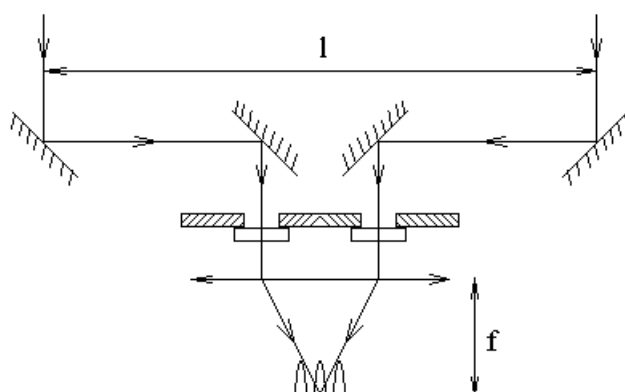


## Экзамен. Звездный интерферометр Майкельсона. Измерение угловых размеров звезд.



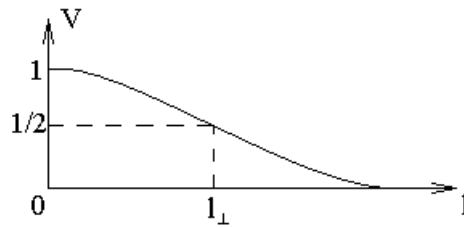
Свет далекой звезды падает на два зеркала, расположенных на довольно большом расстоянии  $l$  друг от друга. Отраженные от зеркал лучи идут навстречу друг другу и отражаются второй парой зеркал. После второй пары зеркал лучи вновь идут параллельно, но на небольшом расстоянии друг от друга таком, что их можно будет пропустить через одну линзу. До линзы лучи проходят через узкополосные светофильтры. Светофильтры пропускают свет в узкой полосе частот. После линзы лучи совмещаются на экране, расположенном в фокальной плоскости линзы.

Свет далекой звезды идет почти параллельным пучком лучей. В таком случае по законам геометрической оптики в фокальной плоскости линзы должно получиться почти точечное изображение звезды. На самом деле благодаря дифракционным эффектам радиус пятна изображения будет многократно большим и примерно равен  $\frac{\lambda}{D} f$ , где  $D$  — диаметр диафрагмы, ограничивающей каждый из интерферирующих лучей.

На экране в пределах пятна дифракционного изображения звезды будут видны интерференционные полосы. Однако полосы будут наблюдаться только в том случае, если расстояние  $l$  между первой парой зеркал будет меньше длины пространственной когерентности  $l_{\perp} = \frac{\lambda}{\gamma}$  света далекой звезды, так как только в этом случае интерферирующие волны когерентны. Здесь  $\gamma$  — угловой размер звезды.

Вторым условием наблюдения интерференционной картины является условие, что оптическая разность хода двух интерферирующих лучей меньше длины временной когерентности или когерентности вдоль луча  $l_{\parallel} = \frac{c}{\delta\nu}$ , где  $\delta\nu$  — спектральная ширина источника света. Величину длины временной когерентности удастся сделать достаточно большой путем уменьшения  $\delta\nu$  — частотной полосы пропускания светофильтров.

Если увеличивать расстояние  $l$  между первой парой зеркал, то видимость  $V$  интерференционной картины будет уменьшаться.



Раздвигая зеркала, можно найти такое расстояние  $l = l_{\perp} = \frac{\lambda}{\gamma}$  между ними, при котором видность падает примерно вдвое. Таким образом, измеряют длину пространственной когерентности  $l_{\perp}$ . Через длину пространственной когерентности  $l_{\perp}$  находят угловой размер звезды:

$$\gamma = \frac{\lambda}{l_{\perp}}.$$

Для ближайших к нам звезд длина пространственной когерентности — величина порядка одного метра, для далеких звезд — гораздо больше.

Этим методом можно измерять угловые размеры только ближайших звезд. Причина — влияние атмосферных потоков над прибором.

Из-за воздушных потоков изменяется плотность воздуха, его показатель преломления, и оптическая длина пути в атмосфере Земли каждого из двух интерферирующих лучей.

