

Экзамен. Поперечность световых волн.

Подставим вещественное решение волнового уравнения для векторов \vec{E} и \vec{B} в виде плоских монохроматических волн в уравнения Максвелла и проверим, являются ли они решениями уравнений Максвелла.

$$\vec{E} = \text{Re}(\vec{\tilde{E}}) = \text{Re}\left(\tilde{E}_0 e^{i((\vec{k}, \vec{r}) - \omega t)}\right) \quad \vec{B} = \text{Re}(\vec{\tilde{B}}) = \text{Re}\left(\tilde{B}_0 e^{i((\vec{k}, \vec{r}) - \omega t)}\right)$$

Для нас будет важно, что оба поля зависят от координат и времени только через их комбинацию в виде $((\vec{k}, \vec{r}) - \omega t)$. Обозначим эту комбинацию буквой $\varphi = ((\vec{k}, \vec{r}) - \omega t)$.

φ — это фаза волны без учета начальной фазы φ_0 , которая спрятана в комплексных амплитудах \tilde{E}_0 и \tilde{B}_0 и может оказаться различной для различных проекций векторов $\vec{E}(\varphi)$ и $\vec{B}(\varphi)$.

Рассмотрим производную по времени, например, от вектора $\vec{E}(\varphi)$:

$$\frac{\partial \vec{E}(\varphi)}{\partial t} = \frac{d\vec{E}(\varphi)}{d\varphi} \cdot \frac{\partial \varphi}{\partial t} = \frac{d\vec{E}(\varphi)}{d\varphi} \cdot \frac{\partial((\vec{k}, \vec{r}) - \omega t)}{\partial t} = -\omega \cdot \frac{d\vec{E}(\varphi)}{d\varphi}.$$

Что в операторном виде можно записать, как:

$$\frac{\partial \cdot}{\partial t} = -\omega \frac{d \cdot}{d\varphi}.$$

Рассмотрим производную от вектора $\vec{E}(\varphi)$ по x координате:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \vec{E}(\varphi)}{\partial x} &= \frac{d\vec{E}(\varphi)}{d\varphi} \cdot \frac{\partial \varphi}{\partial x} = \frac{d\vec{E}(\varphi)}{d\varphi} \cdot \frac{\partial((\vec{k}, \vec{r}) - \omega t)}{\partial x} = \\ &= \frac{d\vec{E}(\varphi)}{d\varphi} \cdot \frac{\partial(k_x x + k_y y + k_z z - \omega t)}{\partial x} = k_x \cdot \frac{d\vec{E}(\varphi)}{d\varphi} \end{aligned}$$

Тогда для вещественной плоской монохроматической волны:

$$\frac{\partial \cdot}{\partial x} = k_x \frac{d \cdot}{d\varphi}.$$

Тогда

$$\vec{\nabla} = \vec{e}_x \frac{\partial}{\partial x} + \vec{e}_y \frac{\partial}{\partial y} + \vec{e}_z \frac{\partial}{\partial z} = \vec{e}_x k_x \frac{d}{d\varphi} + \vec{e}_y k_y \frac{d}{d\varphi} + \vec{e}_z k_z \frac{d}{d\varphi} = \vec{k} \frac{d}{d\varphi}.$$

Теперь вернемся к рассмотрению уравнений Максвелла для вещественных плоских монохроматических волн.

$$\text{div}(\vec{D}) = 0 \Leftrightarrow (\vec{\nabla}, \vec{D}) = 0 \Rightarrow \left(\vec{k} \frac{d}{d\varphi}, \vec{D} \right) = 0 \Rightarrow \frac{d}{d\varphi} (\vec{k}, \vec{D}) = 0$$

$$\Rightarrow (\vec{k}, \vec{D}) = \text{const}.$$

Константа в правой части равенства не зависит ни от координат, ни от времени. Рассмотрим это равенство в некоторый момент времени, а затем рассмотрим его же в другой момент времени через половину периода световой волны. Каждая проекция вектора \vec{D} через половину периода меняет знак, вектор \vec{k} от времени не зависит, следовательно, левая часть равенства меняет знак через половину периода. Правая часть равенства тоже обязана менять знак через половину периода, но она не может измениться, так как она — константа. Такое возможно только при условии, что константа равна нулю. Тогда $(\vec{k}, \vec{D}) = 0$.

