

§ 13. Теория Хаузера-Фешбаха.

1. Следуя Хаузеру и Фешбаху выразим сечения компаунд-процессов через средние значения ширин. Будем исходить из формализма Брейта-Вигнера. Для элемента S-матрицы при наличии прямого и резонансного механизмов имеем :

$$S_{\alpha\beta} = S_{\alpha\beta}^d - i2\pi \exp[i(\delta_\alpha + \delta_\beta)] \cdot \sum_s \frac{\gamma_{s\alpha}\gamma_{s\beta}}{E - E_s + i\Gamma_s/2} \quad (5.17)$$

Предположим, что в интервале ΔE содержится много резонансов, причем:
 $D \gg \Gamma$,

т.е. используем приближение изолированных резонансов. Для элемента S-матрицы резонансного упругого рассеяния получаем из (5.17):

$$S_{\alpha\alpha}^r = -i2\pi \exp(2i\delta_\alpha) \cdot \sum_s \frac{\gamma_{s\alpha}^2}{E - E_s + i\Gamma_s/2} \quad (5.18)$$

“Уничтожая” комплексность в знаменателе (5.18), будем иметь:

$$S_{\alpha\alpha}^r = -i \exp(2i\delta_\alpha) \cdot \sum_s \frac{(E - E_s) - i\Gamma_s/2}{(E - E_s)^2 + \Gamma_s^2/4} \Gamma_{s\alpha} \quad (5.19),$$

где $\Gamma_{s\alpha} = 2\pi\gamma_{s\alpha}^2$

Усредним это выражение по энергетическому интервалу ΔE :

$$S_{\alpha\alpha}^r = -i \exp(2i\delta_\alpha) \cdot \sum_s \frac{1}{\Delta E} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{[(E - E_s) - i\Gamma_s/2]}{(E - E_s)^2 + \Gamma_s^2/4} dE \cdot \Gamma_{s\alpha} \quad (5.20)$$

В (5.20) для каждого резонанса, т.е. для каждого слагаемого в \sum_s произведена

замена:

$$\int_{E_s - \frac{\Delta E}{2}}^{E_s + \frac{\Delta E}{2}} dE \rightarrow \int_{-\infty}^{+\infty} dE \quad (5.21)$$

Поскольку $\Delta E \gg \Gamma_s$, такая замена обоснована. После замены переменной $E - E_s = x$ интегралы, входящие в (5.20), сводятся к следующим интегралам:

$$I_1 = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{xdx}{x^2 + a^2} \quad (5.22)$$

$$I_2 = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dx}{x^2 + a^2} \quad (5.23)$$

Интеграл I_1 равен нулю, поскольку подынтегральная функция является нечетной функцией. Интеграл I_2 легко вычисляется:

$$I_2 = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dx}{x^2 + a^2} = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{1}{a} \cdot \frac{dy}{y^2 + 1} = \frac{\pi}{a}$$

Используя этот результат, вместо (5.20) получаем:

$$\begin{aligned} S_{\alpha\alpha}^r &= -\exp(2i\delta_\alpha) \cdot \frac{1}{\Delta E} \sum_s \frac{\Gamma_{s\alpha} \Gamma_s/2 \cdot 2\pi}{\Gamma_s} = \\ &= -\exp(2i\delta_\alpha) \cdot \frac{\pi}{\Delta E} \sum_s \Gamma_{s\alpha} \end{aligned} \quad (5.24)$$

Усредним (5.24) по парциальным ширинам :

$$\sum_s \Gamma_{s\alpha} = N \langle \Gamma_\alpha \rangle \quad (5.25)$$

Здесь N – число резонансов в интервале ΔE . Введя среднее расстояние между резонансами $D = \Delta E / N$, будем иметь для элемента S -матрицы:

$$S_{\alpha\alpha}^r = -\exp(2i\delta_\alpha) \cdot \frac{\pi \langle \Gamma_\alpha \rangle}{D} \quad (5.26)$$

