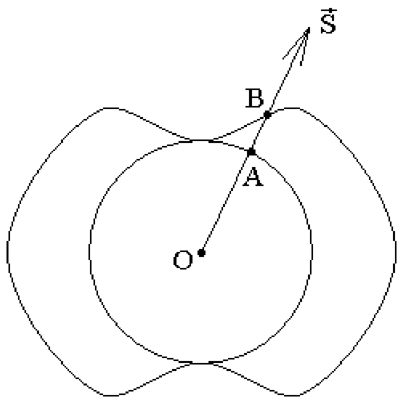
Факультатив. Построение двойной лучевой поверхности с помощью лучевого эллипсоида.

Не надо путать лучевую поверхность с лучевым эллипсоидом.

В качестве примера рассмотрим одноосный кристалл, для которого одна из двух лучевых поверхностей окажется сферой.



Из точки O для каждого направления луча $\vec{S}$ отложим два отрезка OA и OB, равных лучевым скоростям двух лучей в этом направлении $\vec{S}$. Значения этих лучевых скоростей равны длинам полуосей сечения лучевого эллипсоида. При этом рассматривается сечение перпендикулярное выбранному направлению луча $\vec{S}$. Каждая из двух точек A и B при изменении направления луча $\vec{S}$ создает свою поверхность. Для одноосного кристалла скорость одного из лучей не зависит от направления луча, а соответствующая лучевая поверхность — сфера.

И действительно. Рассмотрим одноосный кристалл. Выберем направление оси z вдоль оптической оси кристалла. Тогда $\varepsilon_x = \varepsilon_y \neq \varepsilon_z$. Для наглядности будем считать, что ось z направлена вертикально.

Рассмотрим произвольное центральное сечение лучевого эллипсоида.

Одна полуось сечения эллипсоида обязательно горизонтальна и равна радиусу окружности горизонтального сечения эллипсоида.

Длина горизонтальной полуоси сечения равна $\frac{c}{\sqrt{\varepsilon_x}} = \frac{c}{\sqrt{\varepsilon_y}}$ лучевой скорости одного из лучей. Следовательно, для любого направления луча $\vec{S}$ скорость одного из лучей равна $\frac{c}{\sqrt{\varepsilon_x}} = \frac{c}{\sqrt{\varepsilon_y}}$ и не зависит от направления луча. Это — так называемый обыкновенный луч, так как его поведение аналогично поведению луча в изотропной среде, где так же скорость луча не зависит от направления.

Длина второй полуоси сечения лучевого эллипсоида зависит от направления сечения. Следовательно, скорость второго луча зависит от его направления. Поэтому второй луч называют необыкновенным.

Факультатив. Построения Гюйгенса в изотропной и анизотропной среде.

Построения Гюйгенса нужны для того, чтобы из положения фронта волны в некоторый момент времени получить положение того же фронта волны в более поздний момент. Построения Гюйгенса выполняются в соответствии с принципом Гюйгенса.

Согласно принципу Гюйгенса каждая точка фронта волны является вторичным источником волны, исходящей из этой точки во все стороны. Для некоторого промежутка времени τ рассматривается множество точек, в которые приходят волны, излученные в начале этого промежутка вторичными источниками, расположенными на исходном фронте волны. Множество точек образует объем. Граница этого объема в направлении движения волны и будет согласно построениям Гюйгенса новым фронтом волны.

Для фронта волны в виде очень короткого светового импульса принцип Гюйгенса выполняется строго, для монохроматической волны — приближенно. Заметные отклонения от принципа Гюйгенса могут быть в том случае, когда амплитуда волны в разных точках фронта сильно различается.

Сначала излишне подробно проведем построения Гюйгенса в изотропной среде, чтобы затем аналогичные построения в кристалле были понятнее.

Рассмотрим границу вакуума и изотропной среды.

