Введение.

Лектор — Крылов Игорь Ратмирович, комната Б101 физического факультета СПбГУ.

Конспект лекций в виде pdf файлов лекций можно будет найти на моем сайте:

igor-krylov.ru → Лекции → Нанооптика для студентов 4-го курса.

Все содержание моего сайта продублировано на бесплатном сайте

igor-krylov.narod.ru

но бесплатный сайт перегружен рекламой.

Электронная почта: igor-krylov@yandex.ru

Рабочий телефон: (+7-812-)428-44-66.

Вход-выход — свободный, на лекции можно приносить чай, кофе и еду.

Вопросы, замечания, возражения — по ходу лекций.

Изложение материала лекций будет в системе единиц СГС Гаусса, некоторые формулы факультативно будут и в системе СИ.

Литература.

1. Ландау, Л. Д., Лифшиц, Е. М. «Электродинамика сплошных сред». М., 2001. — («Теоретическая физика», том VIII).

2. Лукас Новотный, Берт Хехт, "Основы нанооптики", М., 2011.

3. В. В. Климов "Наноплазмоника", М., 2010.

4. Стефан А. Майер «Плазмоника», М., 2011.

5. С. В. Гапоненко, Н. Н. Розанов и др. «Оптика наноструктур», СПб, 2005.

6. В. А. Сойфер «Дифракционная нанофотоника», М., 2011.

7. Б. Салех, Мю Тейх «Оптика и Фотоника. Принципы и приложения» в 2-х томах, М., 2012.

8. А. К. Сарчев, В. М. Шалаев «Электродинамика метаматериалов», Научный мир, 2011.

9. М. Гундман «Основы физики полупроводников. Нанофизика и технические приложения», М., 2012.

Нанооптика, как предмет физики.

Нанооптика — это оптика, которая проявляется на особенностях размером от 1 до 999 нм. Для сравнения ковалентные радиусы разных атомов находятся в диапазоне от 0.028 нм до 0.26 нм. Ковалентный радиус — это половина наименьшего расстояния между атомами в твердой фазе. Также для сравнения диапазон длин волн видимого света от 400 нм до 700 нм. То есть под нанообъектами обычно понимают объекты с размером меньше длины волны света. Такими нанообъектами могут быть наноантенны, периодические наборы наноантенн, периодические структуры с нанопериодом, наноразмерные оптические особенности на границе раздела сред.

Рассеяние света наноантенной.

Рассмотрим задачу рассеяния света на нанообъекте. В таком случае этот нанообъект называют наноантенной.

Рассмотрим металлическую наноантенну, например золотую, в форме прямоугольного параллелепипеда относительно малой высоты (толщины). Это почти плоская наноантенна — нанопластина или нанобалка малой толщины.

Рассмотрим линейно поляризованную световую волну, которая нормально падает на нанопластину.

В металле нанопластины есть свободные электроны проводимости, которые будут совершать вынужденные колебания под действием электрического поля световой волны. Электроны нанопластины похожи на воду в прямоугольной ванночке. Если ванночку раскачивать, то вода в ванночке будет совершать колебания, так и электроны в нанопластине совершают колебания под действием светового поля. Есть некоторая резонансная частота, с которой нужно раскачивать ванночку, чтобы вода раскачивалась сильно. Аналогично, есть некоторая резонансная частота светового поля, при которой колебания свободных электронов в нанопластине будут большими.

Нанопластина с колеблющимися свободными электронами будет излучать электромагнитные волны на частоте колебаний электронов. Нанопластина станет наноантенной. Итак, есть падающая на наноантенну световая волна, которая раскачивает электроны, колеблющиеся электроны излучают. Это излучение называют светом рассеянным наноантенной.

От чего зависит резонансная частота наноантенны? Как и в случае с ванночкой, резонансная частота зависит от размеров ванночки или наноантенны. Чем больше размеры, тем ниже резонансная частота.

Из курса электричества мы знакомы с электрическими колебаниями в колебательном контуре. Там тоже есть резонансная частота колебаний $\omega = \dfrac{1}{\sqrt{LC}}$. Нельзя ли рассматривать наноантенну, как колебательный контур? Оказывается, что можно, и это рассмотрение дает правильные результаты, хотя и с некоторыми оговорками.