Другими словами в атмосфере над прибором возникает шумовой оптический клин, который сдвигает нулевую полосу и вместе с ней — остальные полосы интерференционной картины.

Полосы сдвигаются медленно, но света мало, и сигнал на фотопластинке экрана приходится накапливать.

Влияние этих медленных сдвигов удается устранить в другом опыте, который является оптическим аналогом радиочастотного опыта Брауна — Твисса. Подробнее об этом можно посмотреть в лекциях по оптике за 2017 год.

### **Экзамен. Локализация интерференционной картины на примере наблюдения интерференции с бипризмой Френеля.**

Если на экране видна интерференционная картина, то она там и локализована.

С помощью линзы можно наблюдать интерференционную картину, локализованную в такой плоскости, в которую невозможно поставить экран.

Можно показать, что оптическая длина пути вдоль любого луча от точечного источника света до его изображения в линзе одна и та же. Поэтому световые волны, приходя в точку изображения разными путями, складываются синфазно и дают большую суммарную амплитуду в точке изображения. Это же свойство приводит к тому, что линза отображает интерференционную картину по законам геометрической оптики.

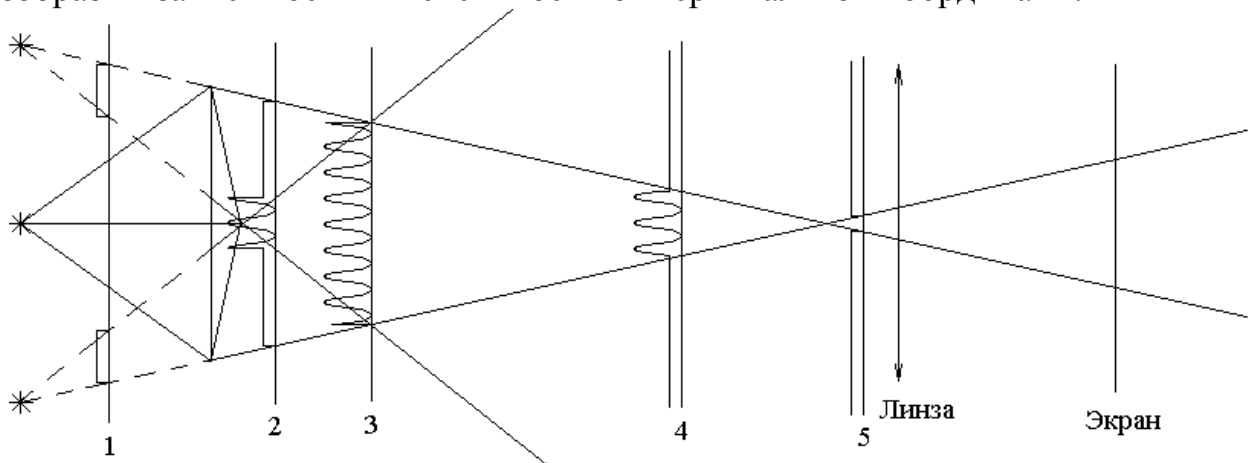
И действительно, пусть в какую-то точку плоскости локализации интерференционной картины, в которой нет экрана, приходят две волны в

одинаковой фазе. В этой точке, если туда поставить экран, будет середина светлой интерференционной полосы. После этой точки два интерферирующих луча расходятся, но любые лучи, выходящие из этой точки, обязаны собраться в одну точку в сопряженной плоскости — плоскости изображения интерференционной картины. В эту плоскость изображения поместим экран. Оптические длины путей от точки в плоскости локализации до точки ее изображения равны. Тогда синфазные волны в точке плоскости локализации останутся синфазными и в точке изображения. Следовательно, светлая интерференционная полоса в плоскости локализации отображается в светлую же полосу в плоскости экрана. Темные полосы отображаются в темные.

-----  
 Рассмотрим оптическую схему с бипризмой Френеля.

