Экзамен. Угол Брюстера и брюстеровские окна лазерных трубок.

Рассмотрим условие $\alpha_1 + \alpha_2 = \frac{\pi}{2}$, где α_1 — угол падения света на границу раздела двух сред, α_2 — угол преломления.

Если $\alpha_1 + \alpha_2 = \frac{\pi}{2}$, то $tg\left(\alpha_1 + \alpha_2\right) = \infty$. Подставим это значение в выражение $r_{\|} = \frac{tg\left(\alpha_1 - \alpha_2\right)}{tg\left(\alpha_1 + \alpha_2\right)}$ и получим

$r_{\|} = 0$.

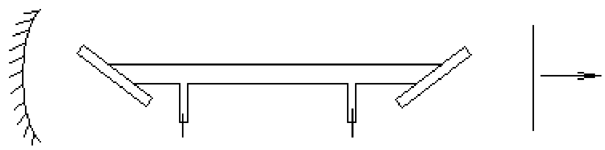
Сравнивая этот результат с другим выражением для коэффициента отражения $r_{\|} = \frac{n_2 \cos\left(\alpha_1\right) - n_1 \cos\left(\alpha_2\right)}{n_2 \cos\left(\alpha_1\right) + n_1 \cos\left(\alpha_2\right)}$ получаем $n_2 \cos\left(\alpha_1\right) - n_1 \cos\left(\alpha_2\right) = 0$.

Откуда

$$\frac{n_2}{n_1} = \frac{\cos\left(\alpha_2\right)}{\cos\left(\alpha_1\right)} = \frac{\sin\left(\frac{\pi}{2} - \alpha_2\right)}{\cos\left(\alpha_1\right)} = \frac{\sin\left(\alpha_1\right)}{\cos\left(\alpha_1\right)} = tg\left(\alpha_1\right).$$

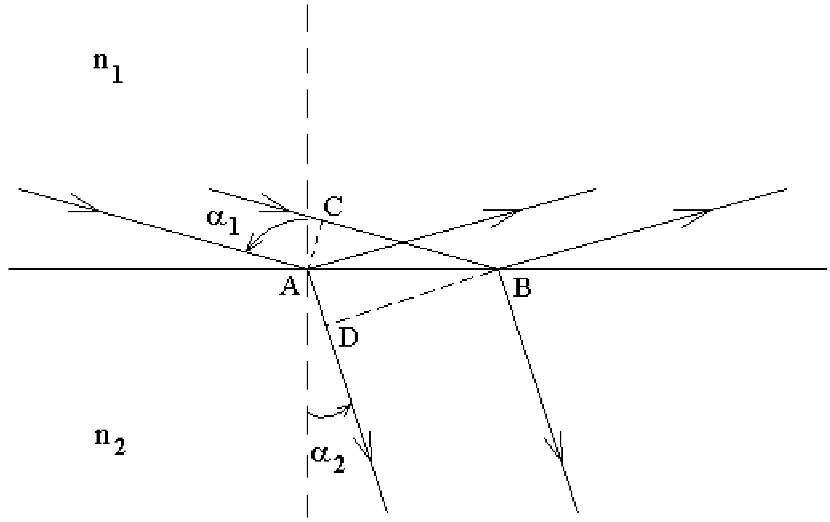
Окончательно получаем, что для угла падения α_1 такого, что $tg\left(\alpha_1\right) = \frac{n_2}{n_1}$, в отраженном свете нет поляризации параллельной плоскости падения света $r_{\|} = 0$. Такой угол падения света α_1 называется углом Брюстера, а уравнение $tg\left(\alpha_1\right) = \frac{n_2}{n_1}$ удобно для расчета угла Брюстера по известным значениям показателя преломления двух сред n_1 и n_2.

Прохождение света без потерь на отражение используется в лазерах с малым усилением активной среды. Так усиливающая свет лазерная среда в газовых лазерах обычно помещается в разрядную трубку с брюстеровскими окнами. Брюстеровские окна — прозрачные плоскопараллельные пластины, расположенные так, что нормаль к пластине составляет угол Брюстера с оптической осью лазера.



Экзамен. Коэффициенты отражения и пропускания по энергии.

Рассмотрим пучок лучей конечной ширины.



Из рисунка видно, что ширина преломленного пучка BD отличается от ширины AC падающего пучка лучей.

Интенсивность света — это энергия, падающая в единицу времени на площадку единичной площади перпендикулярную лучу. Изменение площади сечения пучка приводит к неравенству $I^{(i)} \neq I^{(r)} + I^{(t)}$.