В колебательном контуре есть индуктивность L и емкость C. Как найти эти величины для наноантенны? Рассмотрим, например, соленоид. У соленоида есть индуктивность, но токи соленоида текут по обмотке вокруг оси соленоида, что совсем не похоже на токи в нанопластине. Индуктивность соленоида L — это коэффициент пропорциональности между током I в соленоиде и потоком магнитного поля $\Phi = L\dfrac{I}{c}$ через соленоид (в системе СИ $\Phi = LI$). Что считать потоком Φ для тока в нанопластине? Поток через что?

Оказывается, в сложных случаях есть другое более строгое определение индуктивности. Если для постоянного тока в каком-то контуре найти магнитное поле $\vec{B}$, которое создает этот ток, а затем приравнять друг к другу два выражения для магнитной энергии контура с током и энергии магнитного поля

$$\frac{LI^2}{2c^2} = \int\limits_{V=\infty} \frac{\left(\vec{B},\vec{H}\right)}{8\pi} dV,$$

то из этого равенства можно найти индуктивность контура.

Здесь $\vec{B} \sim I$ и $\vec{H} \sim I$, поэтому правая часть равенства пропорциональна I^2, и индуктивность

$$L_f = \frac{c^2}{4\pi I^2} \int\limits_{V=\infty} \left(\vec{B},\vec{H}\right) dV \qquad (1)$$

не зависит от величины силы тока I.

По этой формуле можно найти индуктивность нанопластины и любой другой наноантенны. Будем называть эту индуктивность фарадеевской и обозначать L_f. Дело в том, что индуктивность наноантенны имеет еще одно слагаемое L_k, которое имеет совсем другую природу. Но об этом чуть позже.

В системе СИ: $\frac{LI^2}{2} = \int\limits_{V=\infty} \frac{\left(\vec{B},\vec{H}\right)}{2} dV$ и $L_f = \frac{1}{I^2} \int\limits_{V=\infty} \left(\vec{B},\vec{H}\right) dV$.

Электрическую емкость наноантенны можно найти подобным образом, приравнивая энергию заряженного конденсатора к энергии электрического поля, которое создается зарядами конденсатора

$$\frac{Q^2}{2C} = \int\limits_{V=\infty} \frac{\left(\vec{D},\vec{E}\right)}{8\pi} dV,$$

откуда

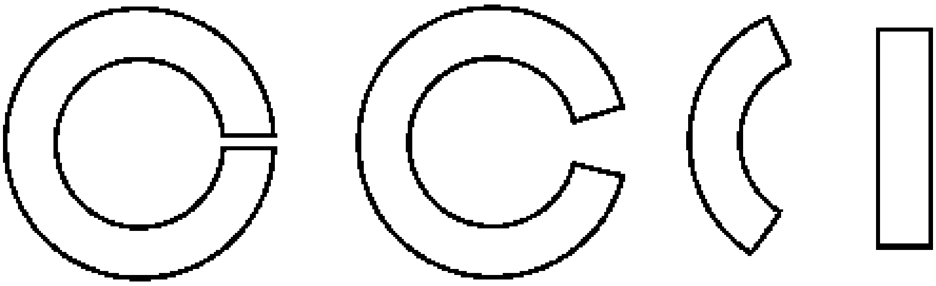
$$C = \frac{4\pi Q^2}{\int\limits_{V=\infty} \left(\vec{D},\vec{E}\right) dV}, \qquad (2)$$

или в системе СИ: $\frac{Q^2}{2C} = \int\limits_{V=\infty} \frac{\left(\vec{D},\vec{E}\right)}{2} dV$ и $C = \frac{Q^2}{\int\limits_{V=\infty} \left(\vec{D},\vec{E}\right) dV}$.

Для макроскопической металлической прямоугольной пластины формулы (1) и (2) действительно позволяют найти резонансную частоту электрических колебаний $\omega = \frac{1}{\sqrt{LC}}$.

Где же в прямоугольной металлической пластине колебательный контур, для которого найдена резонансная частота?

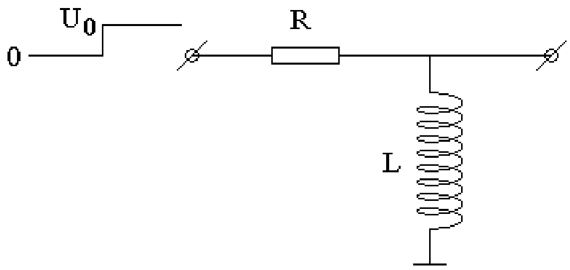
Давайте вместо металлической прямоугольной пластины рассмотрим плоское металлическое кольцо с тонкой прорезью.



