

Экзамен. Закон Кирхгофа (продолжение).

Факультативная вставка.

Понятия освещенности E и светимости R относятся к разделу оптики — фотометрия. В фотометрии также вводятся I — сила света и B — яркость источника света.

Для источника света вводится величина силы света $I \equiv \frac{dW}{dtd\Omega}$ — энергия,

излучаемая в единицу времени в единичный телесный угол. Сила света удобна для описания точечного источника света, например звезды. Для излучения звезды сила света не зависит от расстояния до звезды. Для любого источника света в приближении геометрической оптики сила света не зависит от расстояния до источника света.

Освещенность поверхности, создаваемая точечным источником света,

$E = \frac{I \cos \alpha}{r^2}$ определяется силой света источника I , углом падения света на

поверхность α и расстоянием от источника до поверхности r . Эту формулу можно объяснить, если в ней силу света заменить ее определением

$E = \frac{dW}{dtd\Omega} \cdot \frac{\cos \alpha}{r^2}$, и телесный угол $d\Omega$ заменить его определением $d\Omega \equiv \frac{dS_{\perp \vec{r}}}{r^2}$.

Тогда

$$E = \frac{r^2}{dS_{\perp \vec{r}}} \cdot \frac{dW}{dt} \cdot \frac{\cos \alpha}{r^2} = \frac{dW}{dt} \cdot \frac{\cos \alpha}{dS_{\perp \vec{r}}}.$$

Здесь $dS = \frac{dS_{\perp \vec{r}}}{\cos \alpha}$ — площадь освещаемой поверхности. Тогда $E = \frac{dW}{dtdS}$ в

соответствии с определением освещенности E .

Яркость (излучения) поверхности или яркость света $B \equiv \frac{dW}{dtd\Omega dS \cos \alpha}$ —

энергия, излучаемая в единицу времени в единичный телесный угол и с единицы площади поверхности. Здесь α — угол между нормалью к поверхности и направлением излучения. Косинус в знаменателе удобен, потому что площадь dS видна из направления α , как $dS \cos \alpha$. Обычно введенная таким образом яркость излучения с поверхности источника света не зависит от направления α — это закон Ламберта. Например, солнечный диск имеет одинаковую яркость и в центре диска и на краю диска. Для ламбертовского источника света его светимость (в телесный угол 2π) и яркость связаны простым соотношением $R = \pi B$.

В фотометрии принято рассматривать оптические величины с учетом чувствительности глаза. Так, например, для энергии, которая падает на поверхность в единицу времени (световой поток), вместо Ватта принята единица люмен. Для длины волны света, которая соответствует максимальной чувствительности глаза ($\lambda = 555 \text{ нм}$), $1 \text{ Ватт} = 683 \text{ люмена}$. Для других длин волн в одном Ватте люменов будет меньше. Освещенность, светимость и

яркость измеряется в люксах. Один люкс равен одному люмену на квадратный метр $1лк = \frac{1лм}{1м^2}$. Сила света измеряется в канделах.

Такие единицы имеют смысл для того, чтобы оценить, насколько удобно освещение для человеческого глаза. На самом деле освещение в столько-то люксов никак не гарантирует удобства для человека, если, например, это будет освещение синим светом или красным. Будучи последовательными нужно было бы ввести в рассмотрение отдельно синие люксы, зеленые люксы и красные люксы. Кроме того, можно было бы ввести еще и серые люксы для сумеречной освещенности, когда нет цветового восприятия. Вместо этого введено понятие цветовой температуры источника света, но мощность источника и цветовая температура — это два параметра, а для корректного описания нужны три параметра: мощность синего света, мощность зеленого и мощность красного.

Если свет регистрируется объективными приемниками света, а не глазом, то удобно отказаться от люменов вообще и говорить только об энергетических единицах — Ваттах.

Спектральную плотность освещенности e_ν в законе Кирхгофа обычно выражают через спектральную плотность объемной плотности энергии светового поля. Обсудим это выражение.

