

Экзамен. Однородный (лоренцевский) и неоднородный (доплеровский) контур спектральной линии (продолжение).

Если $\gamma \ll kU$, то лоренцевский контур с шириной 2γ в шкале частот — это очень узкий контур, и в интеграле он играет роль δ -функции Дирака.

$$\frac{1}{1 + \left(\frac{\omega - kV_z - \omega_0}{\gamma}\right)^2} \sim \delta\left(\frac{\omega - kV_z - \omega_0}{\gamma}\right)$$

Второй сомножитель $e^{-\left(\frac{V_z}{U}\right)^2}$ можно вынести из-под интеграла при таком значении V_z , при котором аргумент δ -функции равен нулю. Дело в том, что в остальных точках δ -функция равна нулю, и величина второго сомножителя под интегралом несущественна, поэтому можно положить, что второй сомножитель — постоянная величина равная значению второго сомножителя при таком V_z , при котором аргумент δ -функции равен нулю. Под интегралом при этом останется δ -функция, интеграл от которой по определению равен единице.

Приравниваем аргумент δ -функции нулю:

$$\frac{\omega - kV_z - \omega_0}{\gamma} = 0 \Rightarrow V_z = \frac{\omega - \omega_0}{k} \Rightarrow e^{-\left(\frac{V_z}{U}\right)^2} = e^{-\left(\frac{\omega - \omega_0}{kU}\right)^2} \Rightarrow$$

$$G_\omega \sim e^{-\left(\frac{\omega - \omega_0}{kU}\right)^2} \Rightarrow$$

$$G_\omega = G_0 \cdot e^{-\left(\frac{\omega - \omega_0}{kU}\right)^2} = G_0 \cdot e^{-\left(\frac{\Omega}{kU}\right)^2} \text{ — это и есть доплеровский контур}$$

спектральной линии.

Ширина этого контура в шкале частот на уровне $\frac{1}{e}$ равна $\delta\omega = 2kU$.

Если давление газа велико, то велика частота столкновений молекул и $\gamma \gg kU$. В этом случае роль δ -функции Дирака под интегралом контура

Фойхта будет играть гауссов контур $e^{-\left(\frac{V_z}{U}\right)^2} \sim \delta\left(\frac{V_z}{U}\right)$. Аргумент δ -функции

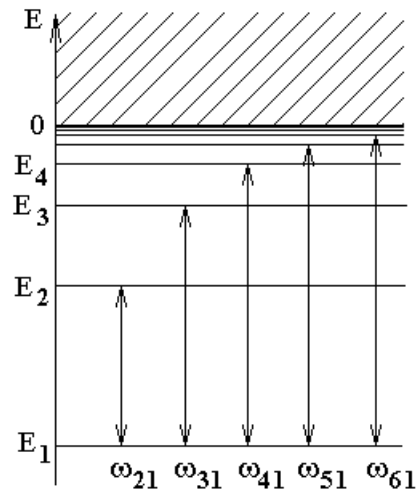
обращается в ноль при условии $V_z = 0$. В результате форма линии поглощения при высоком давлении газа будет иметь вид лоренцевского контура:

$$G_{\omega'} = G_0 \cdot \frac{1}{1 + \left(\frac{\omega - \omega_0}{\gamma}\right)^2} = G_0 \cdot \mathcal{L}\left(\frac{\omega - \omega_0}{\gamma}\right) = G_0 \cdot \mathcal{L}\left(\frac{\Omega}{\gamma}\right).$$

Экзамен. Причина неравенства $n > 1$ в области прозрачности среды.

Обсудим теперь неравенство $n > 1$, которое практически всегда справедливо в частотной области прозрачности вещества.

Рассмотрим уровни энергии произвольного атома.



Обычно атом находится на нижнем уровне энергии E_1 . Поглотив квант света, атом может перейти с этого уровня на один из более высоких уровней энергии. Разность энергий уровней равна энергии кванта света и связана с его частотой ω :

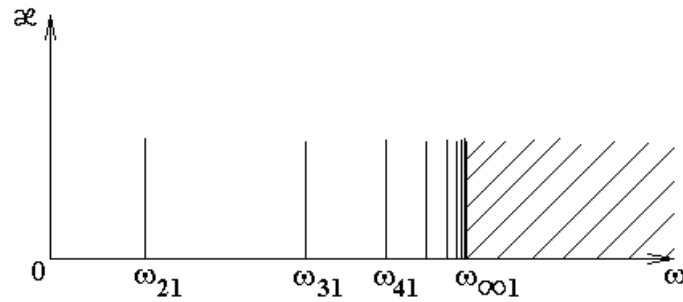
$$\hbar\omega_{k1} = E_k - E_1.$$

Частоты переходов ω_{k1} — это и есть резонансные частоты колебаний электронной оболочки в модели атома Томсона, которые входят в выражение для комплексной поляризуемости атома:

$$\tilde{\alpha} = \sum_k \frac{f_k \frac{e^2}{m_e}}{\omega_{k1}^2 - \omega^2 - 2i\omega\gamma_k}.$$