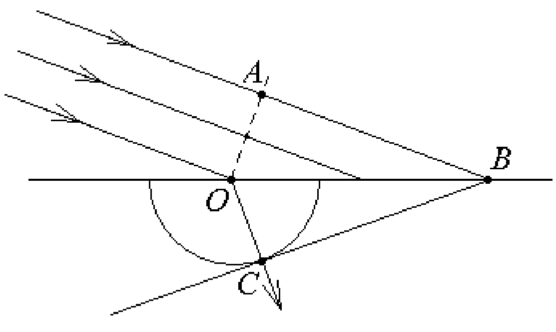
$V_1 = c$ — скорость света в вакууме.

$V_2 = \dfrac{c}{n}$ — скорость света в изотропной среде.

Пусть на границу раздела падает плоская световая волна. Ей соответствует параллельный пучок лучей.

Алгоритм построения Гюйгенса схематически представим в виде следующей логической цепочки:

O => A => B => τ => сфера =>
=> новый фронт волны => направление преломленного луча.



1). Выберем точку O на границе двух сред.

2). Построим фронт падающей волны, проходящий через точку O, и выберем точку A на этом фронте и одновременно в плоскости падения волны (в плоскости рисунка).

3). Проведем луч падающей волны через точку A и найдем точку B — точку пересечения луча и границы среда-вакуум.

4). Найдем время τ распространения луча от A до B: $\tau = \dfrac{AB}{c}$.

5). Построим в среде под границей раздела полусферу с центром в точке O и радиусом $V_2\tau = \dfrac{c}{n}\tau$.

Предположим, что на границу среды падает не монохроматическая волна, а короткий световой импульс с фронтом OA.

В начальный момент времени промежутка времени τ свет находится на фронте OA.

Пока свет за время τ проходит путь из точки A в точку B, из точки O он может достичь любой точки на поверхности сферы радиусом $\dfrac{c}{n}\tau$.

Из симметрии задачи следует, что фронт волны в среде после преломления — плоский фронт. Эта новая плоскость фронта волны проходит через точку B и касается сферы с центром в точке O, потому что в соответствии с принципом Гюйгенса из точки O за время τ свет должен дойти до этой плоскости нового фронта волны и не может зайти за эту плоскость.

Через точку B можно по-разному провести плоскость касательную к сфере, поэтому уточним положение касательной плоскости.

При построении рисунка мы подразумевали, что волновой вектор $\vec{k}$ падающей волны лежит в плоскости рисунка. Тогда перпендикуляр к рисунку, проходящий, например, через точку A, целиком лежит на фронте волны, проходящем через эту точку A. Аналогично, перпендикуляр к рисунку, проходящий через точку B, лежит на фронте падающей волны, проходящем через точку B.

Если перпендикуляр к рисунку, проходящий через точку B, лежит на фронте волны падающей на границу, то все точки на этом перпендикуляре имеют одинаковую фазу колебаний. Следовательно, перпендикуляр лежит и на фронте волны под границей среды.

Таким образом, касающаяся сферы плоскость фронта волны в среде проходит не только через точку B, но и через перпендикуляр к рисунку, проходящий через точку B. Такая плоскость единственная.

6). Строим плоскость нового фронта преломленной волны через перпендикуляр к рисунку, проходящий через точку B, так чтобы плоскость фронта касалась сферы с центром в точке O и радиусом $\dfrac{c}{n}\tau$.

7). Свет из точки O должен был дойти до нового фронта волны, следовательно, из точки O свет идет в точку касания сферы с новым фронтом. Обозначим эту точку касания, как точку C.

8). OC — направление преломленного луча.

9). Из построений Гюйгенса можно вывести закон преломления (закон Снеллиуса). И действительно.

С одной стороны $OB = \dfrac{AB}{\sin(\angle AOB)} = \dfrac{\dfrac{c}{n_1}\tau}{\sin(\alpha_1)} = \dfrac{c\tau}{n_1 \sin(\alpha_1)}$,

а с другой стороны $OB = \dfrac{OC}{\sin(\angle CBO)} = \dfrac{\dfrac{c}{n_2}\tau}{\sin(\alpha_2)} = \dfrac{c\tau}{n_2 \sin(\alpha_2)}$, тогда

$n_1 \sin(\alpha_1) = n_2 \sin(\alpha_2)$.