В кинетической теории газов доказывается, что плотность потока молекул $J = \frac{N \cdot \langle V \rangle}{4}$, где N — концентрация молекул, $\langle V \rangle = \sqrt{\frac{8k_B T}{\pi m}}$ — средняя

скорость молекул. Выражение $J = \frac{N \cdot \langle V \rangle}{4}$ справедливо независимо от распределения Максвелла по скоростям молекул. Оно является следствием одной изотропности распределения молекул по скоростям.

Заменим $N \rightarrow w_\nu$ и $\langle V \rangle \rightarrow c$. Здесь $w_\nu = \frac{dw}{d\nu}$ — спектральная плотность объемной плотности энергии. Тогда вместо количества частиц получим энергию в единичном интервале частот. Вместо плотности потока молекул $J = \frac{N \cdot \langle V \rangle}{4}$ получим $\frac{w_\nu(T) \cdot c}{4}$ — плотность потока спектральной плотности энергии или энергию, которая в единицу времени в единичном интервале частот проходит через единичную площадку (в одну сторону). Это и есть спектральная плотность освещенности e_ν .

В случае термодинамического равновесия света и поверхности вещества получаем:

$$\frac{w_\nu(T) \cdot c}{4} \cdot a(\nu) = r_\nu(T)$$

или

$$\frac{r_\nu(T)}{a(\nu)} = \frac{w_\nu(T) \cdot c}{4} \quad \text{— это более традиционное математическое выражение}$$

закона Кирхгофа.

Конец факультативной вставки.

Экзамен. Закон Стефана — Больцмана.

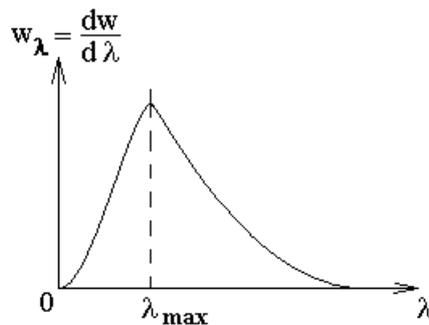
Светимость абсолютно черного тела пропорциональна четвертой степени температуры — это опытный факт, это и есть закон Стефана-Больцмана.

$$R(T) \equiv \int_0^{+\infty} r_\nu(T) \cdot d\nu = \sigma T^4 \quad \Rightarrow \quad R = \sigma T^4.$$

Здесь σ — постоянная Стефана-Больцмана. Стефан открыл закон экспериментально, Больцман позднее обосновал его теоретически.

Экзамен. Закон смещения Вина.

Рассмотрим распределение излучения абсолютно черного тела по длинам волн.



Назовем λ_{\max} такую длину волны, при которой $w_\lambda = \max$ (при $\lambda = \lambda_{\max}$).

Тогда закон смещения Вина утверждает, что $\lambda_{\max} \sim \frac{1}{T}$ или $\lambda_{\max} = \frac{b}{T}$, где

b — константа. Закон смещения Вина — опытный факт.

Факультативная вставка.

Из равенства $\lambda\nu = c$, если его продифференцировать и разделить на произведение $\lambda\nu$, следует $\left| \frac{d\lambda}{\lambda} \right| = \left| \frac{d\nu}{\nu} \right|$. Тогда $\left| \frac{d\lambda}{d\nu} \right| = \frac{\lambda}{\nu}$ и

$$w_\nu = \frac{dw}{d\nu} = \frac{dw}{d\lambda} \cdot \left| \frac{d\lambda}{d\nu} \right| = \frac{dw}{d\lambda} \cdot \frac{\lambda}{\nu} = w_\lambda \cdot \frac{\lambda}{\nu} \quad \Rightarrow$$

$$\nu \cdot w_\nu = \lambda \cdot w_\lambda.$$

Если при $w_\nu = \max$ обозначить $\nu = \nu_{\max}$, то с помощью формулы Планка можно доказать, что $\nu_{\max} \sim T$ или $\nu_{\max} = b'T$.

Конец факультативной вставки.

Экзамен. Формула Планка.