За бипризмой поместим линзу и экран. Каждая половина бипризмы поворачивает свет на угол  $\gamma = (n-1)\delta$ , где  $\delta$  — малый угол в равнобедренном треугольнике основания призмы. После бипризмы свет идет так, как будто это свет от двух когерентных источников.

Плоскость локализации интерференционной картины, сопряженная плоскости экрана, может находиться как после бипризмы, так и до нее. В каждой возможной плоскости локализации интерференционной картины изобразим зависимость интенсивности от вертикальной координаты.



Здесь 1, 2, 3, 4, 5 — различные возможные положения плоскости локализации интерференционной картины. Для каждой плоскости локализации положение экрана должно быть свое. На рисунке, чтобы его не загромождать, изображено одно положение экрана.

В плоскостях 1 и 5 интерференции нет. Интерференция есть только там, где преломленные бипризмой пучки лучей перекрываются.

### Экзамен. Полосы равного наклона.

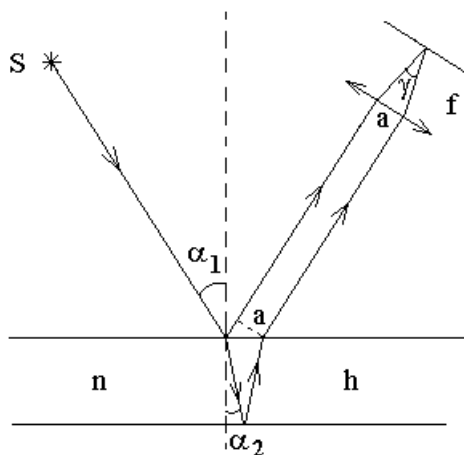
Рассмотрим отражение света от плоскопараллельной пластины, например, стеклянной.

Будем рассматривать дулучевую интерференцию волн отраженных от двух граней пластины. Многолучевой интерференцией можно пренебречь, если отражение от одной грани мало.

Можно рассматривать интерференционную картину, локализованную в разных плоскостях. Два случая, один из которых рассматривается в этом вопросе, представляют особый интерес.

Полосы равного наклона — это полосы, локализованные на бесконечности.

Полосы, локализованные на бесконечности, можно наблюдать в фокальной плоскости линзы.



Рассмотрим апертуру интерференции или угол между лучами, выходящими из одной точки источника света, которые затем попадают в одну точку экрана. В нашем случае экран находится в фокальной плоскости линзы, тогда лучи, попадающие в одну точку экрана, до линзы были параллельны друг другу. Тогда лучи были параллельны и до отражения от двух граней плоскопараллельной пластины. Параллельные лучи, выходящие из одной точки источника, просто совпадают друг с другом. То есть апертура интерференции равна нулю  $\beta = 0$ .

Полосы равного наклона можно наблюдать при любом размере источника света:

$$b_{\max} = \frac{\lambda}{\beta} = \infty.$$

Найдем теперь ширину интерференционных полос. Свет источника  $S$  падает под углом  $\alpha_1$  на плоскопараллельную пластину толщиной  $h$  и показателем преломления  $n$ . Угол преломления  $\alpha_2$  соответствует закону преломления Снеллиуса

$$\sin(\alpha_1) = n \cdot \sin(\alpha_2).$$

Лучи отраженные верхней и нижней гранями пластины идут параллельно друг другу на расстоянии  $a$ :

$$a = 2h \cdot \operatorname{tg}(\alpha_2) \cdot \cos(\alpha_1),$$

здесь  $h \cdot \operatorname{tg}(\alpha_2)$  — горизонтальное смещение луча при прохождении от верхней до нижней грани пластины, то есть  $2h \cdot \operatorname{tg}(\alpha_2)$  — расстояние по горизонтали между точкой входа луча в пластину и точкой выхода из пластины после отражения от нижней грани.

Ширина  $d$  интерференционных полос на экране определяется величиной угла  $\gamma$ , под которым лучи сходятся на экране:

$$d = \frac{\lambda}{\gamma} \text{ — ширина полос, где } \gamma = \frac{a}{f}. \text{ Здесь } f \text{ — фокусное расстояние}$$

линзы,  $a = 2h \cdot \operatorname{tg}(\alpha_2) \cdot \cos(\alpha_1)$ .