Кольцо образует виток с током, у которого есть индуктивность. Металлические края тонкой прорези образуют конденсатор. В результате получился колебательный контур. Давайте теперь мысленно увеличим вырезанную часть кольца. Конденсатор стал не совсем плоским, но емкость то у него осталась. Значит, это кольцо тоже образует колебательный контур. Вырежем из кольца кусок больше половины кольца. Емкость стала совсем небольшой, а контур, который замыкается через эту емкость, нужно замыкать, домысливая контур в окружающем кусок кольца вакууме. Все равно получился колебательный контур. И наконец, выпрямим оставшийся отрезок кольца и получим прямоугольную пластину, которую теперь тоже можно рассматривать, как колебательный контур.

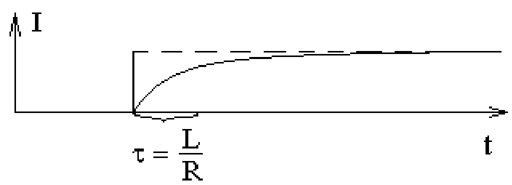
Мы более или менее разобрались, как найти индуктивность, емкость и резонансную частоту макроскопической металлической пластины. Для нанопластины, как уже говорилось выше, есть некоторая добавка к индуктивности.

Индуктивность можно рассматривать, как меру инертности изменениям тока. И действительно, рассмотрим электрическую RL-цепочку и подадим на эту цепочку ступеньку напряжения.



Сила тока, как функция времени после включения ступеньки напряжения на входе схемы равна

$$I = \frac{U_0}{R} \cdot \left(1 - e^{-\frac{R}{L}t} \right)$$



В первый момент после включения напряжения на входе схемы сила тока остается равной нулю. Затем ток нарастает, но чем больше величина индуктивности L, тем медленнее нарастает ток. Это похоже на нарастание скорости под действием постоянной силы, где индуктивность играет роль инертной массы ускоряемого тела.

Свободные электроны наноантенны тоже имеют инертную массу, которая мешает им быстро ускоряться, быстро изменять скорость, пропорциональную плотности тока $\vec{j} = -ne\vec{\mathcal{V}}$, где n_e — концентрация свободных электронов, e — модуль заряда электрона, $\vec{\mathcal{V}}$ — скорость электронов. То есть, инертная масса электронов с каким-то коэффициентом пропорциональности играет роль индуктивности при рассмотрении электрических токов наноантенны. Этот коэффициент пропорциональности можно найти из условия, что энергия, запасенная наноантенной, имеет вид двух слагаемых: энергии магнитного поля и кинетической энергии свободных электронов:

$$W = \frac{L_f I^2}{2c^2} + n_e V \frac{m_e \mathcal{V}^2}{2},$$

где V — объем наноантенны.

Приравниваем второе слагаемое к вкладу в энергию $\frac{L_k I^2}{2c^2}$ от некоторого второго вклада в индуктивность L_k и получаем

$$\frac{L_k I^2}{2c^2} = n_e V \frac{m_e \mathcal{V}^2}{2},$$

где скорость $\vec{\mathcal{V}}$ можно выразить через плотность тока $\vec{\mathcal{V}} = -\frac{\vec{j}}{n_e e}$, а плотность тока можно выразить через силу тока $j = \frac{I}{S}$, где S — площадь поперечного сечения металлической наноантенны. В результате

$$L_k = V \frac{c^2 m_e}{n_e e^2 S^2}. \qquad (3)$$

В системе СИ $\quad L_k = V \frac{m_e}{n_e e^2 S^2}$.

В эту формулу входит концентрация свободных электронов в металле. Как ее измерить? Как определить, сколько свободных электронов приходится на один атом, например, золота?

Величину концентрации электронов n получают из надежно измеряемой в эксперименте величины плазменной частоты металла ω_p. Квадрат плазменной частоты $\omega_p^2 \equiv 4\pi n_e \frac{e^2}{m_e}$ (в системе СИ: $\omega_p^2 \equiv n_e \frac{e^2}{m_e \varepsilon_0}$). Комплексный показатель преломления плазмы, как и металла, $\tilde{n}^2 = 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2}$. Если частота света ниже плазменной частоты $\omega < \omega_p$, то показатель преломления металла чисто мнимый, и металл отражает свет, не пропуская его. Если частота света выше плазменной частоты $\omega > \omega_p$, то показатель преломления вещественный, и металл почти прозрачен для света. Плазменная частота золота $\omega = 1.37 \cdot 10^{16} \frac{рад}{c}$, соответствующая длина световой волны $\lambda = 138 нм$.