Спектр излучения абсолютно черного тела описывается формулой Планка

$$w_\nu(T) = \frac{8\pi\nu^2}{c^3} \cdot \frac{h\nu}{e^{k_B T} - 1} \quad (1).$$

Здесь W — энергия электромагнитного поля, $w \equiv \frac{dW}{dV}$ — объемная плотность энергии, $w_\nu \equiv \frac{dW}{dV d\nu}$ — спектральная плотность объемной плотности энергии при термодинамическом равновесии света с веществом.

В формуле Планка $\frac{1}{e^{k_B T} - 1}$ — среднее число фотонов в одном состоянии,

то есть в одном объеме когерентности; $h\nu$ — энергия фотона; $\frac{h\nu}{e^{k_B T} - 1}$ —

средняя энергия света в одном состоянии. Число возможных состояний в единичном интервале частот пропорционально ν^2 аналогично тому, как в распределении Максвелла по модулю скорости число состояний в единичном интервале скоростей пропорционально V^2 .

Факультативная вставка.

Вместо объемной плотности спектральной плотности энергии w_ν в формуле Планка иногда рассматривается спектральная плотность светимости $r_\nu = \frac{dR}{d\nu} = \frac{dW}{dt dS d\nu}$ абсолютно черного тела, которая называется испускательной

способностью и равна энергии, которая в единицу времени излучается единицей площади поверхности в единичном интервале частот. Испускательная способность абсолютно черного тела равна спектральной плотности освещенности $e_\nu = \frac{dE}{d\nu} = \frac{dW}{dt dS d\nu}$ при термодинамическом равновесии излучения

и вещества. Мы уже обсуждали, что для излучения абсолютно черного тела $e_\nu = \frac{w_\nu c}{4}$ аналогично тому, как в кинетической теории газов плотность потока

молекул равна $J = \frac{N \cdot \langle V \rangle}{4}$, где N — концентрация молекул, $\langle V \rangle = \sqrt{\frac{8k_B T}{\pi m}}$ —

средняя скорость молекул. Соответственно формула Планка может быть еще в двух формах с правой частью, в которой есть дополнительный множитель $\frac{c}{4}$:

$$e_\nu(T) = r_\nu(T) = \frac{2\pi\nu^2}{c^2} \cdot \frac{h\nu}{e^{k_B T} - 1} \quad (2)$$

При соблюдении закона Ламберта светимость R связана с яркостью B соотношением $R = \pi B$. Закон Ламберта выполняется в частности и для абсолютно черного тела. Это же соотношение справедливо между спектральной плотностью светимости и спектральной плотностью яркости $r_\nu = \pi b_\nu$. Соответственно формула Планка может быть еще в одном виде:

$$b_\nu(T) = \frac{2\nu^2}{c^2} \cdot \frac{h\nu}{e^{k_B T} - 1}. \quad (3)$$

В формуле Планка вместо распределения по частотам ν иногда рассматривают распределение по циклическим частотам $\omega = 2\pi\nu$. Объемная плотность энергии в интервале циклических частот $d\omega = 2\pi d\nu$ и в интервале обычных частот $d\nu$ — это одна и та же объемная плотность энергии $dW = w_\omega d\omega = w_\nu d\nu$. Тогда $w_\omega = \frac{d\nu}{d\omega} w_\nu = \frac{1}{2\pi} w_\nu$. Соответственно в формуле 1 для w_ω правая часть будет в 2π раз меньше, чем в формуле (1) для w_ν . И это тоже формула Планка:

$$w_\omega(T) = \frac{\omega^2}{\pi^2 c^3} \cdot \frac{\hbar\omega}{e^{k_B T} - 1}. \quad (4)$$

Аналогично для формул 2 и 3:

$$e_\omega(T) = r_\omega(T) = \frac{\omega^2}{4\pi^2 c^2} \cdot \frac{\hbar\omega}{e^{k_B T} - 1} \quad (5)$$

$$b_\omega(T) = \frac{\omega^2}{4\pi^3 c^2} \cdot \frac{\hbar\omega}{e^{k_B T} - 1}. \quad (6)$$

Каждую из этих трех формул (4-6) тоже называют формулой Планка.