Если же рассмотреть энергию, падающую на единицу площади границы раздела сред, то для этой энергии падающая энергия равна сумме отраженной и преломленной.

Площадь пучка на границе раздела сред больше площади поперечного сечения пучка, так как $AB = \dfrac{AC}{\cos(\alpha_1)} = \dfrac{BD}{\cos(\alpha_2)}$. Поэтому энергия, проходящая в единицу времени через единицу площади границы раздела сред (на AB надо делить), меньше интенсивности и равна $I \cdot \cos(\alpha)$.

Тогда для энергии в единицу времени на единицу площади границы двух сред получаем условие того, что падающая энергия равна сумме отраженной и преломленной энергий:

$$I^{(i)} \cos(\alpha_1) = I^{(r)} \cos(\alpha_1) + I^{(t)} \cos(\alpha_2).$$

Разделим это равенство на произведение $I^{(i)} \cos(\alpha_1)$ и получим:

$$\frac{I^{(r)} \cos(\alpha_1)}{I^{(i)} \cos(\alpha_1)} + \frac{I^{(t)} \cos(\alpha_2)}{I^{(i)} \cos(\alpha_1)} = 1.$$

Здесь первое слагаемое $\dfrac{I^{(r)} \cos(\alpha_1)}{I^{(i)} \cos(\alpha_1)} = \dfrac{I^{(r)}}{I^{(i)}} \equiv R$ называют коэффициентом отражения по энергии или отражательной способностью. Второе слагаемое $\dfrac{I^{(t)} \cos(\alpha_2)}{I^{(i)} \cos(\alpha_1)} \equiv T$ называют коэффициентом пропускания по энергии или пропускательной способностью.

$R+T=1$ — вся падающая на границу раздела сред энергия или отражается или проходит насквозь.

Как правило, под коэффициентами отражения и пропускания понимают не амплитудные коэффициенты $\begin{cases} r \equiv \dfrac{\tilde{E}^{(r)}}{\tilde{E}^{(i)}} \\ \tau \equiv \dfrac{\tilde{E}^{(t)}}{\tilde{E}^{(i)}} \end{cases}$,

а именно энергетические коэффициенты *R* и *T*.

Найдем связь амплитудных и энергетических коэффициентов отражения и пропускания.

Интенсивность света I связана с вещественной E_0 или комплексной $\tilde{E}_0$ амплитудой света соотношением:

$$I=\frac{cn}{8\pi\mu}E_0^2=\frac{cn}{8\pi\mu}\left|\tilde{E}_0\right|^2.$$

Тогда для энергетического коэффициента отражение R получим

$$R\equiv\frac{I^{(r)}}{I^{(i)}}=\frac{\dfrac{cn_1}{8\pi\mu_1}\left|\tilde{E}_0^{(r)}\right|^2}{\dfrac{cn_1}{8\pi\mu_1}\left|\tilde{E}_0^{(i)}\right|^2}=\left(\frac{\left|\tilde{E}_0^{(r)}\right|}{\left|\tilde{E}_0^{(i)}\right|}\right)^2=|r|^2 \qquad =>$$

$R=|r|^2$ — связь энергетического и амплитудного коэффициентов отражения.

Исключая случай полного внутреннего отражения, который мы рассмотрим позднее, амплитудный коэффициент отражения для прозрачных сред всегда вещественен. Тогда

$$R=r^2.$$

В случае полного внутреннего отражения света энергетический коэффициент отражения равен единице $R=1$. Отраженная световая волна при этом сдвинута по фазе относительно падающей волны. По этой причине амплитудный коэффициент отражения r — комплексная величина с единичным модулем $|r|=1$.

Для энергетического коэффициента пропускания

$$T\equiv\frac{I^{(t)}\cdot\cos(\alpha_2)}{I^{(i)}\cdot\cos(\alpha_1)}=\frac{\dfrac{cn_2}{8\pi\mu_2}\cdot\left|\tilde{E}_0^{(t)}\right|^2\cdot\cos(\alpha_2)}{\dfrac{cn_1}{8\pi\mu_1}\cdot\left|\tilde{E}_0^{(i)}\right|^2\cdot\cos(\alpha_1)}=\frac{n_2\mu_1\cdot\cos(\alpha_2)}{n_1\mu_2\cdot\cos(\alpha_1)}\cdot\left|\frac{\tilde{E}_0^{(t)}}{\tilde{E}_0^{(i)}}\right|^2=$$

$$=\frac{\mu_1}{\mu_2}\cdot\frac{n_2\cdot\cos(\alpha_2)}{n_1\cdot\cos(\alpha_1)}\cdot\tau^2\approx\frac{n_2\cdot\cos(\alpha_2)}{n_1\cdot\cos(\alpha_1)}\cdot\tau^2.$$