С учетом вклада L_k в индуктивность наноантенны, связанного с кинетической энергии электронов, резонансная частота наноантенны равна $\omega = \frac{1}{\sqrt{\left(L_f + L_k\right) C}}$.

Оказывается, что вклад L_k в суммарную индуктивность $L_f + L_k$ становится заметным только при очень малых размерах антенны. И действительно. Посмотрим, как изменяются величины L_f, L_k и C при изменении линейных размеров антенны. Рассмотрим, как изменяется каждая величина, если все линейные размеры антенны изменить в одинаковое число раз. Оказывается, что $L_f \sim l$, $C \sim l$, $L_k \sim \frac{1}{l}$, где l — какой-нибудь линейный размер антенны.

Для фарадеевской индуктивности это проще заметить, рассматривая индуктивность длинного соленоида $L_f = \frac{4\pi N^2 S}{l}$, где N — число витков соленоида, l — длина соленоида, S — площадь поперечного сечения соленоида. При увеличении всех размеров соленоида, например в два раза, площадь сечения S увеличится в четыре раза, длина соленоида l увеличится в два раза, и индуктивность L_f увеличится в два раза. Следовательно, $L_f \sim l$.

Поведение емкости проще всего проанализировать на примере плоского конденсатора $C = \frac{S}{4\pi a}$, где S — площадь пластины конденсатора, a — расстояние между пластинами. При увеличении размеров конденсатора, например в два раза, площадь S увеличится в четыре раза, расстояние между пластинами a увеличится в два раза, и емкость конденсатора C увеличивается в два раза. Следовательно, $C \sim l$.

В формуле $L_k = V \frac{c^2 m_e}{n_e e^2 S^2}$ объем растет пропорционально кубу линейного размера $V \sim l^3$, площадь поперечного сечения антенны $S \sim l^2$. Следовательно, $L_k \sim \frac{1}{l}$.

Для макроскопических (больших) размеров антенны l слагаемое в суммарную индуктивность $L_k \sim \frac{1}{l}$ становится пренебрежимо малым по сравнению со слагаемым $L_f \sim l$, поэтому для антенн обычных (макроскопических) размеров слагаемое $L_k \sim \frac{1}{l}$ не учитывают, и резонансная частота колебательного контура $\omega = \frac{1}{\sqrt{L_f C}}$. Для наноантенн слагаемое $L_k \sim \frac{1}{l}$ в суммарную индуктивность становится заметным, а для самых малых наноантенн становится основным.

С учетом $L_f \sim l$, $C \sim l$ и $\omega = \frac{1}{\sqrt{L_f C}}$ получаем, что для макроскопических антенн $\omega \sim \frac{1}{l}$. Это с одной стороны, а с другой стороны, для малых наноантенн с учетом $L_k \sim \frac{1}{l}$, $C \sim l$ и $\omega = \frac{1}{\sqrt{\left(L_f + L_k\right)C}} \approx \frac{1}{\sqrt{L_k C}}$ получаем, что резонансная частота не зависит от линейного размера малой наноантенны.

Чтобы рассчитать ширину резонанса колебательного контура, нужно учесть активное сопротивление контура R. Чем меньше сопротивление, тем уже резонанс $\frac{\Delta\omega}{\omega} \approx \frac{R}{\rho}$, где $\rho = \sqrt{\frac{L}{C}}$ — волновое сопротивление колебательного контура, $\Delta\omega$ — ширина амплитудно-частотной характеристики колебательного контура на уровне $\frac{1}{\sqrt{2}}$, что соответствует ширине частотной зависимости мощности рассеянного света от частоты на уровне $\frac{1}{2}$. Для определения ширины резонанса рассеяния света наноантенной нужно кроме мощности потерь на нагревание активного сопротивления $P = R_0 I^2$ учитывать мощность потерь на излучение

$$\left\langle P \right\rangle = \frac{2\left\langle \ddot{p}^2 \right\rangle_t}{3c^3} = \frac{p_0^2 \omega^4}{3c^3}$$

диполя p наноантенны.