Теперь проведем аналогичные построения Гюйгенса для кристалла.

Алгоритм построения Гюйгенса для границы вакуум-кристалл:

O => A => B => τ => лучевая поверхность => новый фронт преломленной волны => новый преломленный луч => $\vec{V}_л$ => $\vec{V}_ф$.

Рассмотрим теперь этот алгоритм подробнее по пунктам.

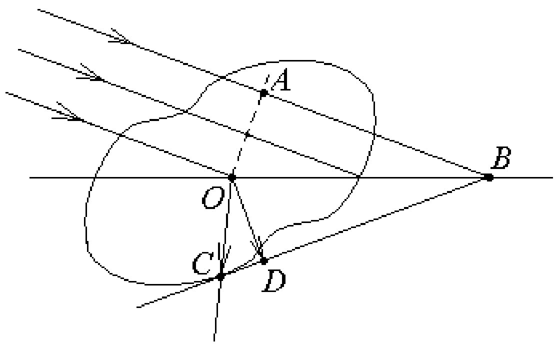
1). Выберем точку O на поверхности кристалла.

2). Построим фронт падающей волны, проходящей через точку O, и выберем точку A на этом фронте волны в плоскости падения.

3). Проведем луч падающей волны из точки A до поверхности кристалла и получим точку B.

4). Найдем время распространения волны от точки A до точки B: $\tau = \dfrac{AB}{c}$.

5). Построим лучевую поверхность с центром в точке O, растянутую в τ раз. Чтобы не загромождать рисунок построим только одну из двух лучевых поверхностей. Свет с лучевой скоростью $\vec{V}_л$ за время τ достигнет из точки O точек растянутой в τ раз лучевой поверхности.



Лучевая поверхность обладает симметрией. Оси ее симметрии совпадают с главными диэлектрическими осями кристалла.

6). Перпендикуляр к рисунку, проходящий через точку B, лежит на фронте волны, падающей на границу кристалла, и на фронте волны преломленной. Проведем плоскость нового фронта волны через перпендикуляр, проходящий через точку B, так, чтобы плоскость нового фронта касалась растянутой в τ раз лучевой поверхности, построенной вокруг точки O.

7). Построим преломленный луч из точки O в точку касания C. Заметим, что точка C не обязана лежать в плоскости рисунка.

8). $\vec{V}_л = \dfrac{\overrightarrow{OC}}{\tau}$ — лучевая скорость преломленной световой волны.

9). Опустим из точки O перпендикуляр на фронт преломленной волны, касающийся растянутой в τ раз лучевой поверхности с центром в точке O. Обозначим основание перпендикуляра, как точку D. Точка D обязана находиться в плоскости рисунка.

10). $\vec{V}_ф = \dfrac{\overrightarrow{OD}}{\tau}$ — фазовая скорость преломленной световой волны, равная составляющей вектора $\vec{V}_л$ в направлении перпендикулярном фронту преломленной волны.

11). Аналогичные построения нужно провести и для второй лучевой поверхности, чтобы найти направление, лучевую и фазовую скорости второго преломленного луча.

Экзамен. Обыкновенный и необыкновенный луч.

Рассмотрим плоскопараллельную пластину, вырезанную из кристалла.

Неполяризованный свет, падая на кристалл, расщепляется на два луча.

Если пластину вращать вокруг ее нормали, то два луча выходящие из пластинки в общем случае будут смещаться, оставаясь параллельными падающему на пластинку лучу.

Для одноосных кристаллов один из лучей на выходе из пластины не смещается при ее вращении вокруг нормали. Не смещающийся луч называют обыкновенным лучом, а смещающийся — необыкновенным. В двуосных кристаллах оба луча — необыкновенные лучи.