Кроме приведенных выше 6 форм формулу Планка можно записать еще в 6-и формах, если с учетом $\nu \cdot w_\nu = \lambda \cdot w_\lambda$ перейти от частот к длинам волн:

$$w_\lambda(T) = \frac{8\pi hc}{\lambda^5} \cdot \frac{1}{e^{\lambda k_B T} - 1} \quad (7)$$

$$e_\lambda(T) = r_\lambda(T) = \frac{2\pi hc^2}{\lambda^5} \cdot \frac{1}{e^{\lambda k_B T} - 1} \quad (8)$$

$$b_\lambda(T) = \frac{2hc^2}{\lambda^5} \cdot \frac{1}{e^{\lambda k_B T} - 1}. \quad (9)$$

Зачастую в литературе приводится одна из этих 9-и формул Планка без каких-либо пояснений, какая именно формула имеется в виду.

Конец факультативной вставки.

Экзамен. Дифракция рентгеновских лучей на кристалле. Лауэграммы.

При упругом рассеянии или дифракции рентгеновских лучей каждый рентгеновский квант рассеивается не на конкретном электроны, а сразу на всем кристалле. Кристалл тяжелый по сравнению с одним электроном, поэтому отдача, которую испытывает кристалл, передает ему очень малую энергию $\frac{p^2}{2M}$, где p изменение импульса рентгеновского фотона, M — масса кристалла. Поэтому энергия рентгеновского фотона при рассеянии фотона всем кристаллом почти не изменяется.

Кристаллом рассеивается электромагнитная волна, а правильная периодическая структура кристалла при этом играет роль дифракционной решетки. Электромагнитная волна рассеивается, как волна вероятности поймать рассеянный рентгеновский квант. Вероятность поймать квант в любой точке пространства пропорциональна квадрату модуля комплексной амплитуды рассеянной волны или пропорциональна интенсивности рассеянной волны.

Свет видимого диапазона имеет большую длину волны и на кристалле не рассеивается, так как дифракционные максимумы решетки появляются только в том случае, если шаг решетки больше половины длины волны света $d > \frac{\lambda}{2}$.

Пусть на кристалл падает параллельный пучок монохроматических рентгеновских лучей, которому соответствует плоская монохроматическая волна.

Кристалл состоит из повторяющихся в правильном порядке узлов. В простейшем случае узел кристалла содержит один атом, но узел может содержать и несколько атомов, например, разных элементов периодической системы Менделеева. Расстояние между этими атомами одного порядка с расстоянием между соседними узлами кристалла. Излучение рассеянное разными узлами в направлении дифракционного максимума должно быть синфазно.

Кристалл — это правильная периодическая структура. В одномерном случае период один, а в трехмерном случае — три периода. То есть в кристалле есть три необязательно ортогональных направления не лежащих в одной плоскости, и в этих трех направлениях есть три разных периода.

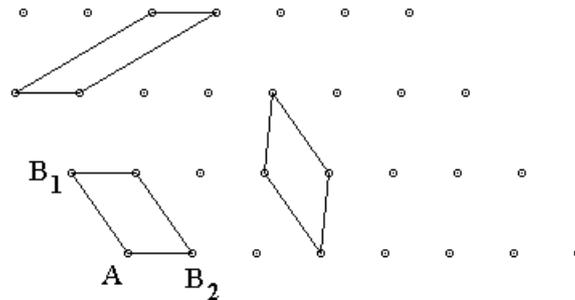
Следовательно, независимо от структуры кристалла его всегда можно представить, как повторяющиеся так называемые примитивные ячейки в виде одинаковых параллелепипедов. В каждой вершине параллелепипеда находятся узлы кристалла.

И действительно, мысленно проведем из одного узла кристалла векторы к трем другим узлам вдоль трех периодов кристалла. На этих трех векторах

можно построить параллелепипед. Если внутри параллелепипеда не будет ни одного узла, то этот параллелепипед и будет примитивной ячейкой кристалла.