Чтобы найти допустимую некохерентность источника света  $\delta\lambda = \frac{\lambda^2}{\Delta}$ , нужно найти оптическую разность хода  $\Delta$ .

Пока нижний луч дважды проходит через пластину, преодолевая оптическую длину пути  $2 \frac{nh}{\cos(\alpha_2)}$ , верхний луч проходит путь  $a \cdot \operatorname{tg}(\alpha_1) = 2h \cdot \operatorname{tg}(\alpha_2) \cdot \sin(\alpha_1)$  от верхней грани пластины до пунктирной линии перпендикулярной отраженным пластинкой лучам.

$$\begin{aligned} \Delta &= 2 \frac{nh}{\cos(\alpha_2)} - 2h \cdot \operatorname{tg}(\alpha_2) \cdot \sin(\alpha_1) = \frac{2h}{\cos(\alpha_2)} (n - \sin(\alpha_2) \cdot \sin(\alpha_1)) = \\ &= \frac{2h}{\cos(\alpha_2)} (n - \sin(\alpha_2) \cdot n \cdot \sin(\alpha_2)) = \frac{2nh}{\cos(\alpha_2)} (1 - \sin^2(\alpha_2)) = 2nh \cdot \cos(\alpha_2) \quad \Rightarrow \end{aligned}$$

$\Delta = 2nh \cdot \cos(\alpha_2)$  — оптическая разность хода интерферирующих лучей.

Тогда

$$\delta\lambda = \frac{\lambda^2}{\Delta} = \frac{\lambda^2}{2nh \cdot \cos(\alpha_2)} \text{ — допустимая некохерентность источника}$$

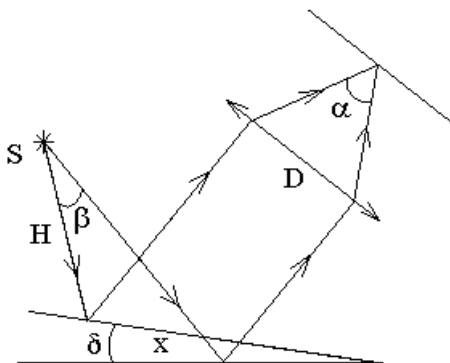
света при наблюдении полос равного наклона. Здесь  $\cos(\alpha_2)$  может быть выражен через угол падения  $\alpha_1$ :

$$\cos(\alpha_2) = \sqrt{1 - \sin^2(\alpha_2)} = \sqrt{1 - \frac{1}{n^2} \sin^2(\alpha_1)}.$$

В плоскости рисунка все лучи, исходящие от разных точек источника света с одинаковым углом  $\alpha_1$  падения на пластину, идут параллельно друг другу и собираются линзой в одну точку экрана. Каждый из этих лучей, отражаясь от пластины, формирует пару параллельных лучей с одной и той же разностью хода  $\Delta$ . Если рассмотреть свет, который падает на пластину под другим углом  $\alpha_1$ , то он попадает в другую точку экрана. Каждому углу падения  $\alpha_1$  соответствует своя точка на экране и своя разность хода  $\Delta$ . Точки на экране с одинаковой разностью хода  $\Delta$  и одинаковым углом наклона к пластине образуют полосы, например, с разностью хода кратной  $\lambda$  — светлые полосы, поэтому интерференционные полосы на экране называются полосами равного наклона.

Факультативная вставка.

В отличие от плоскопараллельной пластинки при отражении от оптического клина полосы равного наклона практически невозможно наблюдать.