Добавляя слагаемое в S -матрице, связанное с потенциальным рассеянием, получаем:

$$S_{\alpha\alpha} = \exp(2i\delta_\alpha) \left\{ 1 - \frac{\pi \langle \Gamma_\alpha \rangle}{D} \right\} \quad (5.27)$$

Используя соотношение (5.7), выразим проницаемости через усредненные ширины:

$$T_\alpha = 1 - \left| \langle S_{\alpha\alpha} \rangle \right|^2 = 1 - \left| 1 - \frac{\pi \langle \Gamma_\alpha \rangle}{D} \right|^2 \quad (5.28)$$

В приближении изолированного резонанса ($\langle \Gamma_\alpha \rangle / D \ll 1$) будем иметь:

$$\left| 1 - \frac{\pi \langle \Gamma_\alpha \rangle}{D} \right|^2 \approx 1 - 2\pi \frac{\langle \Gamma_\alpha \rangle}{D} = 1 - \tau_\alpha \quad (5.29)$$

Величина τ_α по определению равна $2\pi \frac{\langle \Gamma_\alpha \rangle}{D}$. Это есть **силовая функция**.

Силовая функция является одним из центральных понятий ядерной физики. В зависимости от природы резонанса и его квантовых чисел различают **радиационную, нейтронную, S-волновую, P-волновую** и т.д. силовые функции. Из сравнения формул (5.28) и (5.29) следует, что в приближении изолированного резонанса проницаемость совпадает с силовой функцией:

$$T_\alpha \approx \tau_\alpha = \frac{2\pi \langle \Gamma_\alpha \rangle}{D} \quad (5.30)$$

Подставляя (5.30) в выражение для сечения (5.16), получаем **формулу Хаузера-Фешбаха**.

$$\sigma_{\alpha\beta}^{X\Phi} = \frac{\pi}{k_\alpha^2} \cdot \frac{2\pi}{D} \cdot \frac{\langle \Gamma_\alpha \rangle \langle \Gamma_\beta \rangle}{\langle \Gamma \rangle} \quad (5.31)$$

Формула (5.16) и ее аналог в терминах усредненных ширин (5.31) являются выражениями для теоретических сечений, в которых элементы усредненной S -матрицы (см.(5.28)) могут быть вычислены, например, в рамках оптической модели. В эксперименте же происходит усреднение не элементов S -матрицы, а сечений. Для интегрального сечения резонансного неупругого рассеяния имеем:

$$\sigma_{\alpha\beta} = \frac{\pi}{k_\alpha^2} \cdot \sum_s \frac{\Gamma_{s\alpha} \Gamma_{s\beta}}{(E - E_s)^2 + \Gamma_s^2 / 4} \quad (5.32)$$

Проведем в (5.32) усреднение по энергии:

$$\frac{1}{\Delta E} \sum_s \int \frac{\Gamma_{s\alpha} \Gamma_{s\beta}}{(E - E_s)^2 + \Gamma_s^2 / 4} dE = \frac{2\pi}{\Delta E} \cdot \sum_s \frac{\Gamma_{s\alpha} \Gamma_{s\beta}}{\Gamma_s} \quad (5.33)$$

После усреднения по резонансам получаем для экспериментального сечения рассеяния:

$$\langle \sigma_{\alpha\beta} \rangle_{\text{эксп}} = \frac{\pi}{k_\alpha^2} \cdot \frac{2\pi}{D} \cdot \left\langle \frac{\Gamma_\alpha \Gamma_\beta}{\Gamma} \right\rangle \quad (5.34)$$

Выражения (5.31) и (5.34) могут приводить к различным результатам в случае сильной флуктуации ширин. Молдауэр предложил к формуле (5.31) поправку на

флуктуации ширин. **Формула Хаузера-Фешбаха-Молдауэра** имеет следующий вид:

$$\sigma_{\alpha\beta}^{X\Phi M} = \frac{\pi}{k_{\alpha}^2} \cdot \frac{2\pi}{D} \cdot \frac{\langle \Gamma_{\alpha} \rangle \langle \Gamma_{\beta} \rangle}{\langle \Gamma \rangle} W_{\alpha\beta} \quad (5.34')$$