Следовательно

$$\vec{D} \perp \vec{k} \quad \Rightarrow \quad \vec{E} \perp \vec{k}.$$

Аналогично из равенства $\text{div}(\vec{B}) = 0$ получаем $\vec{B} \perp \vec{k}$.

$$\text{Рассмотрим равенство } \text{rot}(\vec{E}) = -\frac{1}{c} \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad \Rightarrow \quad [\vec{\nabla}, \vec{E}] = -\frac{1}{c} \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad \Rightarrow$$

$$\left[\vec{k} \frac{d}{d\varphi}, \vec{E} \right] = -\frac{1}{c} (-\omega) \frac{d}{d\varphi} \vec{B} \quad \Rightarrow \quad \frac{d}{d\varphi} [\vec{k}, \vec{E}] = \frac{\omega}{c} \frac{d}{d\varphi} \vec{B} \quad \Rightarrow$$

$$\frac{d}{d\varphi} \left\{ [\vec{k}, \vec{E}] - \frac{\omega}{c} \vec{B} \right\} = 0 \quad \Rightarrow \quad [\vec{k}, \vec{E}] - \frac{\omega}{c} \vec{B} = \text{const} \quad \Rightarrow$$

$$[\vec{k}, \vec{E}] - \frac{\omega}{c} \vec{B} = 0 \quad \Rightarrow \quad [\vec{k}, \vec{E}] = \frac{\omega}{c} \vec{B} \quad \Rightarrow \quad \vec{E} \perp \vec{B}.$$

Тогда векторы $\vec{E}, \vec{B}, \vec{k}$, образуют правую тройку взаимно ортогональных векторов в каждой точке пространства и в каждый момент времени.

Сравним с тройкой векторов $\vec{E}, \vec{H}, \vec{S}$, где \vec{S} — вектор Пойнтинга. Из равенства $\vec{S} = \frac{c}{4\pi} [\vec{E}, \vec{H}]$ с учетом ортогональности векторов \vec{E}, \vec{H} получим, что векторы $\vec{E}, \vec{H}, \vec{S}$ тоже образуют правую тройку взаимно ортогональных векторов. Следовательно

$\vec{k} \uparrow \uparrow \vec{S}$ — в прозрачной изотропной среде.

Позднее при рассмотрении кристаллооптики мы получим, что в анизотропной среде векторы \vec{k} и \vec{S} не параллельны. При этом вектор \vec{k} показывает направление движения поверхности равных фаз, а вектор \vec{S} показывает направление движения энергии электромагнитного поля.

В результате рассмотрения этого вопроса приходим к выводу. Для того, чтобы плоские электромагнитные волны были бы решением уравнений

Максвелла необходимо, чтобы волны были поперечны $\begin{cases} \vec{E} \perp \vec{k} \\ \vec{B} \perp \vec{k} \end{cases}$, а электрическое

поле ортогонально магнитному полю $\vec{E} \perp \vec{B}$.

Для того чтобы плоские электромагнитные волны были решением системы уравнений Максвелла, требуется выполнение определенного соотношения величин векторов \vec{E} и \vec{B} , которое обсуждается в следующем вопросе.

Экзамен. Соотношение полей E и H в бегущей световой волне.

Из условия $\vec{k} \perp \vec{E}$ получим $\sin(\vec{k}, \vec{E}) = 1$. Тогда $[[\vec{k}, \vec{E}]] = kE$. Применим

этот результат к левой части равенства $[[\vec{k}, \vec{E}]] = \frac{\omega}{c} \vec{B}$ и получим $kE = \frac{\omega}{c} B \Rightarrow$

$$cE = \frac{\omega}{k} B \Rightarrow cE = V_{\phi} B \Rightarrow cE = \frac{c}{n} B \Rightarrow B = nE \Rightarrow$$

$$B = \sqrt{\epsilon\mu} E \Rightarrow \mu H = \sqrt{\epsilon\mu} E \Rightarrow \sqrt{\epsilon} E = \sqrt{\mu} H$$

$$\frac{\epsilon E^2}{8\pi} = \frac{\mu H^2}{8\pi} \text{ — в бегущей световой волне энергия электрического поля}$$

равна энергии магнитного поля.

$$\text{В системе СИ: } \frac{\epsilon_0 \epsilon E^2}{2} = \frac{\mu_0 \mu H^2}{2} \Leftrightarrow \sqrt{\epsilon_0 \epsilon} E = \sqrt{\mu_0 \mu} H.$$

В вакууме:

$$\begin{cases} E = B \\ \vec{E} \perp \vec{B} \end{cases} \text{ — в каждой точке и в каждый момент времени.}$$

Если хотя бы одно из двух условий не выполнено, то через эту точку в пространстве проходит не одна волна, а несколько волн в разных направлениях.