Энергии электрона, привязанного к атому, дискретные и отрицательные. При приближении к нулевой энергии уровни энергии сгущаются. Около нулевой энергии находится бесконечное число отрицательных дискретных уровней энергии. Положительные энергии электрона соответствуют отрыву электрона от атома — ионизации атома. Для положительных энергий возможны все значения в непрерывном диапазоне от нуля до бесконечности.

В таком случае спектр поглощения атома или зависимость коэффициента поглощения среды от частоты имеет следующий вид:



Частотная область прозрачности среды — любая область частот вдали от линий поглощения.

Как видно из рисунка, для любой частоты света в области прозрачности справа от выбранной частоты всегда много линий поглощения, а слева — мало.

Рассмотрим влияние одной линии поглощения, расположенной справа $\omega_{k1} > \omega$, на показатель преломления. Из неравенства $\omega_{k1} > \omega$ следует, что расстройка частоты света относительно частоты поглощающего свет перехода отрицательная:

$$\Omega_k \equiv \omega - \omega_{k1} < 0.$$

Тогда

$$n' = 1 - \pi N f \cdot \frac{e^2}{m_e \omega_{k1}} \cdot \frac{\Omega_k}{\Omega_k^2 + \gamma_k^2} > 1.$$

Отсюда следует положительный вклад $n' - 1 > 0$ в показатель преломления от линии поглощения, которая расположена справа от рассматриваемой частоты света.

Поскольку справа линий много, то их суммарный вклад в показатель преломления больше, чем вклад линий, расположенных слева, и суммарный вклад положительный. В результате показатель преломления сдвигается от единичного значения без среды в сторону увеличения при наличии среды. Поэтому в области прозрачности среды:

$$n' > 1.$$

Исключением из правила являются области частот, где одна из левых линий поглощения $\omega_{k1} < \omega$ достаточно близка к рассматриваемой частоте света ω , так чтобы ее отрицательный вклад в показатель преломления $n' - 1 < 0$ перевесит положительные вклады всех правых линий поглощения.

Рассмотрим порядок величины вклада в коэффициент поглощения и вклада в показатель преломления при больших относительных расстройках x

$$\text{частоты света относительно линии поглощения } x = \left| \frac{\omega - \omega_{k1}}{\gamma_k} \right| = \left| \frac{\Omega_k}{\gamma_k} \right| \gg 1.$$

Вдали от линии поглощения при больших значениях x получаем

$$\begin{cases} \aleph \sim \frac{1}{1+x^2} \approx \frac{1}{x^2} \\ (n'-1) \sim \left(-\frac{x}{1+x^2} \right) \approx -\frac{1}{x} \end{cases}$$

добавка к коэффициенту поглощения $\aleph \sim \frac{1}{x^2}$ пренебрежимо мала при условии $x \gg 1$, и среда прозрачна, а добавка к показателю преломления $(n'-1) \sim -\frac{1}{x}$ оказывается значительно больше, так как функция $\left(-\frac{1}{x}\right)$ спадает с увеличением x гораздо медленнее, чем функция $\frac{1}{x^2}$. Поэтому, показатель преломления заметно отличается от единицы в частотной области прозрачности среды.

Экзамен. Оптика плазмы.

Плазма — это ионизованный газ. Например, в газоразрядных лампах дневного света светится плазма. Ионизация газа происходит под ударами электронов, которые разгоняются электрическим полем. Плазма содержит газ нейтральных атомов, электроны и положительные ионы.

Ионы в тысячи раз тяжелее электронов и под действием электрического поля световой волны почти не смещаются. Взаимодействие света с плазмой — это в основном взаимодействие со свободными электронами плазмы.

Свободный электрон можно рассматривать, как предельный случай электрона в атоме, если считать, что возвращающая сила со стороны ядра атома равна нулю.