Чтобы оба луча попали в линзу диаметром  $D$  необходимо выполнение условия:

$$x < D.$$

С другой стороны

$$\left. \begin{array}{l} x \approx \beta H \\ \beta = 2\delta \end{array} \right\} \Rightarrow x \approx 2H\delta.$$

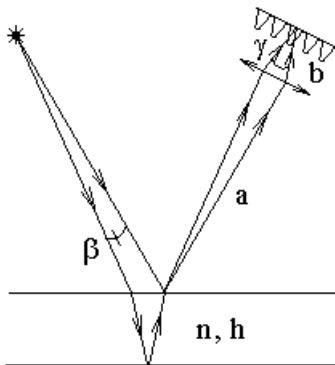
Тогда при больших значениях  $H$  условие  $x < D$  невыполнимо. Невозможно наблюдать полосы равного наклона при отражении от оптического клина, если источник света находится на большом расстоянии от оптического клина.

Конец факультативной вставки.

### Экзамен. Полосы равной толщины.

Полосы равной толщины локализованы на поверхности плоскопараллельной пластинки. При этом подразумевается, что пластинка тонкая. Толщина пластинки много меньше расстояния от пластинки до источника света. Поскольку толщина пластинки мала, обычно не уточняют, в какой именно плоскости пластинки локализована интерференционная картина.

Рассмотрим интерференционные полосы, локализованные на верхней границе отражающей свет пластинки.



С этой целью линзу и экран нужно поставить так, чтобы  $\frac{1}{|a|} + \frac{1}{|b|} = \frac{1}{f}$ , где  $f$  — фокусное расстояние линзы,  $|a|$  и  $|b|$  — расстояния от пластинки до линзы и от линзы до экрана. Тогда на экране отображается интерференционная картина, локализованная на поверхности пластинки.

$d = \frac{\lambda}{\gamma}$  — ширина интерференционных полос,

$b_{\max} = \frac{\lambda}{\beta}$  — максимальный допустимый размер источника света, чтобы

интерференционные полосы не полностью смазались.

-----

#### Факультативная вставка.

Если посмотреть на лужу с тонким слоем бензина, то на поверхности лужи видна радужная пленка — это полосы равной толщины, локализованные на поверхности тонкой бензиновой пленки. Роль линзы и экрана играют хрусталик глаза и его сетчатка.

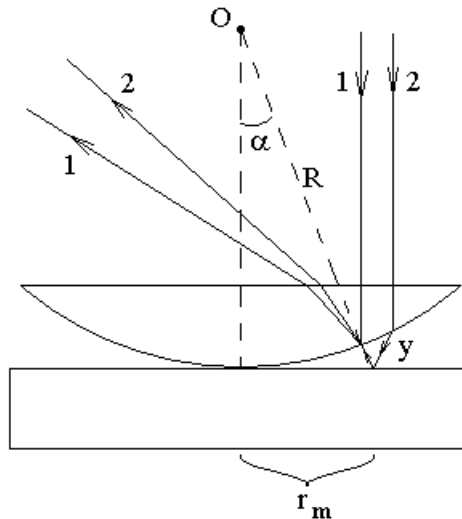
Полосы видны даже в том случае, если источником света является пасмурное небо. Как это согласуется с максимальным допустимым размером источника света  $b_{\max} = \frac{\lambda}{\beta}$ ?

Дело в том, что из точки на поверхности лужи зрачок глаза виден под малым углом. Этот же угол, направленный с поверхности лужи в небо вырезает из туч или голубого неба источник света, лучи которого попадают в точку на сетчатке глаза, сопряженную с рассматриваемой точкой на поверхности лужи. Вырезаемый рассматриваемым углом источник света имеет размер меньше максимально допустимого размера  $b_{\max} = \frac{\lambda}{\beta}$ . Поэтому полосы не смазываются.

Конец факультативной вставки.

#### Экзамен. Кольца Ньютона.

Кольца Ньютона в отраженном свете — это разновидность полос равной толщины, локализованных в области соприкосновения плоской и сферической поверхностей.



Ход интерферирующих лучей изображен на рисунке. Нас интересуют два луча. Первый из них (луч 1) отражается от сферической границы. Второй луч отражается от плоской границы и на обратном пути проходит сферическую границу через точку отражения первого луча.