Для начала проще представить структуру кристалла в двумерном случае. Тогда ячейки кристалла будут одинаковыми параллелограммами.

Примитивную ячейку кристалла можно выбрать разными способами, что видно из нижеследующего рисунка.



На рисунке приведены возможные варианты примитивных ячеек для одного и того же двумерного кристалла.

Для синфазности света рассеянного всеми узлами кристалла необходимо и достаточно, чтобы были синфазны волны, рассеянные всеми узлами одной примитивной ячейки кристалла.

На примере одной из ячеек видно, что для синфазности волн, рассеянных всеми узлами одной ячейки, необходимо и достаточно, чтобы синфазными были волны рассеянные узлами A, B_1, B_2 , которые расположены на двух сторонах AB_1 и AB_2 , выходящих из одного узла A .

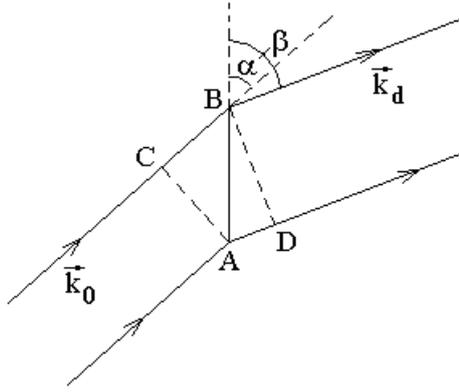
Аналогично в трехмерном случае нужно чтобы были синфазны волны рассеянные узлами A, B_1, B_2, B_3 , расположенными на трех ребрах AB_1, AB_2, AB_3 .

Рассмотрим, в каком случае рассеяние узлами A, B_1, B_2, B_3 будет синфазно.

$$\text{Введем обозначение: } \begin{cases} \vec{d}_1 \equiv \overline{AB_1} \\ \vec{d}_2 \equiv \overline{AB_2} \\ \vec{d}_3 \equiv \overline{AB_3} \end{cases}$$

Пусть \vec{k}_0 — волновой вектор падающей на кристалл рентгеновской волны, \vec{k}_d — волновой вектор упруго рассеянной волны или дифрагированной волны.

Рассмотрим рассеяние в направлении \vec{k}_d на двух узлах, которые связаны вектором $\vec{d} = \overline{AB}$. Векторы \vec{k}_0, \vec{d} и \vec{k}_d не обязательно лежат в одной плоскости.



Проведем через узел A перпендикуляр к падающей волне \vec{k}_0 до луча, идущего в узел B , и получим точку C . Проведем через узел B перпендикуляр к рассеянному лучу \vec{k}_d до луча, рассеянного узлом A , и получим точку D .

Обозначим углы: $\alpha \equiv (\widehat{\vec{k}_0, \vec{d}})$ — угол между лучом падающей волны \vec{k}_0 и ребром примитивной ячейки кристалла \vec{d} , $\beta \equiv (\widehat{\vec{k}_d, \vec{d}})$ — угол между рассеянным лучом \vec{k}_d и ребром \vec{d} .

Разность хода лучей рассеянных на узлах A и B равна:

$$\Delta = BC - AD = AB \cdot \cos(\alpha) - AB \cdot \cos(\beta) = (\cos(\alpha) - \cos(\beta)) \cdot d.$$

Синфазность рассеянных узлами A и B волн означает, что разность хода кратна длине волны:

$$\Delta = m\lambda \quad \Rightarrow \quad (\cos(\alpha) - \cos(\beta)) \cdot d = m\lambda,$$

где m — целое число.