где $W_{\alpha\beta}$ - корреляционная функция:

$$W_{\alpha\beta} = \frac{\langle \frac{\Gamma_{\alpha} \Gamma_{\beta}}{\Gamma} \rangle}{\langle \Gamma_{\alpha} \rangle \langle \Gamma_{\beta} \rangle} \quad (5.35)$$

Корреляционная функция тем больше отлична от единицы, чем больше флуктуация ширин. Поэтому величину $W_{\alpha\beta}$ называют также поправкой на флуктуацию ширин, а формулу (5.34') - соответственно, формулой для интегрального сечения с поправкой на флуктуацию ширин. Используя соотношение (5.30), получаем выражение для интегрального сечения через проницаемости:

$$\sigma_{\alpha\beta}^{X\Phi M} = \frac{\pi}{k_{\alpha}^2} \cdot \frac{T_{\alpha} T_{\beta}}{\sum_i T_i} W_{\alpha\beta} \quad (5.36)$$

Чтобы вычислить величину $W_{\alpha\beta}$, необходимо задать **статистическое распределение** отношения $x = \Gamma / \langle \Gamma \rangle$. Обычно применяют **распределение Портгера-Томаса**:

$$P(x)dx = (2\pi x)^{-1/2} e^{-1/2x} dx \quad (5.37)$$

В результате для $W_{\alpha\beta}$ получаем интегральное представление в следующем виде:

$$W_{\alpha\beta} = (1 + 2\delta_{\alpha\beta}) \left(\sum_i T_i \right) \int_0^{\infty} (1 + 2xT_{\alpha})^{-1} (1 + 2xT_{\beta})^{-1} \prod_i (1 + 2xT_i)^{-1/2} dx \quad (5.38)$$

2. Рассмотрим форму угловых распределений рассеянных частиц в статистических процессах. Пусть \vec{l} - орбитальный момент налетающего нуклона в соответствующей парциальной волне, а \vec{I} - момент ядра-мишени. Тогда имеем следующую схему сложения моментов:

$$\left. \begin{aligned} \vec{l} + \vec{s} &= \vec{j} \\ \vec{j} + \vec{I} &= \vec{J} \end{aligned} \right\} \quad (5.39)$$

Здесь \vec{J} - полный момент составной системы (компаунд-ядра). Аналогична схема сложения моментов в выходном канале. С учетом (5.36) для T-матрицы в представлении моментов можно записать:

$$\langle j'l'l'J | \vec{T} | jllJ \rangle = \left(\frac{T_{j'l'l'J} T_{jllJ}}{\sum_{j''l''J} T_{j''l''J}} W_{j'l'l'J, jllJ} \right)^{1/2} \quad (5.40)$$

Осуществим в соответствии с формулой (4.67) переход к выражению для T-матрицы в импульсном представлении, а затем к дифференциальному сечению рассеяния:

$$\langle j'l'I'J | T^{\parallel} jllJ \rangle \rightarrow \langle \bar{k}'sI' | T^{\parallel} \bar{k}sI \rangle \rightarrow \frac{d\sigma}{d\Omega} \quad (5.41)$$

В результате получим:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{\pi^2 \mu^2}{\hbar^4} \cdot \frac{k'}{k} \cdot \frac{1}{2s+1} \sum_L B_L P_L(\cos\theta) \quad (5.42)$$

$$B_L = \sum_{lj'l'J} (-1)^{l'-l} (2J+1)^2 Z(lj|j|\frac{1}{2}L) Z(l'j'l'j'|\frac{1}{2}L) \cdot \\ \cdot W(jJjJ|lL) W(j'Jj'J|l'L) \cdot |\langle j'l'I'J | T^{\parallel} jllJ \rangle|^2 \quad (5.43)$$

При выводе выражения (5.43) сделано предположение об **отсутствии интерференции** между парциальными амплитудами во входном и выходном каналах. Вследствие этого предположения в формуле (5.43) в отличие от (4.72) отсутствует $\sum_{\tilde{l}\tilde{j}\tilde{l}'\tilde{j}'}$. В результате Z-коэффициенты в (5.43) содержат одинаковые