Экзамен. Интенсивность света.

Об интенсивности света говорят только либо для одной бегущей волны, либо для суммы волн, которые бегут почти в одном направлении.

По определению интенсивности:

$$I \equiv \langle |\vec{S}| \rangle_t, \text{ где } \vec{S} = \frac{c}{4\pi} [\vec{E}, \vec{H}] \text{ — вектор Пойнтинга, в системе СИ вектор}$$

$$\text{Пойнтинга } \vec{S} = [\vec{E}, \vec{H}] \text{ и } I \equiv \langle |\vec{S}| \rangle_t.$$

Интенсивность света I — усредненная по времени плотность потока энергии, то есть энергия, которая в единицу времени протекает через единицу площади, если площадка перпендикулярна свету.

Под временем усреднения подразумевают время реакции приемника света. Ни один приемник света не успевает реагировать на каждое оптическое колебание в отдельности. Иногда удобно считать, что время усреднения бесконечно.

Выразим интенсивность через вещественные поля E и H :

$$I \equiv \langle |\vec{S}| \rangle_t = \frac{c}{4\pi} \langle |[\vec{E}, \vec{H}]| \rangle_t = \frac{c}{4\pi} \langle EH \rangle_t = \frac{c}{4\pi} \left\langle E \cdot \sqrt{\frac{\varepsilon}{\mu}} E \right\rangle_t = \frac{c\sqrt{\varepsilon\mu}}{4\pi\mu} \langle E^2 \rangle_t = \frac{cn}{4\pi\mu} \langle E^2 \rangle_t$$

$$I = \frac{cn}{4\pi\mu} \langle E^2 \rangle_t \quad \text{— интенсивность света выражается через электрическое}$$

поле, а не через магнитное, так как воздействие света на вещество в основном сводится к воздействию именно электрического поля.

$$\langle E^2 \rangle_t = \langle E_0^2 \cdot \cos^2(\omega t) \rangle_t = \frac{1}{2} E_0^2 = \frac{1}{2} |\tilde{E}_0|^2 \quad \Rightarrow$$

$$I = \frac{cn}{4\pi\mu} \langle E^2 \rangle_t = \frac{cn}{8\pi\mu} E_0^2 = \frac{cn}{8\pi\mu} |\tilde{E}_0|^2.$$

Интенсивность света обычно рассматривается в вакууме, в этом случае выражение для интенсивности упрощается: $I = \frac{c}{4\pi} \langle E^2 \rangle_t = \frac{c}{8\pi} E_0^2 = \frac{c}{8\pi} |\tilde{E}_0|^2$.

$$\text{В системе СИ: } I = \frac{\varepsilon_0 cn}{\mu} \langle E^2 \rangle_t = \frac{\varepsilon_0 cn}{2\mu} |\tilde{E}_0|^2 = \frac{\varepsilon_0 cn}{2\mu} E_0^2.$$

Поляризация света.

Экзамен. Линейная поляризация.

Рассмотрим свет, который распространяется вдоль оси z , тогда $\vec{S} \uparrow \uparrow \vec{k} \uparrow \uparrow \vec{e}_z$.

Электромагнитные волны поперечны, следовательно, $\vec{E} \perp \vec{k} \uparrow \uparrow \vec{e}_z$. Тогда вектор \vec{E} лежит в плоскости x, y и может быть выражен следующим образом $\vec{E} = E_x \vec{e}_x + E_y \vec{e}_y$.

Пусть $E_y = 0$ во все моменты времени, тогда $\vec{E} = E_x \vec{e}_x$, то есть вектор \vec{E} все время направлен вдоль одной линии.

Такой свет называют линейно поляризованным. Эту же поляризацию называют плоской поляризацией. При этом плоскость поляризации — это плоскость векторов \vec{E} и \vec{k} .

