

## §8. Теория “входных” состояний.

1. Одной из важнейших характеристик ядерных реакций является **функция возбуждения**, т.е. зависимость сечения реакции от энергии налетающей частицы. Первоначально в энергетической зависимости сечений наблюдали два типа противоположных структур. Одна – так называемая **гросс-структура** – характеризуется величиной энергетического интервала, для которого происходят существенные изменения в сечениях, равной  $1 \div 2$  МэВ. Другая – **тонкая структура** – имеет соответствующий энергетический интервал порядка 10 эВ. В начале шестидесятых годов была открыта так называемая **промежуточная структура** в энергетической зависимости сечений с характерной величиной энергетического интервала, для которого происходят существенные изменения в сечениях, равной 100 кэВ. Во всех случаях характерный энергетический интервал можно связать с шириной квазистационарного состояния.

Гросс-структура связана с **одночастичными резонансами** или “**резонансами формы**”. Эти резонансы при надбарьерных энергиях могут иметь ширины порядка несколько МэВ, а для подбарьерных энергий – порядка нескольких десятков или сотен кэВ. С тонкой структурой связаны очень узкие состояния **компаунд-системы** (компаунд-состояния), образующиеся под действием низкоэнергетических тепловых нейтронов. Промежуточной структуре сечений отвечают резонансные состояния особого типа – так называемые “**входные состояния**”, которые будут подробно рассмотрены в дальнейшем.

С шириной квазистационарного состояния может быть связано время его жизни (время его распада). Можно привести две квантовомеханические оценки этой связи. Для волновой функции стационарного состояния имеем :

$$\phi(\vec{r}, t) = \phi(\vec{r}) e^{-iEt/\hbar} \quad (3.25),$$

где  $E$  – энергия стационарного состояния. Формально для квазистационарного резонансного состояния используем формулу (3.25), но с комплексной энергией равной:

$$E = E_0 - i \frac{\Gamma}{2} \quad (3.26),$$

где  $\Gamma_0$  – ширина квазистационарного состояния. Подставляя (3.26) в (3.25), получаем для квадрата модуля волновой функции:

$$|\phi(\vec{r}, t)|^2 = |\phi(\vec{r})|^2 e^{-\Gamma_0 t/\hbar} \quad (3.27)$$

Таким образом, вероятность нахождения системы в квазистационарном состоянии с течением времени уменьшается. При  $t = \hbar/\Gamma_0$

$|\phi(\vec{r}, t)|^2$  уменьшается в  $e$  раз.

Этот интервал времени по порядку величины можно считать равным времени жизни резонансного состояния. Другая оценка интервала времени основана на соотношении неопределенности Гейзенберга:

$$\Delta E \Delta t \geq \frac{\hbar}{2} \quad (3.28)$$

Полагая в качестве неопределенности  $\Delta E$  полуширину  $\frac{\Gamma_0}{2}$ , получаем:

$$\frac{\Gamma_0}{2} \Delta t \geq \frac{\hbar}{2} \quad (3.29),$$

откуда следует, что:

$$\Delta t \geq \frac{\hbar}{\Gamma_o} \quad (3.30)$$

Это соотношение соответствует оценке, данной выше. Используя (3.30), будем иметь следующие оценки для времен, соответствующих гросс-структуре, тонкой структуре и промежуточной структуре:

$$\Delta t = 10^{-22} \text{ с}, 10^{-16} \text{ с}, 10^{-19} \text{ с}.$$

2. Строгое описание резонансных процессов в методе Фешбаха предполагает в первую очередь решение задачи на собственные значения в **подпространстве закрытых каналов**:

$$H_{QQ}^{\square} \left| \Phi_n \right\rangle = E_n \left| \Phi_n \right\rangle \quad (3.15)$$

Это чрезвычайно трудоемкая задача, поскольку при энергиях, больших энергии отрыва нуклона, плотность состояний резко возрастает и на небольшом энергетическом интервале нужно рассматривать сотни или тысячи состояний. Фешбахом для решения этой проблемы была предложена **гипотеза об иерархии в структуре компаунд-состояний**. Согласно этой гипотезе среди компаунд-состояний существуют различные состояния по сложности структуры. Наиболее простые по структуре состояния и **наиболее сильно связаны со входным каналом**. Эти состояния были названы **“входными” состояниями** (“doorway states”). Таким образом, в отличие от задачи на собственные значения в подпространстве дискретных состояний, где все состояния изначально равноправны, в задаче на собственные значения в подпространстве квазидискретных состояний те состояния, **которые наиболее сильно связаны со входным каналом**, являются выделенными состояниями. Это обстоятельство приводит к существенному ограничению базиса состояний  $\left| \Phi_n \right\rangle$ .