В модели атома Томсона квадрат резонансной частоты $\omega_0^2 \equiv \frac{4\pi\rho q}{3m}$ был введен, как величина пропорциональная отношению возвращающей силы к смещению от положения равновесия. Если возвращающая сила равна нулю, то и резонансная частота тоже равна нулю $\omega_0 = 0$. Тогда вместо комплексной

поляризуемости атома $\tilde{\alpha} = \frac{f \frac{e^2}{m_e}}{\omega_0^2 - \omega^2 - 2i\omega\gamma}$ получим

$$\tilde{\alpha} = \frac{\frac{e^2}{m_e}}{\omega^2 + 2i\omega\gamma} \quad \text{— поляризуемость свободного электрона на частоте}$$

светового поля ω .

В случае свободного электрона $\gamma \ll \omega$. В результате в грубом приближении можно отбросить второе слагаемое в знаменателе выражения для

поляризуемости свободного электрона на частоте светового поля ω и получить, что комплексная поляризуемость вещественная, но отрицательная:

$$\tilde{\alpha} = -\frac{e^2}{m_e \omega^2}.$$

Поляризация среды равна произведению концентрации N на средний дипольный момент:

$$\vec{P} = N \cdot \langle \vec{p} \rangle = N\alpha \cdot \langle \vec{E} \rangle = N\alpha \vec{E}.$$

Сравним это с определением диэлектрической восприимчивости χ в соответствии с равенством $\vec{P} = \chi \vec{E}$ и получим, что $\chi = N\alpha$.

Из равенств $\vec{D} \equiv \vec{E} + 4\pi\vec{P}$, $\vec{D} = \varepsilon \vec{E}$ и $\vec{P} = \chi \vec{E}$ получаем связь диэлектрической проницаемости и диэлектрической восприимчивости $\varepsilon = 1 + 4\pi\chi$, а с учетом $\chi = N\alpha$ получаем $\varepsilon = 1 + 4\pi N\alpha$. Это же равенство справедливо и для комплексных ε и α :

$$\tilde{\varepsilon} = 1 + 4\pi N\tilde{\alpha}.$$

В отличие от формулы Клаузиуса — Моссотти: $\frac{\tilde{\varepsilon} - 1}{\tilde{\varepsilon} + 2} = \frac{4}{3}\pi N\tilde{\alpha}$ для неполярных диэлектриков для плазмы справедлива формула $\tilde{\varepsilon} = 1 + 4\pi N\tilde{\alpha}$, так как для плазмы считают, что нет разницы между полем, действующим на электрон и средним полем в среде. Нелинейная зависимость $\tilde{\varepsilon}$ от $\tilde{\alpha}$ в формуле Клаузиуса — Моссотти получается именно в результате этой разницы.

Тогда с учетом $\tilde{n} = \sqrt{\tilde{\varepsilon}\tilde{\mu}} \approx \sqrt{\tilde{\varepsilon}}$ получаем:

$$\tilde{n}^2 \approx 1 + 4\pi N\tilde{\alpha}.$$

Подставим сюда выражение для поляризуемости свободных электронов

$$\tilde{\alpha} = -\frac{e^2}{m_e \omega^2} \text{ и получим}$$

$$\tilde{n}^2 = 1 - \frac{4\pi N e^2}{m_e \omega^2}.$$

Это равенство можно переписать в виде:

$$\tilde{n}^2 = 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2},$$

где коэффициент при $\frac{1}{\omega^2}$ обозначен, как $\omega_p^2 \equiv 4\pi N \frac{e^2}{m_e}$, и называется квадратом плазменной частоты, так как он имеет размерность квадрата частоты. В системе СИ: $\omega_p^2 \equiv N \frac{e^2}{m_e \varepsilon_0}$.

Взаимодействие плазмы со световым полем существенно различается в двух спектральных диапазонах: если частота света меньше плазменной частоты $\omega < \omega_p$ и если частота света больше плазменной частоты $\omega > \omega_p$.

В первом диапазоне световых частот $\omega < \omega_p$ получим, что квадрат показателя преломления является отрицательной величиной:

$$\tilde{n}^2 = 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2} < 0$$

Тогда сам показатель преломления — чисто мнимая величина $\tilde{n} = in''$.

Коэффициент поглощения среды связан с мнимой частью показателя преломления соотношением $\aleph = 2 \frac{\omega}{c} n''$.

Казалось бы, плазма поглощает электромагнитные волны с частотой ниже плазменной частоты. Однако здесь есть некоторая тонкость. Ослабление света есть, а поглощения — нет. Плазма в этом частотном диапазоне отражает электромагнитные волны гораздо больше, чем поглощает их.