Для линейной поляризации удобно ввести единичный вектор поляризации

$$\vec{e}_p \parallel \vec{E} \quad \Rightarrow \quad \vec{e}_p \perp \vec{k}.$$

С учетом единичного вектора поляризации \vec{e}_p получаем для линейной поляризации света

$$\vec{E} = E_0 \vec{e}_p e^{i((\vec{k}, \vec{r}) - \omega t + \varphi_0)}, \quad \text{где}$$

E_0 — вещественная амплитуда света. Чуть позже выяснится, что в таком же виде может быть выражен свет и любой другой поляризации.

Факультатив. Старое определение плоскости поляризации.

Заметим, что исторически плоскостью поляризации называли не плоскость векторов \vec{E} и \vec{k} , а перпендикулярную ей плоскость векторов \vec{B} и \vec{k} .

Причина в том, что поляризованный свет впервые был получен при отражении света, падающего на границу сред под углом Брюстера. Плоскостью поляризации отраженного света первоначально называли плоскость падения света.

Сегодня плоскость поляризации связана с вектором \vec{E} , так как на среду действует именно вектор \vec{E} , а не вектор \vec{B} .

Экзамен. Расширенное понятие интерференции, механизм поглощения света, механизм уменьшения фазовой скорости света.

При сложении световых волн интенсивность света в каких-то точках становится больше суммы интенсивностей, а в других — меньше. При этом происходит перераспределение энергии света по направлениям. Общая энергия света, распространяющегося по всем направлениям, остается равной сумме энергий складываемых световых волн. Это явление называют интерференцией света.

Нам будет удобно понимать под интерференцией более широкий круг явлений. Под интерференцией мы будем понимать любое явление, когда интенсивность суммарной волны отличается от суммы интенсивностей суммируемых световых волн. При этом мы откажемся от требования, чтобы общая энергия света была равна сумме энергий складываемых волн.

С помощью такого расширенного понятия интерференции нам будет удобно объяснять самые разные оптические явления.

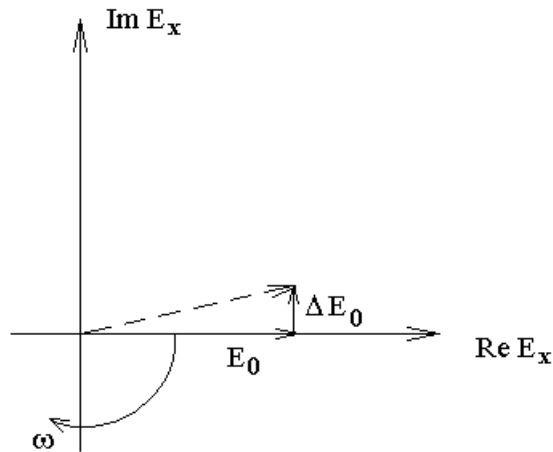
Примером такого объяснения послужит поглощение света. Это описание поглощения света в так называемом полуклассическом приближении.

Свет проходит через среду и раскачивает электрические диполи в каждом атоме. Рассмотрим тонкий слой диполей, слой параллельный фронту световой волны. Тонкий слой диполей излучает свет в направлении проходящей световой волны и в зависимости от фазы излучения слоя диполей изменяется амплитуда и фаза проходящей световой волны.

Поглощение света — это результат интерференции света, проходящего мимо поглощающих атомов, и света, излученного диполями атомов. Если в результате интерференции получается излучение с меньшей амплитудой, то это и есть поглощение света.

Показатель преломления или замедление света в среде — это тоже результат интерференции света, проходящего мимо атомов, и света, излученного диполями атомов. Если в результате интерференции получается волна с отстающей фазой относительно волны проходящей мимо атомов, то свет распространяется с фазовой скоростью, которая меньше скорости света в вакууме.

На комплексной плоскости напряженности светового поля это выглядит следующим образом.



Здесь \vec{E}_0 — комплексная амплитуда падающей световой волны, $\Delta\vec{E}_0$ — амплитуда излучения слоя диполей. Пунктирный вектор — это комплексная амплитуда света после прохождения тонкого слоя среды. Комплексная амплитуда повернулась против вращения во времени комплексной напряженности светового поля. Это означает отставание по фазе световой волны после прохождения тонкого слоя среды от световой волны, которая распространялась бы в вакууме.