Окончательно получаем:

$$T = \frac{n_2 \cdot \cos(\alpha_2)}{n_1 \cdot \cos(\alpha_1)} \cdot \tau^2 \qquad R = r^2 \qquad T + R = 1.$$

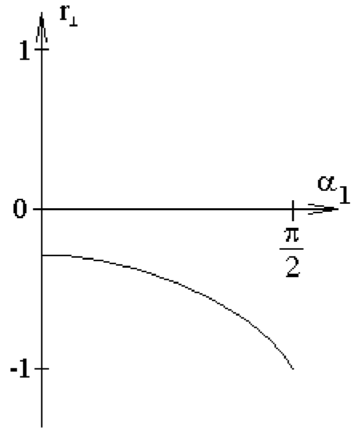
Экзамен. Потеря полуволны при отражении от оптически более плотной среды.

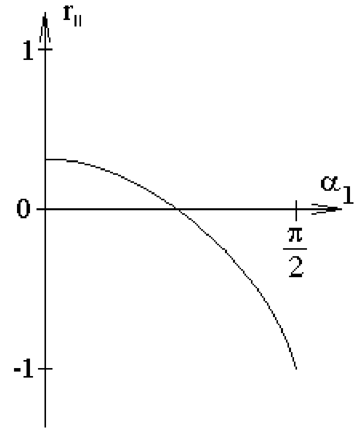
Рассмотрим нормальное падение света на границу раздела двух сред $\alpha_1 = \alpha_2 = 0$, тогда $\cos(\alpha_1) = \cos(\alpha_2) = 1$, откуда $r_\perp = -r_\| = \frac{n_1 - n_2}{n_1 + n_2} < 0$ при условии отражения от оптически более плотной среды $n_2 > n_1$. Соотношение $r_\perp = -r_\|$ связано с не очень удачным выбором положительного направления вектора $\vec{E}$ отраженной волны для поляризации параллельной плоскости падения света.

Неравенство $r_\perp = -r_\| < 0$ означает, что для любой поляризации при нормальном падении света в отраженной волне вектор $\vec{E}$ направлен навстречу вектору $\vec{E}$ падающей волны.

Пусть отраженная волна имеет отрицательную амплитуду. Эту минус единицу в качестве сомножителя можно представить, как $-1 = e^{i\pi}$. Следовательно, можно сказать, что отраженная волна сдвинута по фазе на π. Сдвиг фазы π эквивалентен разности хода $\frac{\lambda}{2}$, поэтому и говорят, что при отражении от оптически более плотной среды происходит потеря полуволны.

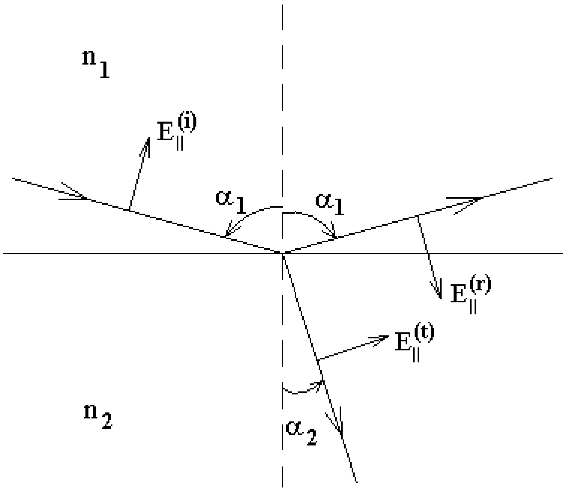
Рассмотрим графики зависимостей амплитудных коэффициентов отражения от угла падения для двух поляризаций.