Обозначим буквой  $y$  ширину зазора между плоской границей пластинки и соприкасающейся с ней сферической границей линзы. Ширина этого зазора много меньше радиуса кривизны поверхности линзы  $y \ll R$ . В таком случае угол между двумя поверхностями обсуждаемого воздушного зазора мал  $\alpha \ll 1$ . Этот угол равен углу между двумя направлениями, одно из которых — это направление вертикально вниз из центра кривизны сферической поверхности в точку касания сферы и плоскости. Второе направление — это направление из центра сферической поверхности в точку прохождения сферической поверхности интерферирующими лучами. Углы равны, как углы со взаимно ортогональными сторонами.

На рисунке для наглядности угол  $\alpha$  не очень мал. В результате оказывается, что луч, отраженный от плоской границы, проходит заметно различный путь вниз и вверх в воздушном зазоре между сферической и плоской границами. Для малой величины угла  $\alpha$  длина пути вверх и вниз в воздушном зазоре примерно одинаковая. В таком случае разность хода рассматриваемых интерферирующих лучей с хорошей точностью равна удвоенной ширине воздушного зазора  $2y$ :

$$\Delta = 2y.$$

Кроме того, при малой величине угла  $\alpha$  лучи отраженные двумя границами пойдут почти вертикально вверх.

Рассматривая два изображенных на рисунке пунктирных радиуса сферы и угол  $\alpha$  между ними, получим:

$$y = R - R \cdot \cos(\alpha) = R \cdot (1 - \cos(\alpha)) \approx R \cdot \left( 1 - \left( 1 - \frac{\alpha^2}{2} \right) \right) = \frac{R\alpha^2}{2}.$$



Разность хода интерферирующих лучей вдвое больше ширины зазора  $\Delta = 2y$ :

$$\Delta = \alpha^2 R.$$

При отражении второго луча от плоской границы происходит отражение от оптически более плотной среды. То есть отражение происходит с потерей полуволны. С учетом потери полуволны разность хода интерферирующих лучей:

$$\Delta = \alpha^2 R + \frac{\lambda}{2}.$$

Для темной полосы с номером  $m$  разность хода равна:

$$\Delta = m\lambda + \frac{\lambda}{2}.$$

Приравнивая друг другу оба выражения для разности хода, получим равенство

$$m\lambda = \alpha^2 R,$$

из которого следует зависимость угла  $\alpha$  от номера темной интерференционной полосы  $m$ :

$$\alpha = \sqrt{\frac{m\lambda}{R}}.$$

Из рисунка видно, что радиус соответствующего темного кольца

$$r_m \approx \alpha R \Rightarrow$$

$$r_m = \sqrt{m\lambda R} \quad \text{— радиус } m\text{-го темного интерференционного кольца}$$

Ньютона.

При  $m = 0$  имеем  $r_m = 0$ . В точке касания плоской и сферической поверхностей находится нулевая темная полоса.

#### Факультативная вставка.

Есть еще две плоские поверхности, от которых отражается свет. Это верхняя граница линзы и нижняя граница плоскопараллельной пластинки.

Для любой другой пары из четырех поверхностей, кроме подробно рассмотренной ранее пары, разность хода интерферирующих волн гораздо больше. Если спектральная ширина нелазерного источника света достаточно велика, то волны, отраженные от других пар поверхностей не когерентны и не искажают интерференционную картину колец Ньютона. С лазерным источником света интерференционная картина будет сложнее.

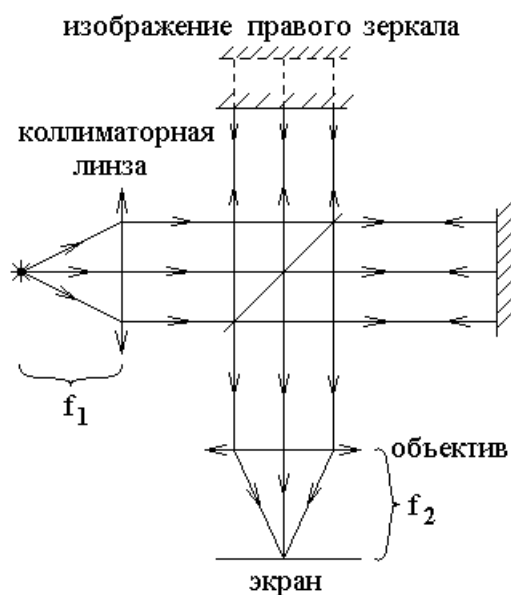
#### Конец факультативной вставки.