Дело в том, что глубина проникновения электромагнитных волн в плазму имеет порядок $\frac{1}{\aleph}$, и эта глубина проникновения оказывается гораздо меньше

длины электромагнитной волны. Причина такого неравенства состоит в том, что длина волны в плазме оказывается гораздо больше длины волны в вакууме. Длина волны в плазме получается, как результат деления длины волны в вакууме на вещественную часть показателя преломления n' , которая очень близка к нулю (мы в приведенных выше выкладках ее просто отбросили, как нулевую). Ранее при рассмотрении стоячих волн мы обсуждали, что в случае, когда глубина проникновения света в среду гораздо меньше длины волны света, оказывается, что свет отражается от среды, а не поглощается средой. Вот свет и отражается от плазмы при условии $\omega < \omega_p$. Чтобы подчеркнуть отсутствие поглощения света в данном случае \aleph обычно называют коэффициентом экстинкции (или показателем экстинкции), а не коэффициентом поглощения.

Во втором диапазоне световых частот $\omega > \omega_p$ получим:

$$\tilde{n}^2 = 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2} > 0$$

и показатель преломления — вещественная величина. Отсутствие мнимой части означает нулевой коэффициент поглощения $\aleph = 2 \frac{\omega}{c} n'' = 0$, то есть волна проходит среду без ослабления.

Следовательно, плазма прозрачна для света с частотой выше плазменной частоты.

Экзамен. Оптика металлов. Прозрачность сред для рентгеновского излучения.

В металле, как и в плазме, есть свободные электроны. Поэтому взаимодействие света с металлом похоже на взаимодействие света с плазмой.

Металл — твердая фаза вещества, поэтому концентрация свободных электронов в металле гораздо выше, чем в обычной плазме. Плазменная частота зависит от концентрации свободных электронов $\omega_p^2 \equiv 4\pi N \frac{e^2}{m_e}$. В результате плазменная частота ω_p для металлов оказывается в ультрафиолетовом диапазоне частот и соответствующих длин волн. Для более коротких длин волн металл оказывается прозрачным. Характерная длина волны границы прозрачности разных металлов (150 ÷ 350)нм.

По этой причине жесткий ультрафиолетовый свет и рентгеновский свет с частотой $\omega > \omega_p$ проходит через металл почти без ослабления, а в видимом диапазоне при условии $\omega < \omega_p$ металлы имеют очень высокий коэффициент поглощения (экстинкции) света. При этом свет ослабляется в очень тонком слое $\frac{1}{\kappa}$ порядка $\frac{\lambda}{10}$. Как обсуждалось раньше, ослабление света в слое толщиной гораздо меньше $\frac{\lambda}{2}$ всегда означает высокий коэффициент отражения. Свет отражается, а не поглощается. По этой причине металлы хорошо отражают свет, причем в инфракрасном диапазоне, где длина волны больше, отражение света выше.

Энергия рентгеновского кванта излучения $E = h\nu = \hbar\omega$ оказывается гораздо больше, чем энергия связи внешнего электрона с атомом. В таком случае внешние электроны атома можно считать почти свободными не только у металлов, но и у диэлектриков. Поэтому диэлектрики в рентгеновском диапазоне излучений ведут себя также как и металлы.

В результате рентгеновский свет $\omega > \omega_p$ проходит почти без ослабления не только через металлы, но и через любые вещества. Любое вещество прозрачно в рентгеновском диапазоне излучения.

Термодинамика света.

Экзамен. Абсолютно черное тело.

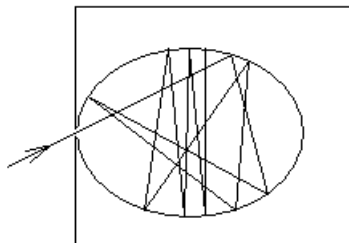
Абсолютно черное тело — это идеализация.

Абсолютно черное тело поглощает весь падающий на его поверхность свет. При этом никакой свет не отражается и не рассеивается.

Поверхность реального тела не может быть абсолютно черной, но можно смоделировать небольшой участок поверхности, который будет вести себя подобно поверхности абсолютно черного тела.

Рассмотрим большую полость внутри непрозрачного тела. Пусть полость соединяется с внешним пространством через малое отверстие. Поверхность, мысленно натянутая на плоскость отверстия, и будет моделью поверхности абсолютно черного тела.

Дело в том, что при малой площади отверстия относительно площади внутренней поверхности полости свет, попадая в отверстие, многократно отражается и рассеивается внутри полости, прежде чем попадает обратно в выходное отверстие. При каждом акте рассеивания и отражения свет частично поглощается стенками полости. В таком случае даже при высоком отражении стенок полости обратно из отверстия свет почти не выходит.



