Глава II. Многоканальный подход в теории столкновений.

§ 5. Метод сильной связи каналов.

1. Задача описания ядерных реакций является существенно **многоканальной** задачей . Даже в том случае, когда энергия налетающей частицы меньше пороговой энергии неупругого рассеяния, необходимо учитывать так называемые закрытые канала (см. следующий параграф) и решать многоканальную задачу. Рассмотрим многочастичное уравнение Шредингера:

$$\left[H_o(\vec{r},\vec{r}_1.......\vec{r}_A)+V(\vec{r},\vec{r}_1......\vec{r}_A)-E\right]\cdot\phi(\vec{r},\vec{r}_1.....\vec{r}_A)=0 \qquad (2.1)$$

Здесь $\vec{r}$ -координаты центра тяжести налетающей частицы (она может быть и составной частицей), а $\vec{r}_i\,(i=1,2,.....A)$ - координаты нуклонов ядра-мишени. Координаты $\vec{r}$ и $\vec{r}_i$ включают в себя пространственные, спиновые и изоспиновые переменные. В (2.1) $\hat{H}_o$ - свободный (невозмущенный) гамильтониан системы: налетающая частица плюс ядро-мишень, $V(\vec{r},\vec{r}_1.....\vec{r}_A)$- взаимодействие налетающей частицы с ядром-мишенью. H_o может быть представлен в следующем виде:

$$H_o(\vec{r},\vec{r}_1......\vec{r}_A)=H_{op}(\vec{r})+H_{oA}(\vec{r}_1......\vec{r}_A) \qquad (2.2),$$

где $H_{op}(\vec{r})$ - гамильтониан налетающей частицы, который просто сводится к оператору кинетической энергии, а $H_{oA}(\vec{r}_1.......\vec{r}_A)$- гамильтониан ядра-мишени. Пусть $\Phi_n(\vec{r}_1........\vec{r}_A)$ и ε_n, соответственно, собственные функции и собственные значения оператора $\hat{H}_{oA}$:

$$H_{oA}(\vec{r}_1.......\vec{r}_A)\Phi_n(\vec{r}_1.....\vec{r}_A)=\varepsilon_n\Phi_n(\vec{r}_1.....\vec{r}_A) \qquad (2.3),$$

где N – число собственных значений. Будем считать, что N – конечно, а функции $\Phi_n(\vec{r}_1........\vec{r}_A)$ соответствуют связанным состояниям ядра-мишени. Состояния $\left|\Phi_n\right\rangle$ обладают свойством ортонормированности:

$$\left\langle\Phi_n\middle|\Phi_{n'}\right\rangle=\delta_{nn'} \qquad (2.4)$$

Решение задачи рассеяния сводится к решению многочастичного уравнения Шредингера с соответствующими граничными условиями, построению на основе этого решения элементов S- и T-матрицы и нахождению дифференциальных и интегральных сечений рассеяния. Непосредственное решение уравнения (2.1) затруднительно. Обычно волновую функцию $\phi(\vec{r},\vec{r}_1.....\vec{r}_A)$ разлагают по некоторому базису состояний, которые известны или могут быть найдены простым образом. Выберем в качестве таких **базисных состояний** собственные сотояния оператора $\hat{H}_{oA}$. Тогда функция $\phi(\vec{r},\vec{r}_1.....\vec{r}_A)$ может быть построена в следующем виде:

$$\phi(\vec{r},\vec{r}_1.....\vec{r}_A)=\sum_{n=1}^{N}f_n(\vec{r})\Phi_n(\vec{r}_1....\vec{r}_A) \qquad (2.5)$$

В соответствии со способом построения $\phi(\vec{r},\vec{r}_1.....\vec{r}_A)$ функции $f_n(\vec{r})$ зависят от координаты налетающей частицы. Будем считать, что состояния $\left|\Phi_n\right\rangle$ известны. Это означает, что в рамках некоторой ядерной модели задан гамильтониан ядра-мишени $\hat{H}_{oA}$. Тогда нахождение функций $\phi(\vec{r},\vec{r}_1.....\vec{r}_A)$ сводится к нахождению функций $f_n(\vec{r})$.

Подставим разложение (2.5) в уравнение (2.1):

$$\left[H_o(\vec{r},\vec{r}_1....\vec{r}_A)+V(\vec{r},\vec{r}_1....\vec{r}_A)-E\right]\cdot\sum_{n=1}^{N}f_n(\vec{r})\Phi_n(\vec{r}_1....\vec{r}_A)=0 \quad (2.6)$$