### **Экзамен. Полосы равного наклона в интерферометре Майкельсона.**

Локализованные на бесконечности полосы равного наклона можно наблюдать в фокальной плоскости линзы (объектива).

Обычно интерферометр Майкельсона освещают параллельным пучком лучей, когда источник света расположен в фокальной плоскости линзы коллиматора.

Оптическая схема с точечным источником света изображена на нижеследующем рисунке:



На рисунке над верхним зеркалом показано изображение правого зеркала в полупрозрачной пластинке. Это изображение и верхнее зеркало образуют как бы плоскопараллельную пластинку, как бы от которой отражается свет. На экране в фокальной плоскости объектива наблюдаются полосы равного наклона в свете как бы отраженном от плоскопараллельной пластинки.

При освещении интерферометра Майкельсона параллельным пучком лучей полосы равного наклона превращаются в одну точку на экране. Мощность света в точке на экране зависит от разности расстояний от полупрозрачной пластинки до двух зеркал интерферометра.

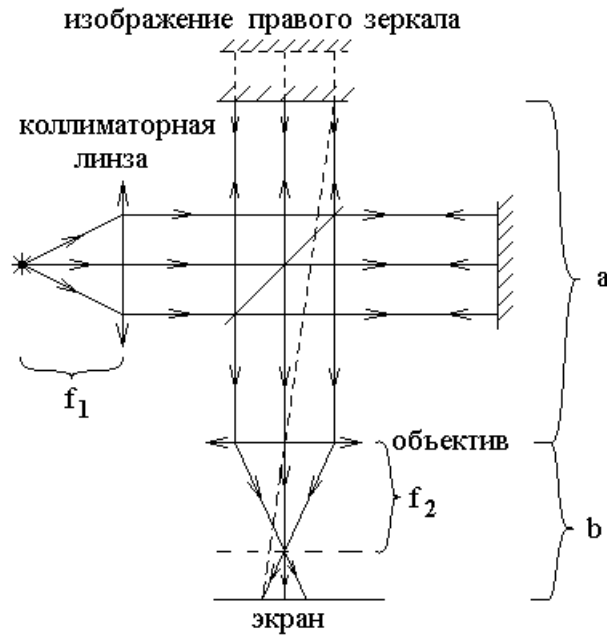
Изображение на экране не совсем точечное из-за дифракции света на линзе, как на диафрагме. Дифракционный радиус изображения  $1.22 \frac{\lambda}{D} f_2$ . Здесь  $D$  — диаметр пучка лучей сразу после объектива. Подробнее это будет обсуждаться при рассмотрении дифракции света.

Если одно из зеркал чуть повернуть, то два точечных изображения источника на экране разойдутся и перестанут интерферировать. Это является еще одним подтверждением того, что полосы равного наклона нельзя наблюдать на оптическом клине вместо плоскопараллельной пластинки.

Если в качестве источника света взять протяженный объект, то на экране будет изображение этого предмета, покрытое интерференционными кольцами, похожими на кольца Ньютона.

### **Экзамен. Полосы равной толщины в интерферометре Майкельсона.**

Переместим объектив вверх вдоль лучей так, чтобы плоскость, сопряженная экрану, оказалась в области как бы плоскопараллельной пластинки зеркал.



Изображение правого зеркала в полупрозрачной пластинке и верхнее зеркало образуют как бы плоскопараллельную пластинку. На экране наблюдают полосы равной толщины в свете как бы отраженном от этой пластинки.