Рассмотрим примеры ‘входных’ состояний. Пусть нуклон рассеивается на четно-четном ядре-мишени, и взаимодействие налетающего нуклона с нуклонами ядра-мишени состоит из суммы двухчастичных взаимодействий. Тогда в результате первого акта взаимодействия произойдет возбуждение частично-дырочной пары в ядре-мишени, и налетающий нуклон займет один из свободных дискретных уровней в потенциальной яме, созданной нуклонами ядра-мишени. Таким образом, система перейдет из одночастичного состояния (один налетающий нуклон в состоянии сплошного спектра) в трехквазичастичное состояние (две частицы и одна дырка)- рис.3.1.:

$$\left| 1p \right\rangle \rightarrow \left| 2p - 1h \right\rangle \quad (3.30')$$

Это состояние  $\left| 2p - 1h \right\rangle$  и является примером “входного” состояния. Оно наиболее сильно связано с состоянием входного канала, и через него система: налетающий нуклон плюс ядро-мишень - “входит” в подпространство закрытых каналов. В результате следующего акта двухчастичного взаимодействия система возвращается либо во входной канал (или любой другой открытый канал), либо переходит в более сложное компаунд-состояние (см. рис. 3.2.):

$$\left| 2p - 1h \right\rangle \rightarrow \left| 3p - 2h \right\rangle \quad (3.30'')$$

Это более сложное состояние (“hallway states”) содержит уже пять квазичастиц (3 частицы и 2 дырки), оно более слабо связано со входным каналом, чем “входное” состояние. Еще более сложные состояния компаунд-системы содержат семь, девять и т.д. квазичастиц.

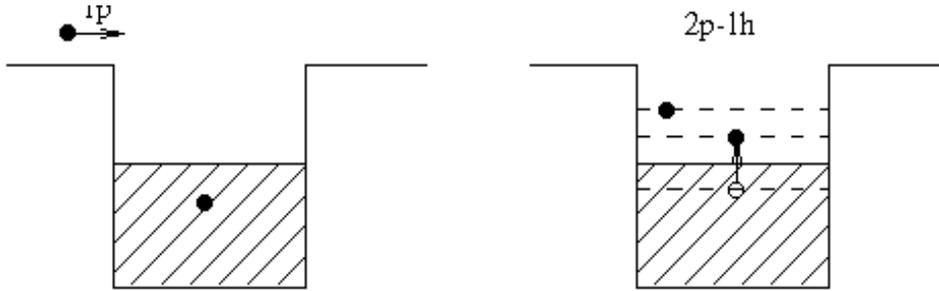


Рис.3.1.

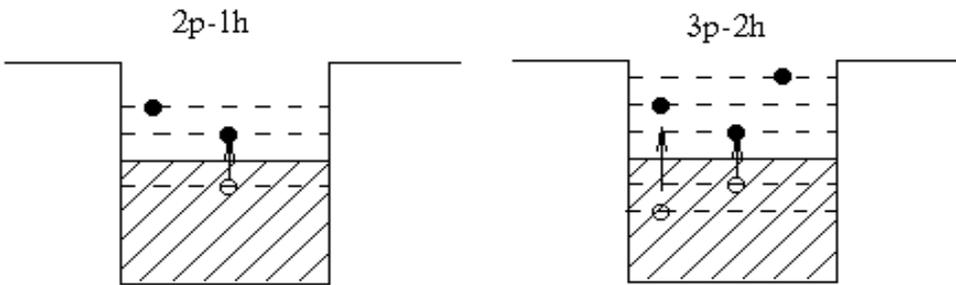


Рис. 3.2.

“Входные” состояния и компаунд-состояния более сложной структуры могут различаться областью локализации волновой функции резонансного состояния. “Входные” состояния локализованы в поверхностной области ядра, в то время как состояния более сложной структуры – в более глубокой области ядра.