Для трех ребер примитивной ячейки кристалла получим три уравнения:

$$\begin{cases} (\cos(\alpha_1) - \cos(\beta_1)) \cdot d_1 = m_1\lambda \\ (\cos(\alpha_2) - \cos(\beta_2)) \cdot d_2 = m_2\lambda \\ (\cos(\alpha_3) - \cos(\beta_3)) \cdot d_3 = m_3\lambda \end{cases}$$

Здесь d_1, d_2, d_3 — длины ребер примитивной ячейки кристалла; m_1, m_2, m_3 — целые числа;

$$\alpha_i \equiv (\widehat{\vec{k}_0, \vec{d}_i});$$

$$\beta_i \equiv (\widehat{\vec{k}_d, \vec{d}_i}).$$

Мы получили систему из трех уравнений для трех неизвестных углов $\beta_1, \beta_2, \beta_3$, которые задают направление дифракции рентгеновских лучей. Однако, чтобы задать направление, достаточно двух углов, а не трех. Вспомним, например, сферические координаты. Следовательно, три угла

$\beta_1, \beta_2, \beta_3$, определяющие направление дифракции не являются независимыми переменными.

И действительно, задание углов β_1 и β_2 оставляет только два возможных значения для угла β_3 . Это видно, если рассмотреть пересечение двух конусов с вершинами в точке A , построенных вокруг векторов $\overline{AB_1} = \vec{d}_1$ и $\overline{AB_2} = \vec{d}_2$ с угловыми радиусами β_1 и β_2 . Вектор \vec{k}_d должен находиться на поверхности каждого из двух конусов. Линии пересечения конусов — это и есть два варианта направления \vec{k}_d , которым соответствуют два угла β_3 .

$$\text{Три уравнения } \begin{cases} (\cos(\alpha_1) - \cos(\beta_1)) \cdot d_1 = m_1 \lambda \\ (\cos(\alpha_2) - \cos(\beta_2)) \cdot d_2 = m_2 \lambda \\ (\cos(\alpha_3) - \cos(\beta_3)) \cdot d_3 = m_3 \lambda \end{cases} \text{ нужно рассматривать, как}$$

систему относительно трех неизвестных, но эти неизвестные не три угла $\beta_1, \beta_2, \beta_3$. Эти неизвестные $\beta_1, \beta_2, \lambda$.

Если кристалл освещать монохроматическим рентгеновским излучением с заданной длиной волны λ , то дифракционных максимумов может не быть вовсе, если окажется, что λ из решения системы не совпадает с λ излучения. Дифракционные максимумы появляются только для некоторых значений длин волн λ .

При облучении кристалла рентгеновским излучением со сплошным спектром кристалл сам выберет длины волн, для которых возможны дифракционные максимумы. В разные дифракционные максимумы пойдет излучение с разными длинами волн.

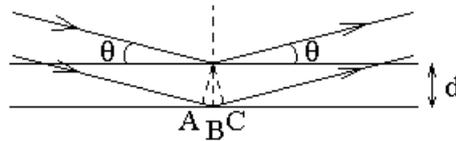
Картина дифракционных максимумов — это и есть лауэграмма.

Обычно для получения лауэграммы берут маленький кристалл, например, размером один миллиметр. Кристалл ставят в рентгеновский пучок лучей, а за кристаллом на расстоянии гораздо больше одного миллиметра ставят фотопластинку. Изображение на фотопластинке и будет лауэграммой.

Экзамен. Условие Вульфа — Брэгга для дифракции монохроматических рентгеновских лучей на поликристаллическом порошке.

Если для получения лауэграмм используется рентгеновское излучение со сплошным спектром, то в данном случае рассматривается дифракция монохроматического излучения. Вместо всех возможных длин волн в данном случае используются все возможные ориентации крупинки кристалла в порошке относительно направления падающей волны.

Согласно Вульфу и Брэггу, если излучение зеркально отраженное от двух соседних плоскостей узлов кристалла синфазно, то в этом направлении будет дифракционный максимум.



На рисунке изображены две горизонтальные параллельные плоскости узлов, d — расстояние между плоскостями, θ — угол скольжения падающего излучения.

Разность хода лучей отраженных от двух плоскостей равна

$$\Delta = AB + BC = 2d \cdot \sin(\theta).$$

Условие синфазности отраженных волн

$$\Delta = m\lambda,$$

где m — целое число.