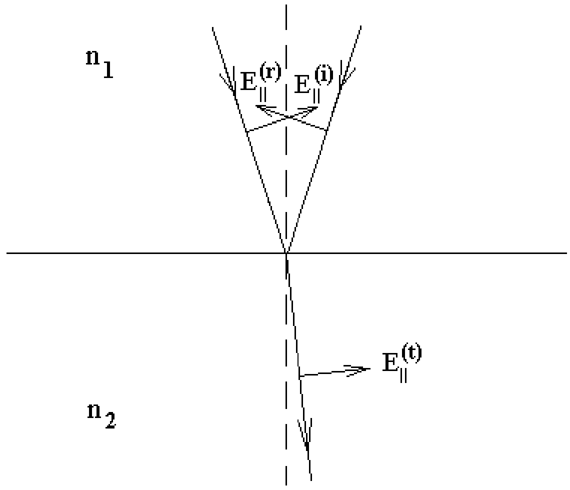




Из рисунка можно сделать вывод, что при отражении света от оптически более плотной среды векторы $\vec{E}$ отраженной и падающей волн направлены навстречу друг другу или почти навстречу при любом угле падения и любой поляризации света. Для поляризации перпендикулярной плоскости падения результат более или менее очевиден, так как амплитудный коэффициент отражения $r_\perp$ всегда отрицателен.

Для поляризации в плоскости падения света знак коэффициента отражения меняется при изменении угла падения, но векторы $\vec{E}$ остаются примерно противоположно направленными в падающей и отраженной волнах при любых углах падения света. Это видно из ниже следующих рисунков, на которых показаны направления вектора $\vec{E}$ в двух предельных случаях при $\alpha_1 \approx \dfrac{\pi}{2}$ и при $\alpha_1 \approx 0$.





Экзамен. Отражение света при скользящем падении луча.

Скользящее падение луча на границу двух сред — это угол падения α_1 близкий к $\dfrac{\pi}{2}$.

$$\alpha_1 \to \frac{\pi}{2} \quad => \quad \cos(\alpha_1) \to 0.$$

Тогда

$$r_{\|} = \frac{n_2\cos(\alpha_1) - n_1\cos(\alpha_2)}{n_2\cos(\alpha_1) + n_1\cos(\alpha_2)} = \frac{-n_1\cos(\alpha_2)}{+n_1\cos(\alpha_2)} = -1, \quad \text{так как} \quad \cos(\alpha_2) \neq 0,$$

потому что $\alpha_2 \neq \alpha_1$.

Аналогично для второй поляризации

$$r_\perp = \frac{n_1\cos(\alpha_1) - n_2\cos(\alpha_2)}{n_1\cos(\alpha_1) + n_2\cos(\alpha_2)} = \frac{-n_2\cos(\alpha_2)}{+n_2\cos(\alpha_2)} = -1.$$

Для обеих поляризаций при скользящем падении света $r = -1$ => $R = r^2 = 1$.

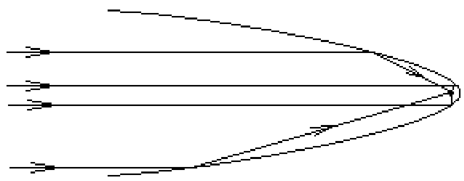
Следовательно, при скользящем падении света на границу раздела двух сред коэффициент отражения стремится к единице независимо от характеристик этих сред.

Экзамен. Зеркало телескопа для мягкого рентгеновского излучения.

Рентгеновское излучение с длинами волн из диапазона 0.01 нм < λ < 10 нм имеет высокую проникающую способность, то есть почти не отражается и не поглощается.

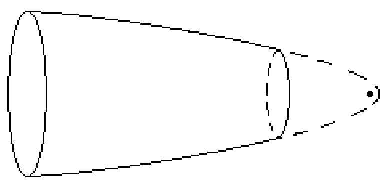
Однако при скользящем падении света на металлическую поверхность мягкие рентгеновские лучи λ > 1 нм испытывают заметное отражение.

Рассмотрим параболическое зеркало. Параллельный пучок лучей, падающий на параболическое зеркало параллельно его оси, собирается в одну точку в фокусе зеркала.



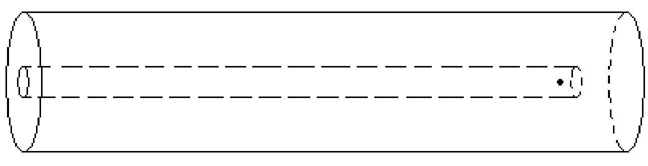
В фокусе зеркала можно поставить приемник излучения. Свет от удаленного источника будет собираться на приемнике в том случае, если направить ось параболического зеркала на источник излучения. Поэтому такое параболическое зеркало и приемник в его фокусе можно рассматривать, как телескоп.

Для мягкого рентгеновского излучения заметное отражение будет только при скользящем падении излучения на поверхность зеркала, поэтому от параболического зеркала можно оставить кольцо, вырезанное из параболоида вращения далеко от фокуса.