Еще один пример “входных” состояний связан с понятием момента ядра. Четно-четное ядро обладает моментом, равным нулю в основном состоянии. Поэтому “входными” состояниями будут состояния, в котором четно-четный остов в компаунд-ядре обладает наименьшим моментом. Более сложные компаунд-состояния будут иметь большие моменты.

3. Для описания “входных” состояний в формализме проекционных операторов выделим в подпространстве закрытых каналов каналы, соответствующие этим состояниям. Введем в рассмотрение операторы проектирования  $\bar{p}$ ,  $\bar{d}$  и  $\bar{q}$ . Операторы  $\bar{p}$  проектируют состояние всей системы в состояния открытых каналов, так что  $\bar{p} \equiv \bar{P}$ . Операторы  $\bar{d}$  проектируют во “входные” состояния и операторы  $\bar{q}$  - во все остальные закрытые каналы, так что имеет место равенство:

$$\bar{Q} = \bar{d} + \bar{q} \quad (3.31)$$

Операторы проектирования, по определению, обладают следующими свойствами;

$$\bar{p} + \bar{d} + \bar{q} = \bar{I} \quad (3.32)$$

$$\bar{p}\bar{d} = 0 \quad \bar{p}\bar{q} = 0 \quad \bar{d}\bar{q} = 0 \quad (3.33)$$

$$\bar{p}^2 = \bar{p} \quad \bar{d}^2 = \bar{d} \quad \bar{q}^2 = \bar{q} \quad (3.34)$$

Будем считать, что система из входного канала может перейти в сложное компаунд-состояние только через “входное” состояние. Таким образом:

$$H_{pd} \neq 0 \quad H_{dq} \neq 0 \quad H_{pq} = 0 \quad (3.35)$$

Сделанное предположение упрощает вывод выражения для T-матрицы, не меняя существа полученных результатов.

Используя процедуру, изложенную в § 6, можно получить для оператора переходов:

$$T^r = T^d + T^q \quad (3.36)$$

Здесь  $T^r$  - полный оператор перехода для резонансного рассеяния,  $T^d$  - T-оператор, соответствующей резонансному рассеянию через стадию образования “входного” состояния и  $T^q$  - оператор перехода, соответствующий рассеянию через стадию образования сложного компаунд-состояния. Операторы  $T^d$  и  $T^q$  определяются выражениями:

$$T^d = H_{pd}^{\square} \frac{1}{E - H_{dd}^{\square} - W_{dd}^{\square}} H_{dp}^{\square} \quad (3.37)$$

$$T^q = H_{pd}^{\square} \frac{1}{E - H_{dd}^{\square} - W_{dd}^{\square}} H_{dq}^{\square} \frac{1}{E - H_{qq}^{\square} - H_{qd}^{\square} \frac{1}{E - H_{dd}^{\square} - W_{dd}^{\square}} H_{dq}^{\square}} H_{qd}^{\square} \frac{1}{E - H_{dd}^{\square} - W_{dd}^{\square}} H_{dp}^{\square} \quad (3.38)$$

$$W_{dd}^{\square} = H_{dp}^{\square} \frac{1}{E - H_{pp}^{\square} + i\eta} H_{pd}^{\square} \quad (3.39)$$

Присутствие в энергетических знаменателях выражения  $W_{dd}^{\square}$  означает (см. также вывод в § 6), что в (3.37) и соответствующих частях (3.38) просуммированы всевозможные переходы между открытыми каналами и “входными” состояниями.

Аналогично, наличие выражения  $H_{qd}^{\square} \frac{1}{E - H_{dd}^{\square} - W_{dd}^{\square}} H_{dq}^{\square}$

в энергетическом знаменателе формулы (3.38) означает суммирование всевозможных переходов между простыми и сложными компаунд-состояниями.