квантовые числа, соответственно, lj и $l'j'$. В силу свойств Z-коэффициентов они отличны от нуля, если суммы $(l+l+L)$ и $(l'+l'+L)$ равны четным числам, т.е. если выполняются условия:

$$2l+L=2n, \quad 2l'+L=2k \quad (5.44)$$

Из этих условий следует, что L может принимать только четные значения, и в разложении (5.42) присутствуют полиномы Лежандра четной степени. С учетом соотношений (4.73), (4.75) и (4.76) получаем, что основной вклад в угловое распределение рассеянных частиц будет **изотропным** и дополнительный вклад будет **симметричным относительно 90°**. Если предположение об отсутствии интерференции не выполняется, то угловые распределения будут несимметричны относительно 90°. Наблюдаемая на эксперименте картина угловых распределений может быть, таким образом, критерием проверки предположения об отсутствии или наличии интерференции.

3. Формула Хаузера-Фешбаха-Молдауэра была получена при использовании ряда допущений, из которых основное допущение это предположение о малости величины $\langle \Gamma \rangle / D$. С ростом энергии налетающей частицы это отношение растет, т.к., с одной стороны, уменьшается D из-за увеличения плотности компаунд-состояний, а, с другой стороны, увеличивается $\langle \Gamma \rangle$ из-за увеличения числа каналов распада. При энергии налетающей частицы, равной несколько мегаэлектронвольт, отношение $\langle \Gamma \rangle / D$ может быть значительно больше единицы. Увеличение $\langle \Gamma \rangle$, как было показано ранее, ведет к уменьшению времени жизни компаунд-состояния, что в свою очередь ставит под сомнение основную статистическую гипотезу- гипотезу Н.Бора о независимости способа распада компаунд-ядра от способа его образования. В случае малого времени жизни составная система не успевает “забыть” о своем происхождении. Возникает вопрос: справедлива ли при таких энергиях теория Хаузера-Фешбаха-Молдауэра и почему она “работает”? Ответ на поставленный вопрос дан в исследованиях, которые проведены в работах Вайденмюллера. В этих работах на основе единой теории ядерных реакций Фешбаха (см. глава IV) построена статистическая теория ядерных реакций, в которой: 1) учтены корреляции в каналах образования и распада компаунд-состояний; 2) не используется предположение о малости $\langle \Gamma \rangle / D$; 3) учтены корреляции между уровнями составного ядра. Были получены следующие выводы. Если число открытых каналов велико, то все дополнительные эффекты компенсируют друг друга и формула Хаузера-Фешбаха-Молдауэра

“работает”. Если же число открытых каналов невелико, то необходима модификация теории Хаузера-Фешбаха-Молдауэра.

4. Рассмотрим применение статистической теории к анализу экспериментальных данных. Чтобы построить теоретическое сечение и сравнить его с экспериментальным, необходимо вычислить сумму в знаменателе выражения

(5.40), т.е. $\sum_{j''l''I''} T_{j''l''I''J}$. Эта сумма включает в себя проницаемости возможных

каналов распада, в то время как квантовые характеристики известны только для нижних состояний. Кроме того, чтобы воспользоваться оптической моделью для расчета проницаемостей, нужно знать параметры соответствующих ОП. Таким образом, $\sum_{j''l''I''} T_{j''l''I''J}$ может быть представлена в виде:

$$\sum_i T_i = \sum_i T_i' + \int \rho(E, J^\pi) T(E, J^\pi) dE \quad (5.45),$$

где $\sum_i T_i'$ содержит сумму по проницаемостям для каналов, квантовые характеристики (энергия, спин и т.д.) которых известны. Второе слагаемое в (5.45) включает в себя интеграл по всем остальным каналам. Для вычисления этого интеграла необходимо задать модель плотности состояний $\rho(E, J^\pi)$. Простейшая такая модель – это модель ферми-газа – с учетом распределения по спинам дает следующее выражение для плотности состояний:

$$\rho(U, J) = \frac{2J+1}{24\sqrt{2}a^{1/4}U^{5/4}\sigma^3} \exp\left[(2aU)^{1/2} - \frac{(J + 1/2)^2}{(\sqrt{2}\sigma)^2}\right] \quad (5.46)$$

В этой формуле U – энергия возбуждения ядра, a – параметр плотностной зависимости, σ – спиновый параметр. Можно видеть, что фактор в (5.46), связанный с зависимостью от спина, представляет собой гауссово распределение, а параметр σ характеризует ширину (размытость) этого распределения. Таким образом, выражение (5.46) содержит два свободных параметра: a и σ .