Приемник излучения ФЭУ (фотоэлектронный умножитель) устанавливают в фокусе параболоида. Такого типа приемник может регистрировать отдельные фотоны.

Для более жесткого рентгеновского излучения телескоп представляет собой длинный толстостенный свинцовый стакан, на дне которого устанавливают приемник излучения.



Оба вида рентгеновского телескопа имеют достаточно узкую диаграмму направленности принимаемого излучения.

Экзамен. Полное внутреннее отражение.

Рассмотрим закон Снеллиуса:

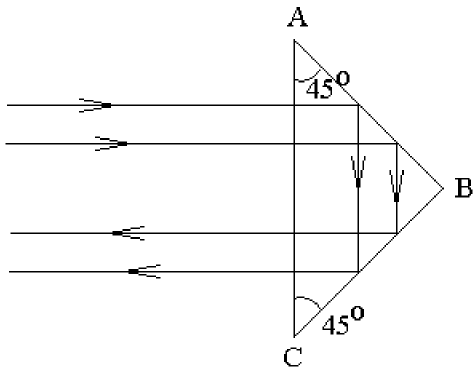
$$n_1 \sin(\alpha_1) = n_2 \sin(\alpha_2) \Rightarrow \quad \sin(\alpha_2) = \frac{n_1}{n_2}\sin(\alpha_1)$$

Если $\frac{n_1}{n_2}\sin(\alpha_1) > 1$, то $\sin(\alpha_2) > 1$, и для угла преломления α_2 нет решения, удовлетворяющего закону Снеллиуса. Это и есть полное внутреннее отражение. Внутреннее, так как неравенство возможно только при условии $n_1 > n_2$.

То есть выход света из оптически более плотной среды возможен не всегда.

Экзамен. Полное внутреннее отражение в 45^0-ой стеклянной призме. Условие отражения без потерь.

Рассмотрим оптическую схему:



.

Угол падения света на грани AB и BC равен сорока пяти градусам: $\alpha_1 = \frac{\pi}{4}$.

Показатель преломления стекла $n_1 \approx 1.5$, а показатель преломления воздуха $n_2 \approx 1.0003$. Тогда $\frac{n_1}{n_2}\sin(\alpha_1) \approx \frac{1.5}{1} \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} > 1$. Следовательно, решения уравнения Снеллиуса для угла преломления α_2 нет. То есть на гранях AB и BC происходит полное внутреннее отражение света. Оба отражения происходят внутри призмы.

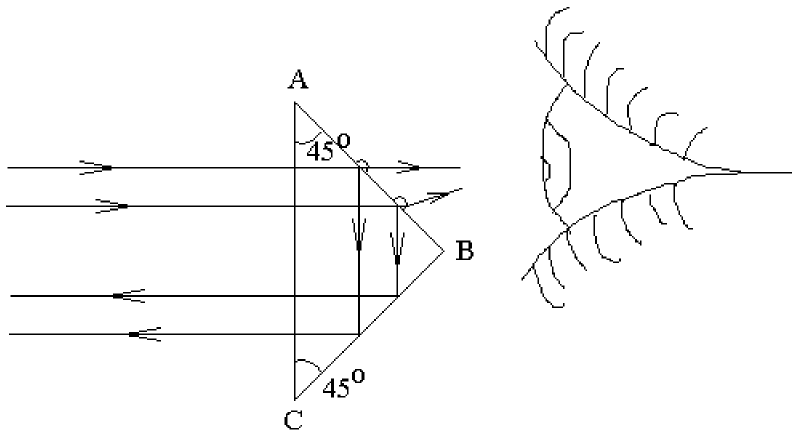
Полное внутреннее отражение представляет собой заманчивую возможность отражения света без потерь, например, для лазерных зеркал. Для сравнения укажем, что для металлического зеркала в видимом диапазоне света характерный коэффициент отражения $R \approx 0.8$.

Чем определяется отличие коэффициента отражения от единицы при полном внутреннем отражении?

Оказывается, что для полного внутреннего отражения без потерь поверхность должна быть очень чистой.

Предположим, что мы оставили отпечаток пальца на поверхности AB. Отпечаток жирный. Показатель преломления жира $n_0 > 1$, поэтому на границе стекло-жир нет полного внутреннего отражения.

Граница жир-воздух не является идеально плоской, поэтому свет падает на эту границу под разными углами и частично выходит наружу, преломляясь.



Глаз, расположенный за призмой, видит светящийся отпечаток пальца.