В системе СИ: $\left\langle P \right\rangle = \frac{\left\langle \ddot{p}^2 \right\rangle_t}{6\pi\varepsilon_0 c^3} = \frac{p_0^2 \omega^4}{12\pi\varepsilon_0 c^3}$.

Приравниваем мощность потерь на излучение к мощности потерь на некотором эффективном сопротивлении $\left\langle P\right\rangle = \dfrac{p_0^2\omega^4}{3c^3} = R_e\left\langle I^2\right\rangle_t$ и получаем относительную ширину резонанса наноантенны

$$\frac{\Delta\omega}{\omega} \approx \frac{R}{\rho} = \frac{R_0 + R_e}{\sqrt{\dfrac{L}{C}}} = \frac{R_0 + R_e}{\sqrt{\dfrac{L_f + L_k}{C}}}.$$

Здесь $R_e = \dfrac{p_0^2\omega^4}{3c^3\left\langle I^2\right\rangle_t}$, $p_0 = l_0 Q_0$, l_0 — расстояние между центрами тяжести отрицательного и положительного заряда наноантенны, $Q_0 = \int\limits_0^{\frac{T}{4}} I_0\cos(\omega t)\,dt$ — амплитуда заряда наноантенны.

В результате резонанс наноантенны получается достаточно широким.

Для того, чтобы делать на основе наноантенн какие-либо оптические устройства нужно уметь точно рассчитать зависимость сечения рассеяния наноантенны $\sigma_{scatt} \equiv \dfrac{\oint\limits_S\left(\dfrac{c}{4\pi}\left[\vec{E},\vec{H}\right],d\vec{S}\right)}{I_0}$ от длины волны λ падающего на наноантенну излучения. Такие расчеты можно сделать в программном пакете COMSOL. Чуть позднее обсудим некоторые результаты таких расчетов.

В системе СИ $\sigma_{scatt} \equiv \dfrac{\oint\limits_S\left(\left[\vec{E},\vec{H}\right],d\vec{S}\right)}{I_0}$.

<u>Резонанс рассеяния света наношаром.</u>

Рассмотрим некоторую задачу, которая, казалось бы, никак не связана с нанооптикой. Рассмотрим диэлектрический шар в однородном электростатическом поле $\vec{E}_0$, и найдем поле $\vec{E}_1$ внутри шара.

Из единственности решения уравнения Пуассона $\Delta\varphi = -4\pi\rho$ для скалярного потенциала φ следует, что можно придумывать решения для электростатического поля, и нужно проверять, что придуманное решение удовлетворяет уравнению Пуассона для точек однородной среды и удовлетворяет граничным условиям на границах сред и границе рассматриваемого объема.

Придумаем, что напряженность электрического поля внутри шара $\vec{E}_1 = \overrightarrow{const} \parallel \vec{E}_0$ одинаковая во всех точках шара и параллельна внешнему полю $\vec{E}_0$.

Придумаем, что поле снаружи шара $\vec{E}_2$ равно сумме однородного внешнего поля $\vec{E}_0$ и поля точечного диполя $\vec{E}_p = 3\frac{(\vec{p},\vec{r})\vec{r}}{r^5} - \frac{\vec{p}}{r^3}$ расположенного в центре шара. То есть поле снаружи шара

$$\vec{E}_2 = \vec{E}_0 + \vec{E}_p = \vec{E}_0 + 3\frac{(\vec{p},\vec{r})\vec{r}}{r^5} - \frac{\vec{p}}{r^3}.$$

Придуманные поля (внутри и снаружи шара) удовлетворяют уравнению Пуассона для потенциала и правильно ведут себя на бесконечности.

Проверим, что придуманные поля удовлетворяют граничным условиям на поверхности шара

$$\begin{cases} D_{2n} - D_{1n} = 4\pi\sigma = 0 \\ E_{2\tau} - E_{1\tau} = 0 \end{cases}.$$

Пусть среда 1 — внутри шара, а среда 2 — снаружи. Тогда граничные условия примут вид

$$\begin{cases} E_{2n} - \varepsilon E_{1n} = 0 \\ E_{2\tau} - E_{1\tau} = 0 \end{cases} \quad => \quad \begin{cases} \varepsilon E_{1n} = E_{2n} \\ E_{1\tau} = E_{2\tau} \end{cases}.$$