В формуле (5.46) не учтен целый ряд факторов. В современных исследованиях применяется модификация (5.46), в которой учитываются следующие эффекты: 1) парные корреляции, при этом U заменяется на эффективное значение $U_{\text{эфф}}$; 2) оболочечные эффекты, в этом случае параметр a не полагается постоянным, как в модели ферми-газа, а предполагается зависящим от энергии возбуждения, т.е. $a = a(U)$; 3) различия между четно-четными, нечетно-четными и нечетно-нечетными ядрами; 4) сверхтекучесть; 5) статическая деформация ядер; 6) коллективные эффекты и др.

При низких энергиях налетающих частиц (для нуклонов $E_N < 15$ МэВ) вклад в сечение рассеяния дают как прямые, так и статистические процессы. Чтобы более достоверно определить значения параметров a и σ , одновременно изучается для данного ядра-мишени упругое рассеяние и неупругое рассеяние с возбуждением ряда конечных состояний ядра-мишени. Отбирается по форме углового распределения (изотропия или слабая анизотропия, симметричная относительно 90°) конечное состояние, для которого статистический механизм рассеяния считается преобладающим. Соответствующий уровень ядра-мишени называется **реперным**. Для реперного уровня вычисляется по статистической теории сечение рассеяния, теоретическое сечение сравнивается с экспериментальным и из этого сравнения определяются значения параметров a и σ . Из сравнения теоретических сечений с экспериментальными в этих случаях извлекается вклад

прямого механизма в сечение рассеяния. Этот вклад анализируется по одной из моделей прямых ядерных реакций.

5. Как отмечалось в начале этой главы, привлечение статистических представлений необходимо при описании реакций с возбуждением высоколежащих состояний в ядре-остатке.

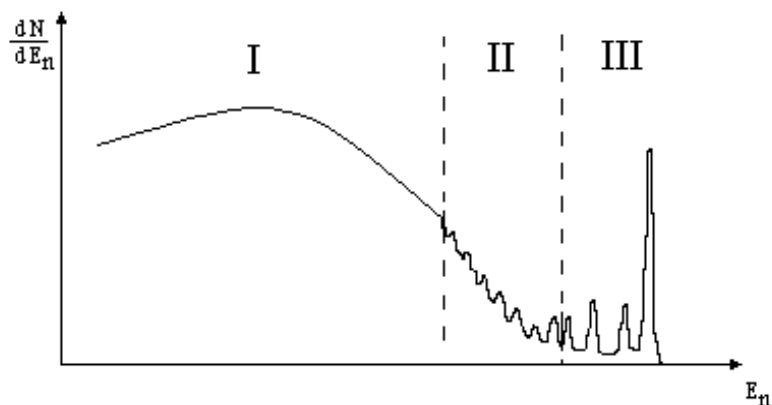


Рис.5.1.

На рис.5.1. изображен энергетический спектр вторичных нейтронов, образующихся при взаимодействии налетающей частицы с ядром-мишенью. В этом спектре можно выделить три характерных области: I – широкий максимум, соответствующий длительной стадии равновесного состояния компаунд-системы; эта часть спектра обычно описывается в рамках статистической испарительной модели; II – область, содержащая изолированные пики, отвечающие дискретным уровням ядра-остатка; эта область спектра описывается на основе моделей прямых ядерных реакций; III – промежуточная область, переходная от дискретных пиков к широкому максимуму; эта область соответствует переходным **предравновесным процессам**; имеются альтернативные теоретические подходы к описанию этой части спектра: модели **предравновесной эмиссии** (экситонные и т.п.) и модели **многоступенчатых прямых процессов**.