В энергетическом интервале  $\Delta E$ , характерном для одного изолированного “входного” состояния, содержится большое количество компаунд-состояний сложной структуры. Произведем в выражении (3.36) усреднение по этим состояниям. Используя свойство полноты собственных состояний оператора  $H_{dd}^{\square}$  в приближении изолированного “входного” состояния, будем иметь для элемента усредненной матрицы переходов:

$$\begin{aligned} \langle T^r \rangle_{fi} &= T_{fi}^d + \langle T^q \rangle_{fi} = \\ &= \frac{\langle (\bar{P}\phi)_{of}^{(-)} | H_{pd}^{\square} | \phi_d \rangle \langle \phi_d | H_{dp}^{\square} | (\bar{P}\phi)_{oi}^{(+)} \rangle}{E - E'_d + \frac{1}{2} i (\Gamma_d^{\uparrow} + \Gamma_d^{\downarrow})} \end{aligned} \quad (3.40)$$

В этом выражении  $|\phi_d\rangle$  - собственные состояния оператора  $H_{dd}^{\square}$ :

$$H_{dd}^{\square} |\phi_d\rangle = E_d |\phi_d\rangle \quad (3.41)$$

$(P\bar{\phi})_{ok}^{(\pm)}$  - собственные состояния оператора  $H_{pp}^{\square}$  с соответствующей асимптотикой:

$$(H_{pp}^{\square} - E)(P\bar{\phi})_{ok}^{(\pm)} = 0 \quad (3.42)$$

$E'_d$  - энергия “входного” состояния с учетом энергетического сдвига, обусловленного переходом в другие каналы,  $\Gamma_d^{\uparrow}$  - ширина распада “входного” состояния в открытые каналы:

$$\Gamma_d^{\uparrow} = 2\pi \sum_k \left| \langle \phi_d | H_{dp}^{\square} | (P\bar{\phi})_{ok}^{(+)} \rangle \right|^2 \quad (3.43)$$

Здесь суммирование ведется по всем открытым каналам. Величина  $\Gamma_d^{\downarrow}$  - есть ширина распада “входного” состояния, связанная с переходом из “входного” состояния в компаунд-состояние более сложной структуры:

$$\Gamma_d^{\downarrow} = 2\pi \left| \langle \phi_d | H_{dq}^{\square} | \phi_q \rangle \right|_{av}^2 / D_q \quad (3.44)$$

Здесь  $|\phi_q\rangle$  - собственные значения оператора  $H_{qq}^{\square}$ :

$$H_{qq}^{\square} |\phi_q\rangle = E_q |\phi_q\rangle \quad (3.45)$$

$D_q$  - среднее “расстояние” между уровнями сложных компаунд-состояний:

$$D_q = \Delta E / n_q \quad (3.46),$$

где  $n_q$  - число сложных компаунд-состояний в интервале  $\Delta E$ .

В  $\Gamma_d^{\downarrow}$  усреднение (av) проводится по состояниям  $|\phi_q\rangle$ , содержащимся в этом энергетическом интервале.

Переходя от матрицы переходов к интегральному сечению рассеяния, получаем:

$$\sigma_e = \frac{\pi}{k^2} \frac{\left( \Gamma_d^{\uparrow} \right)^2}{(E - E'_d)^2 + \Gamma_d^2 / 4} \quad (3.47)$$

В этом выражении опущен спиновый множитель,  $\Gamma_d$  - полная ширина:

$$\Gamma_d = \Gamma_d^{\uparrow} + \Gamma_d^{\downarrow} \quad (3.48)$$

Для максимального значения сечения резонансного рассеяния через стадию образования “входного” состояния будем иметь:

$$\sigma_{\max, e} = \frac{4\pi}{k^2} \frac{1}{\left( 1 + \frac{\Gamma_d^{\downarrow}}{\Gamma_d^{\uparrow}} \right)^2} \quad (3.49)$$

Формула (3.49) описывает сечение упругого рассеяния. Аналогичные формулы могут быть получены для описания резонансного неупругого рассеяния (см. § 7), при этом вводятся в рассмотрение парциальные ширины распада в неупругие каналы. Из (3.49) следует, что чем меньше отношение  $\Gamma_d^{\downarrow} / \Gamma_d^{\uparrow}$ , тем больше

сечение резонансного рассеяния. Большие значения величины  $\Gamma_d^\downarrow / \Gamma_d^\uparrow$  приводят к “размыванию” резонансной структуры и уменьшению величины сечения.