Вывод. Высокая чистота поверхности — необходимое условие для полного внутреннего отражения. Загрязнения и неровности поверхности должны иметь толщину заметно меньше, чем $\frac{\lambda}{2}$.

Для видимого света $\frac{\lambda}{2} \approx 300$ нм. Для сравнения радиус одного атома $r_0 \approx 0.3$ нм.

Экзамен. Уголковый отражатель. Измерение расстояния от Земли до Луны.

Сначала объясним, что представляет собой уголковый отражатель.

Представим себе пустой куб, изготовленный из 6-и квадратных листов твердого материала. Мысленно отрежем плоскостью один из углов куба с его окрестностями. Отрезанная часть куба будет представлять собой угол куба, из которого выходят три плоских грани. Сделаем внутреннюю поверхность угла зеркальной. Это и будет уголковый отражатель.

Уголковый отражатель — три взаимно перпендикулярные зеркальные плоскости, образующие внутренность угла куба.

Проанализируем, как свет отражается от уголкового отражателя.

Поместим вершину уголкового отражателя в начало координат. Направим три ребра, выходящие из вершины угла по трем осям координат вдоль векторов $\vec{e}_x$, $\vec{e}_y$, $\vec{e}_z$.

Рассмотрим луч, который падает во внутренность уголкового отражателя. Если направление луча задано волновым вектором $\vec{k}$, то луч падает на внутреннюю часть уголкового отражателя при условии $\begin{cases} k_x < 0 \\ k_y < 0 \\ k_z < 0 \end{cases}$. Начальное положение луча — внутри угла, поэтому все три координаты этого положения положительны $\begin{cases} x > 0 \\ y > 0 \\ z > 0 \end{cases}$.

При отражении луча от плоскости (x, y) меняется только величина проекции k_z перпендикулярная зеркальной плоскости, и эта проекция меняет знак $k_z \to (-k_z)$. Отражение от этой плоскости обязательно должно произойти, это следует из начальных условий: $\begin{cases} z > 0 \\ k_z < 0 \end{cases}$.

Аналогично при отражении от плоскости (x, z) имеем $k_y \to (-k_y)$, а при отражении от плоскости (y, z) имеем $k_x \to (-k_x)$.

После отражения от каждой из трех плоскостей волновой вектор $\vec{k}$ поменяет знак: $\vec{k} \to (-\vec{k})$.

В результате уголковый отражатель ведет себя, как зеркало, которое перпендикулярно любому лучу, если не обращать внимания на параллельное смещение отраженного луча.

Для измерения расстояния от Земли до Луны уголковый отражатель забросили на Луну.

С Земли на Луну пускают короткий лазерный импульс света. После отражения уголковым отражателем свет поменяет направление на обратное и вернется к излучателю.

Время τ между излучением и приемом импульса связано с расстоянием L от Земли до Луны соотношением:

$$c\tau = 2L.$$

Измеряя на опыте время τ, находят расстояние до Луны $L = \frac{c\tau}{2}$. $\tau \approx 2$ секунды.

Аналогично с помощью уголковых отражателей проводят калибровку дальномеров радиолокаторов.

<u>**Экзамен. Плоская неоднородная световая волна при полном внутреннем отражении света.**</u>

При полном внутреннем отражении обычной преломленной волны нет, но свет под границей раздела сред все же есть. Если предположить, что света под границей нет совсем, то для удовлетворения граничных условий потребуются поверхностные токи проводимости, как, например, на поверхности сверхпроводника. Мы рассматриваем прозрачные среды, а не сверхпроводники, и токов проводимости в нашем случае нет.

Предположим, что явление полного внутреннего отражения, как явление обычного преломления и отражения, описывается тремя волнами вида: $\vec{E} = E_0 \vec{e}_p e^{i\left(\left(\vec{k},\vec{r}\right)-\omega t+\varphi_0\right)}$. Только теперь будем считать, что волновой вектор $\vec{k}$ может быть комплексным. Поскольку исходные формулы для трех волн те же, что и раньше, тем же будет и решение, только с комплексными значениями $\vec{k}$ и α_2. Функция $\vec{E} = E_0 \vec{e}_p e^{i\left(\left(\vec{k},\vec{r}\right)-\omega t+\varphi_0\right)}$ является решением волнового уравнения $\Delta\vec{E} - \frac{1}{V^2}\frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} = 0$ и при комплексных значениях проекций вектора $\vec{k}$, если $V = \frac{\omega}{k}$, где $k^2 = k_x^2 + k_y^2 + k_z^2$.