Рассмотрим произвольную точку на поверхности шара. Отложим вектор $\vec{E}_0$ из центра шара. Пусть угол между направлением $\vec{E}_0$ и направлением из центра шара в рассматриваемую точку на поверхности шара равен θ. Тогда

$$\begin{cases} E_{1n} = E_1\cos(\theta) \\ E_{1\tau} = E_1\sin(\theta) \\ E_{2n} = E_0\cos(\theta) + 3\frac{p\cos(\theta)}{R^3} - \frac{p\cos(\theta)}{R^3} = E_0\cos(\theta) + 2\frac{p\cos(\theta)}{R^3}, \\ E_{2\tau} = E_0\sin(\theta) - \frac{p\sin(\theta)}{R^3} \end{cases}$$

здесь первая пара уравнений — это уравнения для нормальной и тангенциальной составляющей поля внутри шара, вторая пара уравнения для нормальной и тангенциальной составляющей поля снаружи шара.

Подставим эти выражения в граничные условия

$$\begin{cases} \varepsilon E_{1n} = E_{2n} \\ E_{1\tau} = E_{2\tau} \end{cases}$$

и получим

$$\begin{cases} \varepsilon E_1\cos(\theta) = E_0\cos(\theta) + 2\frac{p\cos(\theta)}{R^3} \\ E_1\sin(\theta) = E_0\sin(\theta) - \frac{p\sin(\theta)}{R^3} \end{cases}.$$

После сокращения первого уравнения на $\cos(\theta)$, а второго — на $\sin(\theta)$ получим

$$\begin{cases} \varepsilon E_1 = E_0 + 2\dfrac{p}{R^3} \\ E_1 = E_0 - \dfrac{p}{R^3} \end{cases}.$$

Откуда

$$E_1 = \frac{3}{\varepsilon + 2} E_0.$$

Обсудим теперь, зачем нужна была эта задача.

В оптике показатель преломления n связан с диэлектрической проницаемостью ε и магнитной проницаемостью μ соотношением $n = \sqrt{\varepsilon\mu}$. В оптике магнитная проницаемость любой среды очень близка к единице $\mu \approx 1$, поэтому $\varepsilon \approx n^2$. В металле, как и в плазме $n^2 \approx 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2}$. Тогда в металле

$$\varepsilon \approx 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2}.$$

Это означает, что на некоторых частотах диэлектрическая проницаемость — отрицательная величина. В частности на частоте $\omega = \frac{\omega_p}{\sqrt{3}}$ получаем $\varepsilon \approx -2$. Если теперь подставить это значение в формулу $E_1 = \frac{3}{\varepsilon + 2} E_0$, то знаменатель обращается в ноль, что означает $E_1 >> E_0$, и амплитуда поля в металлическом шаре очень велика. Следовательно, шар имеет очень большой осциллирующий дипольный момент при взаимодействии со световым полем частотой $\omega = \frac{\omega_p}{\sqrt{3}}$, этот большой дипольный момент сильно излучает. В результате шар сильно рассеивает свет на резонансной частоте $\omega = \frac{\omega_p}{\sqrt{3}}$. Это так называемая частота локализованного плазмонного резонанса.

Эти рассуждения будут справедливы, если внешнее электрическое поле световой волны в один момент времени имеет почти одинаковое значение в разных точках шара, то есть в случае наношара и при условии, что радиус наношара гораздо меньше длины волны света. То есть наношар еще и маленький.

Можно показать, что частота этого резонанса $\omega = \frac{\omega_p}{\sqrt{3}}$ в точности совпадает с частотой резонанса при рассмотрении шара, как колебательного контура $\omega = \frac{1}{\sqrt{(L_f + L_k)C}} \approx \frac{1}{\sqrt{L_k C}}$. Здесь приближенное равенство получается в случае очень малых линейных размеров шара, когда $L = L_k = V\dfrac{c^2 m_e}{n_e e^2 S^2}$, а электрическую емкость нужно найти, интегрируя объемную плотность энергии электрического поля диполя снаружи шара и однородного поля $E_1 - E_0$ внутри шара.

То есть представление наноантенны, как электрического колебательного контура, получает независимое подтверждение, по крайней мере, для наноантенны в форме шара.

Заметим, что, если в более общем случае шар с диэлектрической проницаемостью ε_1 находится не в вакууме, а в среде с диэлектрической проницаемостью ε_2, то вместо формулы $E_1 = \dfrac{3}{\varepsilon + 2}E_0$ получим $E_1 = \dfrac{3}{\dfrac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2} + 2}E_0$, что несколько изменит резонансную частоту.