Объединяя оба равенства, получим

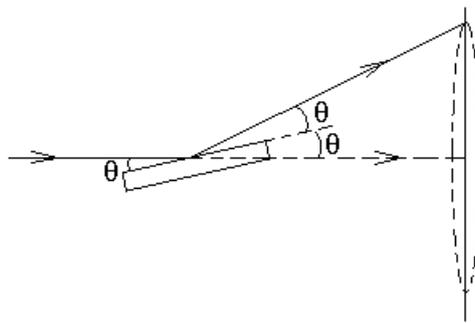
$$2d \cdot \sin(\theta) = m\lambda \text{ — это и есть условие Вульфа-Брэгга.}$$

Здесь m — целое число, d — межплоскостное расстояние, θ — угол скольжения.

Эксперимент ставится следующим образом.

На небольшой образец поликристаллического порошка направляют монохроматический параллельный рентгеновский пучок лучей. За порошком перпендикулярно падающему лучу ставят фотопластинку на расстоянии гораздо большем диаметра пучка лучей и размеров поликристаллического образца.

Схема опыта имеет осевую симметрию. Следовательно, дифракционная картина также будет иметь осевую симметрию. Дифракционная картина — концентрические кольца. Как видно из нижеследующего рисунка, угловой радиус кольца равен 2θ .



Факультативная вставка.

Рассмотрим, как условие Вульфа-Брэгга соотносится с условием Лауэ.

Покажем, что условие Вульфа-Брэгга достаточно для выполнения условия Лауэ:

$$(В-Б) \Rightarrow (Л).$$

Рассмотрим примитивную ячейку кристалла, как это делает Лауэ. Рассмотрим плоскость узлов, которая является продолжением одной из граней

примитивной ячейки. В качестве параллельной плоскости узлов рассмотрим плоскость второй параллельной грани примитивной ячейки.

Лучи, зеркально отражающиеся от плоскости, всегда отражаются синфазно, поэтому плоское зеркало и отражает зеркально. Выберем ребра $\overrightarrow{AB_1} = \vec{d}_1$ и $\overrightarrow{AB_2} = \vec{d}_2$ в первой плоскости узлов. Тогда при выполнении условия Вульфа-Брэгга излучение, рассеянное узлами A, B_1, B_2 , будет синфазно, так как эти узлы лежат в первой плоскости узлов, и все точки этой плоскости излучают синфазно в направлении зеркального отражения от плоскости.

Если по условию Вульфа-Брэгга от второй плоскости узлов излучение отражается синфазно излучению, отраженному от первой плоскости, то каждая точка второй плоскости излучает в направлении зеркального отражения синфазно каждой точки первой плоскости. Узел B_3 по построению лежит во второй плоскости узлов, следовательно, рассеянное им излучение в направлении зеркального отражения от плоскости синфазно рассеянному излучению в этом направлении узлами A, B_1, B_2 .

Таким образом, мы показали, что при выполнении условия Вульфа-Брэгга автоматически выполняются условия Лауэ.

Обратное несправедливо.

Дифракционные максимумы Лауэ, заведомо не отвечают условию Вульфа-Брэгга, если направление дифракции не лежит в плоскости падения ни для одной из граней примитивной ячейки кристалла.

При вращении кристаллической крупинки вокруг падающего луча дифракционный максимум Лауэ формирует на фотопластинке дифракционное кольцо. Однако четко видны только те кольца, которые отвечают условию Вульфа-Брэгга.

Если направление дифракции удовлетворяет условию Вульфа-Брэгга, то при поворотах кристаллической крупинки вокруг оси перпендикулярной плоскости узлов кристалла условие Вульфа-Брэгга сохраняется.

Если же направление дифракции Лауэ не удовлетворяет условию Вульфа-Брэгга, то направление дифракции не лежит в плоскости падения луча на плоскость узлов кристалла. В таком случае при поворотах кристаллической крупинки вокруг оси перпендикулярной плоскости узлов кристалла направление дифракционного максимума не сохраняется. Поэтому соответствующие кольца на фотопластинке имеют очень малую интенсивность.

Конец факультативной вставки.