряда} = \frac{S}{U_0} = \sqrt{\frac{2H}{g}}$$

$$V_0 > \sqrt{\frac{g}{2H}}\sqrt{H^2 + L^2}$$

Задача 4.7

Две металлические пластинки расположены вертикально. Расстояние между пластинками L = 10 см, высота пластинок h = 10 м. Бросаем шарик как показано на рисунке с начальной скоростью V_0 = 1 м/с. Определите количество ударов (удары абсолютно упругие) N?

Решение.



T=L/U, h=$\frac{gt^2}{2} \to t = \sqrt{\frac{2h}{g}}$, N=t/T (подставляем значения), получаем – N=14.

§5 Законы Ньютона

$\vec{r}(t) \leftarrow \begin{cases} \vec{U}(t) \\ \vec{r_0} \end{cases} \leftarrow \begin{cases} \vec{a}(t) \\ \vec{U_0} \end{cases} \leftarrow \begin{cases} \vec{T}(t) \\ \vec{a_0} \end{cases}$(скорость изменения ускорения)

Инерциальная система отсчета – такая система, в которой тело не взаимодействует с другими телами, движется прямолинейно равномерно.