Умножим слева каждое слагаемое в (2.6) на $\Phi^*_{n'}(\vec{r}_1....\vec{r}_A)$ и проинтегрируем по координатам $\vec{r}_1........\vec{r}_A$. Учитывая соотношения (2.2) - (2.4), в результате получим:

$$\left[H_{op}(\vec{r})+V_{nn}(\vec{r})-E_n\right]\cdot f_n(\vec{r})=-\sum_{n\neq n'}^{N}V_{nn'}(\vec{r})f_{n'}(\vec{r}) \quad (2.7)$$

$$n=1........N$$

Здесь

$$V_{nn'}(\vec{r})=\int\Phi^*_n(\vec{r}_1.....\vec{r}_A)V(\vec{r},\vec{r}_1....\vec{r}_A)\Phi_{n'}(\vec{r}_1.....\vec{r}_A)d\vec{r}_1.....d\vec{r}_A \quad (2.8)$$

$$E_n=E-\varepsilon_n \quad (2.9)$$

Соотношение (2.7) представляет собой систему одночастичных дифференциальных уравнений. Таким образом, задача решения многочастичного уравнения сведена к решению системы одночастичных уравнений. Система (2.7) носит название системы уравнений **метода сильной связи каналов,** а величины $V_{nn'}(\vec{r})$ называются **матричными элементами связи каналов.** Через величины $V_{nn'}(\vec{r})$ происходит " зацепление " одночастичных уравнений. Если число базисных состояний (число каналов) равно N , а среднее число парциальных волн, необходимых для сходимости разложения, - $\overline{l_N}$, то общее число уравнений равно : $N\cdot\overline{l_n}$. Это довольно большая величина (несколько сотен или тысяч).Переход к представлению оператора углового момента всей системы позволяет существенно сократить число связанных уравнений (см. Главу IV).

2. Рассмотрим частные случаи системы (2.7). Выделим входной канал n=1, пусть все матричные элементы $V_{1n'}(\vec{r})$ $(n'=2,.....N)$пренебрежимо малы по сравнению с $V_{11}(\vec{r})$. В этом случае вместо системы (2.7) имеем одно уравнение:

$$\left[H_{op}(\vec{r})+V_{11}(\vec{r})-E_1\right]\cdot f_1^{(+)}(\vec{r})=0 \quad (2.10)$$

Одночастичная волновая функция $f_1^{(+)}(\vec{r})$ удовлетворяет следующему граничному условию:

$$f_1^{(+)}(\vec{r})\to e^{i\vec{k}_1\vec{r}}+f(\theta)\frac{e^{ik_1 r}}{r} \quad (2.11),$$

$$\vec{r}\to\infty$$

где

$$k_1=\left[\frac{2m}{\hbar^2}\left(E-\varepsilon_1\right)\right]^{1/2}=\left(\frac{2m}{\hbar^2}E\right)^{1/2} \quad (2.12)$$

В соотношении (2.12) учтено, что частица рассеивается на ядре-мишени в основном состоянии ($\varepsilon_1 = 0$).

Решение уравнения (2.10) с граничным условием (2.12) позволяет построить амплитуду рассеяния и, таким образом, описать сечение упругого рассеяния без учета связи каналов. При низких энергиях связь каналов существенна, поэтому уравнение (2.10) может быть применено к описанию упругого рассеяния либо при высоких энергиях, либо при низких энергиях, но с эффективным учетом связи каналов.

Пусть в системе (2.7) n=1,2. В этом случае вместо (2.7) получаем:

$$\left.\begin{aligned} \left[H_{op}(\vec{r}) + V_{11}(\vec{r}) - E_1\right] \cdot f_1^{(+)}(\vec{r}) &= -V_{12}(\vec{r}) f_2^{(+)}(\vec{r}) \\ \left[H_{op}(\vec{r}) + V_{22}(\vec{r}) - E_2\right] \cdot f_2^{(+)}(\vec{r}) &= -V_{21}(\vec{r}) f_1^{(+)}(\vec{r}) \end{aligned}\right\} \qquad (2.13)$$

Система (2.13) соответствует задаче об описании упругого и неупругого рассеяния с возбуждением одного из состояний ядра-мишени при наличии сильной связи упругого и неупругого каналов. Это **двухканальное приближение** применимо, если среди состояний ядра-мишени можно выделить одно, наиболее сильно связанное с основным состоянием, и связью с остальными состояниями можно пренебречь. В том случае, когда $f_1^{(+)}(\vec{r})$ и $f_2^{(+)}(\vec{r})$ находятся из уравнений системы (2.13) без правых частей, а $V_{12}(\vec{r})$ рассматривается в первом порядке теории возмущений, получаем борновское приближение с искаженными волнами.

3. Рассмотрим достоинства и недостатки метода сильной связи каналов (МССК). К достоинствам этого метода можно отнести следующее. Решение системы (2.7) из N уравнений позволяет точно учесть при описании рассеяния связь N каналов, что особенно существенно при низких энергиях. В матричные элементы связи каналов (2.8) входят волновые функции возбужденных состояний ядра-мишени, поэтому анализ экспериментальных данных в МССК дает возможность извлекать информацию о свойствах ядерной структуры. Наконец, в МССК принципиально возможно описание на единой основе с одним и тем же взаимодействием упругого и неупругого рассеяния. Этот метод обладает и рядом недостатков, что ограничивает его применение. МССК не может быть использован непосредственно для описания процессов с перераспределением нуклонов, в нем не содержится описание так называемых резонансных процессов. В МССК не учитывается принцип Паули, , т.е. тождественность нуклонов налетающей частицы нуклонам ядра-мишени. Наконец, возможности современных ЭВМ ограничивают число N каналов, связь между которыми может быть точно учтена.