Сформулируем **условия проявления и наблюдения промежуточной структуры** в энергетической зависимости сечений рассеяния. Прежде всего должно быть выполнено условие:

$$\Gamma_d^\uparrow / D_d \ll 1 \quad (3.50),$$

где  $D_d$  - “расстояние” между “входными” состояниями. Соотношение (3.50) означает, что резонансы должны быть достаточно изолированными. При сильном перекрытии энергетическая зависимость сглаживается и сечение уменьшается. Второе условие обсуждалось выше, оно сводится к тому, что:

$$\Gamma_d^\downarrow / \Gamma_d^\uparrow \ll 1 \quad (3.51)$$

Наконец, для наблюдения промежуточной структуры необходимо выполнение условия

$$\Delta E \ll \Gamma_d^\uparrow \quad (3.52),$$

т.е. энергетическое разрешение  $\Delta E$  экспериментальной установки (сюда входят монохроматизм пучка, качество детектирования и т.п.) должно быть достаточным для наблюдения промежуточной структуры.

4. Ярким примером “входных” состояний являются так называемые **изобар-аналоговые резонансы** (ИАР), образующиеся при упругом и неупругом рассеянии протонов на ядрах. В силу **изотопической инвариантности** протон и нейтрон можно рассматривать как два различных зарядовых состояния **нуклона**. Эти состояния являются собственными состояниями оператора квадрата изотопического спина и его проекции:

$$\hat{t}^2 |t_z\rangle = t(t+1) |t_z\rangle \quad (3.53)$$

$$\hat{t}_z |t_z\rangle = t_z |t_z\rangle \quad (3.54)$$

Изотопический спин нуклона равен  $1/2$ , для нейтрона  $t_z = 1/2$ , а для протона  $t_z = -1/2$ . Таким образом, протонное и нейтронное состояния могут быть записаны в виде:

$$|n\rangle = \left| \frac{1}{2} \frac{1}{2} \right\rangle \quad |p\rangle = \left| \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \right\rangle \quad (3.55)$$

Оператор полного изотопического спина ядра находится в схеме векторного сложения:

$$\hat{T}^2 = \hat{t}_1^2 + \hat{t}_2^2 + \dots + \hat{t}_A^2 \quad (3.56),$$

а оператор проекции изотопического спина определяется выражением:

$$\hat{T}_z = \hat{t}_{1z} + \hat{t}_{2z} + \dots + \hat{t}_{Az} \quad (3.57)$$

Для значения  $T_z$  в ядре  $A(N,Z)$  будем иметь:

$$T_z = (N - Z) / 2 \quad (3.58)$$

Величина изоспина может принимать следующие значения:

$$T = T_z, T_z + 1, T_z + 2, \dots \quad (3.59)$$

Нижнее состояние ядер имеет  $T = T_z$ , для высоковозбужденных состояний  $T = T_z + 1$ . Ядерные системы с одним и тем же значением  $T$  и различными значениями  $T_z$  образуют **изотопический мультиплет**. Возбужденные состояния

ядра  $A(N,Z)$  с  $T = T_z + 1$  и  $T_z = (N - Z)/2$  являются **изобар-аналоговыми состояниями** (ИАС) нижних состояний ядра  $A(N+1,Z-1)$  с  $T = T_z'$  и  $T_z' = [(N + 1) - (Z - 1)]/2 = T_z + 1$ . В силу изотопической инвариантности спектр возбужденных состояний ядра  $A(N,Z)$  подобен спектру нижних состояний ядра  $A(N+1,Z-1)$ . ИАС могут лежать в ядре  $A(N,Z)$  выше энергии связи протона, таким образом, при образовании этих состояний как состояний компаунд-системы в рассеянии протонов они проявляются как **изобар-аналоговые резонансы (ИАР)**. Соответствующая реакция схематически может быть изображена в виде:



В случае рассеяния с образованием ИАР как “входных” состояний выполняется условие (3.50). Хотя ИАР находятся в континууме состояний с  $T = T_z$ , они как состояния с  $T = T_z + 1$ , являясь ИАС, достаточно изолированы. Выполняется также условие (3.51). Для ИАР состояния с более сложной структурой являются состояниями с  $T = T_z$ , а связь между состояниями с различным изоспином мала из-за приближенного сохранения изоспина. Таким образом, в случае образования ИАР может проявиться промежуточная структура в энергетической зависимости сечений, что и было установлено в экспериментах по рассеянию протонов.