Такое описание поглощения света позволяет объяснить результат следующего эксперимента. С помощью ячейки Керра можно быстро переключить фазу светового поля на π . Рассмотрим свет, который проходит через ячейку с поглощающей свет средой, и на выходе из ячейки ослабляется в 4 раза. Если на входе в ячейку быстро изменить фазу света на π , то на выходе из ячейки наблюдается короткий световой импульс увеличения интенсивности до 2.25 от падающей на ячейку интенсивности света.

Импульс предвестник — поглощение света средой включается не сразу. При очень быстром включении света его передний фронт не поглощается.

Факультативная вставка.

Рассмотрим другую картину взаимодействия света с веществом или, как говорят, другой формализм описания взаимодействия света с веществом. Этот другой формализм — формализм скоростных или балансных уравнений.

Свет поглощается порциями по $h\nu$. Летят фотоны, и случайным образом некоторые атомы поглощают эти фотоны. Прошедшего света становится меньше, это и есть поглощение света. Переходов с нижнего уровня энергии атома на возбужденный уровень энергии столько же, сколько и поглощенных фотонов. Или, как говорят, скорость поглощения фотонов равна скорости переходов с нижнего уровня энергии на верхний уровень. Этот баланс энергий можно записать в виде соответствующих балансных или скоростных уравнений.

Если же среда прозрачна, то атом поглощает фотон и через некоторое время снова его излучает. В результате свет в прозрачной среде распространяется медленнее, чем в вакууме.

В этой физической картине мира все ясно и понятно, но есть явления, которые плохо с ней согласуются. В частности — это импульс предвестник и временное усиление света средой при быстром изменении фазы падающей световой волны на π .

Наше более точное описание взаимодействия света с веществом, в частности поглощения света, как результат интерференции, обычно называется полуклассическим приближением или полуклассическим формализмом. Среда при этом описывается с квантовых позиций (уравнениями квантовой механики), а световое поле описывается классически.

И, наконец, самое сложное, но и самое правильное описание взаимодействия света со средой подразумевает так называемое вторичное квантование — квантовое описание светового поля. В этом случае оказывается, что амплитуда поля (или число фотонов в световом поле) и фаза светового поля удовлетворяют некоторым соотношениям неопределенности. Если точно известно число фотонов, то фаза поля абсолютно неопределенна, и наоборот. Оказывается можно сделать так, чтобы одна из двух неопределенностей была мала. Это так называемое сжатое состояние света.

Конец факультативной вставки.

Экзамен. Пленочный поляризатор или поляроид.

Типичные параметры поляроидной пленки: толщина меньше миллиметра, поглощение одной линейной поляризации 99.9% по энергии, поглощение второй линейной поляризации около 30%.

Осью поляроида называют направление вектора \vec{E} прошедшей волны.

Изготовление поляроида:

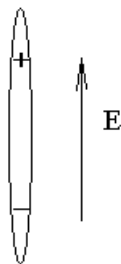
В прозрачный полимерный материал (целлулоид) добавляют вещество с оптическим дихроизмом (герапатит).

Дихроизм — различное поглощение света для двух ортогональных поляризаций.

Двулучепреломление — различные показатели преломления для двух ортогональных поляризаций.

Кристаллы герапатита имеют форму пластинок. Пластинки выстраивают в жидком целлулоиде внешним постоянным электрическим полем.

Применяются также иодно-поливиниловые плёнки. Полимерные молекулы выстраивают, вытягивая пленку в одном направлении.



Пусть на пленку падает линейно поляризованный свет, в котором вектор \vec{E} направлен вдоль молекул полимера. Под действием электрического поля световой волны заряды внутри молекулы заметно смещаются вдоль вытянутой молекулы. Если же поляризация света перпендикулярна молекулам полимера, то заряды мало смещаются внутри каждой молекулы.

Когда свет сильно смещает заряды, в молекуле возникает большой наведенный светом осциллирующий на частоте света электрический дипольный момент.

Этот дипольный момент излучает, его излучение интерферирует с проходящим мимо светом. В результате интерференции уменьшается амплитуда прошедшего света. Это и есть поглощение света.

Следовательно, поляризация света, направленная вдоль вытянутых молекул полимера, сильно поглощается. Ортогональная к ней поляризация света поглощается слабо.

Ось поляроида направлена перпендикулярно направлению вытягивания полимерной пленки. Ось поляроида — это направление вектора \vec{E} прошедшего света.