Условие наблюдения полос равной толщины  $\frac{1}{f_2} = \frac{1}{a} + \frac{1}{b}$  определяет

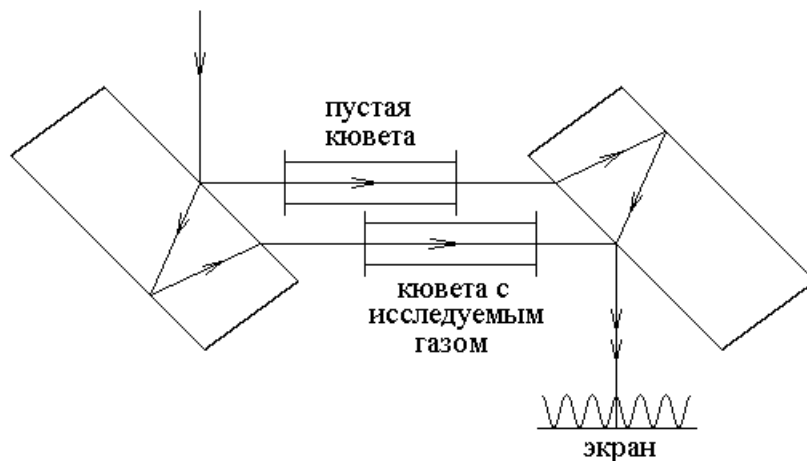
необходимое для их наблюдения расстояние  $b$  от объектива до экрана.

В отличие от полос равного наклона с точечным изображением на экране, в случае наблюдения полос равной толщины на экране видно большое пятно — изображение освещенной части верхнего зеркала. Пятно покрыто полосами равной толщины как бы оптического клина, если одно из зеркал чуть повернуто. Полосы соответствуют равной толщине оптического клина между верхним зеркалом и изображением правого зеркала.

При идеальной юстировке (настройке) зеркал ширина полос бесконечна, и пятно на экране равномерно освещено (равномерно светлое или равномерно темное).

### Экзамен. Интерферометр Жамена.

Оптическая схема интерферометра Жамена приведена на нижеследующем рисунке.



Интерферометр Жамена, как и другие интерферометры, обычно используют для получения зависимости показателя преломления исследуемого газа от его давления и от длины волны света.

Пусть в каждом из двух интерферирующих лучей установлена одна из двух одинаковых кювет.

Если интерферометр Жамена освещать параллельным пучком лучей, то при идеальных плоскопараллельных пластинках весь экран будет засвечен равномерно. Если хотя бы одна из пластинок не совсем плоскопараллельна, то образуется оптический клин, и интерферирующие волны приходят на экран под небольшим углом друг к другу. Оптический клин приводит к появлению на экране интерференционных полос.

Эксперимент по измерению показателя преломления газа состоит в следующем. Сначала обе кюветы откачивают, затем в одну из кювет, например нижнюю, постепенно напускают исследуемый газ. В процессе изменения давления газа изменяется его показатель преломления и оптическая длина нижней кюветы.

Пока изменяется давление газа интерференционные полосы бегут по экрану. Нужно сосчитать, сколько интерференционных полос проходит через фиксированную точку экрана. Пусть число полос равно  $m$ , тогда оптическая длина кюветы изменяется на величину  $\Delta = m\lambda$ . Это с одной стороны, а с другой стороны, изменение оптической длины кюветы равно  $nl - l$ , где  $l$  — геометрическая длина кюветы. Тогда из равенства

$$m\lambda = l(n - 1)$$

можно экспериментально определить величину показателя преломления  $n$ .

Представляет интерес, как зависимость показателя преломления от длины волны света  $n(\lambda)$  или дисперсия света, так и зависимость показателя преломления от давления или концентрации  $N$  исследуемого газа для проверки

формулы Лоренц-Лорентца  $\frac{n^2 - 1}{n^2 + 2} = \frac{4}{3}\pi N\alpha$  или  $\frac{n^2 - 1}{n^2 + 2} \sim N$ , здесь  $\alpha$  —

поляризуемость молекулы или коэффициент пропорциональности между дипольным моментом молекулы и напряженностью светового поля  $\vec{p} = \alpha \vec{E}$ .