Раньше в других вопросах мы не раз упоминали о световом поле, которое находится в тепловом равновесии с веществом.

Если снаружи в рассматриваемую полость специально не светить, то внутри полости излучение будет находиться в тепловом равновесии со стенками полости.

Нагретое тело излучает свет. Тела при комнатной температуре тоже излучают свет только в инфракрасном диапазоне.

Если стенки рассматриваемой полости нагреть, то из отверстия будет выходить свет, который называют излучением абсолютно черного тела.

Экзамен. Закон Кирхгофа.

Смысл закона Кирхгофа в том, что хорошо светится только черное тело.

Если тело плохо поглощает свет, то оно и излучает мало. Например, прозрачный кристалл при нагревании светится слабо, а черное тело при нагревании до той же температуры светится ярко. Зеркало при нагревании тоже плохо светится. Нагретый белый мел хуже светится, чем нагретый черный уголь.

Закон Кирхгофа — это опытный факт, но его можно обосновать исходя из термодинамики, если рассмотреть термодинамическое равновесие света и вещества при некоторой температуре. Смысл рассмотрения в том, что, сколько света поглощается, столько должно и излучаться, чтобы температура тела не изменялась в условиях равновесия. Хорошо поглощает свет черное тело, значит, оно и излучать будет хорошо.

Для количественного описания излучения поверхности тела вводят понятие светимости R . Светимость — это плотность потока энергии или энергия, которая в единицу времени излучается единицей площади поверхности. Это понятие очень близко понятию освещенности поверхности E . Освещенность — это тоже энергия в единицу времени через единицу площади, только для падающего на поверхность света, а не для света, излучаемого поверхностью. Оба понятия близки к понятию интенсивности света, которая

тоже представляет собой энергию в единицу времени через единицу площади, только интенсивность рассматривается для света, который идет почти в одном направлении, а светимость и освещенность применимы для любого распределения света по направлениям. Если свет падает перпендикулярно на экран, то освещенность экрана равна интенсивности падающего света. Если свет падает под углом, то освещенность меньше интенсивности падающего света, их отношение равно косинусу угла падения.

В отличие от интенсивности света освещенность характеризует падение света на поверхность из телесного угла 2π , а светимость характеризует излучение света поверхностью в телесный угол 2π .

Для закона Кирхгофа нам понадобится понятие коэффициента поглощения поверхности, который показывает, какая часть света поглощается поверхностью. Пусть $a(\nu)$ — коэффициент поглощения поверхности, он зависит от частоты света ν . Коэффициент поглощения поверхности равен отношению поглощенной энергии к энергии, падающей световой волны, — это безразмерная величина. В отличие от коэффициента поглощения среды \aleph , который входит в закон Бугера $I(z) = I_0 e^{-\aleph z}$ и который имеет размерность обратной длины.

Для закона Кирхгофа представляет интерес величина спектральной плотности светимости $r_\nu = \frac{dR}{d\nu}$, которую называют также испускательной способностью поверхности (излучательной способностью поверхности). В случае термодинамического равновесия излучения с веществом спектральная плотность светимости связана со спектральной плотностью освещенности $e_\nu = \frac{dE}{d\nu}$ соотношением $a(\nu) \cdot e_\nu = r_\nu$. Это равенство означает, что при термодинамическом равновесии на каждой частоте света, сколько энергии поглощается поверхностью столько и излучается.

Соответственно, закон Кирхгофа утверждает, что отношение испускательной способности поверхности к ее коэффициенту поглощения $\frac{r_\nu(T)}{a(\nu)}$ не зависит от свойств поверхности, а зависит только от частоты света ν и от температуры поверхности T . Это отношение равно спектральной плотности освещенности e_ν при термодинамическом равновесии света и вещества. Спектральная плотность освещенности e_ν при термодинамическом равновесии света и вещества не зависит от свойств вещества. При каждой температуре есть некоторое равновесное состояние света, и сколько этого света падает в единицу времени на единицу площади поверхности — это никак не зависит от свойств поверхности.

Соотношение

$$\frac{r_\nu(T)}{a(\nu)} = e_\nu(T)$$

является количественным выражением закона Кирхгофа. Оно показывает, что чем больше коэффициент поглощения света $a(\nu)$ (чем чернее тело), тем больше испускательная способность поверхности $r_\nu(T)$ (тем ярче оно светит), так как их отношение $e_\nu(T)$ не зависит от свойств поверхности. Оказывается, что отношение $\frac{r_\nu(T)}{a(\nu)}$ имеет одинаковое значение, например, для белого мела, черного угля, прозрачного кристалла и металлического зеркала.