Лекции для студентов по курсу
«Электричество и магнетизм».

Лектор — Крылов Игорь Ратмирович, корпус Б, комната 101, раб. тел. 428-44-66.

Интернет-страница: igor-krylov.ru.

Интернет-страница с навязчивой рекламой: igor-krylov.narod.ru.

E-mail: igor-krylov@yandex.ru

Лекции записываются на видеокамеру и будут доступны на YouTube. Кроме того будут pdf-файлы электронного конспекта лекций. Гиперссылки будут на моих страницах и на сайте факультета.

В середине семестра — коллоквиум, в конце семестра — экзамен.

Вход-выход — свободный, вопросы и замечания — по ходу лекций.

Литература.

1. И. Е. Тамм. Основы теории электричества.
2. Д. В. Сивухин. Курс общей физики. Том 3. Электричество.
3. Дж. Джексон. Классическая электродинамика.
4. Р. Фейнман, Р. Лейтон, М. Сэндс. Фейнмановские лекции по физике. Том 5. Электричество и магнетизм.
5. Э. Парселл. Берклиевский курс физики. Том 2. Электричество и магнетизм.

Изложение материала будет в системе единиц СГС Гаусса, и только раздел «электрические цепи» будет изложен в системе СИ.

Тема 1. Электростатика вакуума.

Экзамен. Закон Кулона.

Закон физики — опытный факт, аналог аксиомы в математике.

Законы физики требуют проверки на опыте.

Потрем стеклянную палочку о шелк. При этом стекло заряжается положительными зарядами.

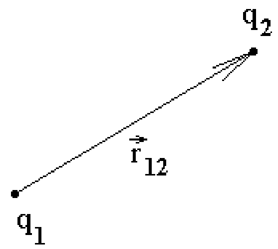
Потрем эбонитовую (каучук + сера), а можно янтарную (окаменевшая смола деревьев), палочку о шерсть. При этом на палочке образуются отрицательные заряды.

Закон Кулона справедлив для неподвижных зарядов в вакууме.

$F = \dfrac{q_1 q_2}{r^2}$ — закон Кулона в системе единиц СГС Гаусса.

$F = \dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \dfrac{q_1 q_2}{r^2}$ — закон Кулона в системе единиц СИ, где $\varepsilon_0 = \dfrac{10^7}{4\pi c^2}\left(\dfrac{Ф}{м}\right)$.

Запишем закон Кулона с учетом направления силы.



$\vec{F}_{12} = \dfrac{q_1 q_2}{r_{12}^3}\vec{r}_{12}$ сила со стороны заряда q_1 на заряд q_2.

Закон Кулона состоит из нескольких утверждений:

1). $F \sim q_1 q_2$.

2). $F \sim \dfrac{1}{r^2}$.

3). Сила направлена вдоль линии, соединяющей заряды.

4). Заряды разных знаков притягиваются, заряды одного знака отталкиваются.

Факультатив. Первое замечание по закону Кулона.

$$\begin{cases} \vec{F}_{12} = \dfrac{q_1 q_2}{r_{12}^3}\vec{r}_{12} \\ \vec{r}_{21} = -\vec{r}_{12} \end{cases} \quad => \quad \vec{F}_{21} = -\vec{F}_{12}$$

Казалось бы, это утверждение не требует доказательства, так как оно является следствием 3-го закона Ньютона, но здесь есть тонкость.

Оказывается, что равенство $\vec{F}_{21} = -\vec{F}_{12}$ справедливо только для неподвижных зарядов.

Для движущихся зарядов с учетом магнитного взаимодействия $\vec{F}_{21} \neq -\vec{F}_{12}$. Неравенство $\vec{F}_{21} \neq -\vec{F}_{12}$ ведет к нарушению закона сохранения импульса замкнутой системы.

Дело в том, что при взаимодействии движущихся зарядов возникает электромагнитное излучение, которое уносит часть энергии и импульса.

Закон сохранения импульса выполняется только с учетом импульса, унесенного излучением, поэтому сила действия не равна силе противодействия.

Факультатив. Второе замечание по закону Кулона.

$F \sim \dfrac{1}{r^2}$ связано с трехмерностью пространства.

Современная физика основана на концепции близкодействия. Согласно этой концепции частицы действуют друг на друга только при непосредственном контакте, а не на расстоянии.

Два заряда, находящиеся на расстоянии друг от друга, взаимодействуют с помощью специальных частиц — переносчиков взаимодействия. Их также называют квантами поля. Переносчик взаимодействия излучается одним зарядом и поглощается другим.

Переносчики взаимодействия имеют целочисленный спин s = 0, 1, 2 — это бозоны. Фермионы имеют полуцелый спин s = 1/2 или 3/2. От спина частицы s зависит спиновый момент импульса частицы $S = \hbar\sqrt{s(s+1)}$.

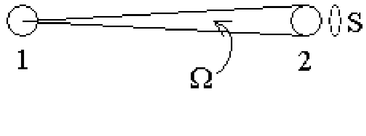
Переносчиками электромагнитного взаимодействия являются фотоны γ. Масса покоя $m_0 = 0$, заряд $q = 0$, спин $s = 1$.

Переносчиками сильного ядерного взаимодействия при небольших энергиях (взаимодействие между протонами и нейтронами) являются π^0, π^+, π^--мезоны (пионы). $m_0 > 0$ (примерно в 7 раз легче протона), $q = 0, \pm e$, $s = 0$. Для больших энергий (взаимодействие между кварками внутри протона или нейтрона) переносчики — глюоны g. $m_0 = 0$, $q = 0$, $s = 1$.

Переносчиками слабого ядерного взаимодействия являются промежуточные бозоны: $Z^0, W^{\pm}$. $m_0 > 0$ (примерно в 90 раз тяжелее протона), $q = 0, \pm e$, $s = 1$.

Переносчиками гравитационного взаимодействия являются гравитоны G: $m_0 = 0$, $q = 0$, $s = 2$.

Рассмотрим два фермиона, например два заряда, на расстоянии r друг от друга. Первая частица излучает переносчики взаимодействия, а вторая — их поглощает. Число частиц-переносчиков, которые попадают во вторую частицу, пропорционально телесному углу, под которым вторая частица видна из первой.



Здесь S — площадь сечения частицы, $\Omega = \dfrac{S}{r^2} \sim \dfrac{1}{r^2}$. => $F \sim \dfrac{1}{r^2}$ в трехмерном пространстве.

В двумерном пространстве вместо телесного угла Ω будет линейный угол $\alpha = \dfrac{D}{r} \sim \dfrac{1}{r}$, и сила $F \sim \dfrac{1}{r}$.

Аналогично в n-мерном пространстве $F \sim \dfrac{1}{r^{n-1}}$.

Однако сильные и слабые ядерные взаимодействия спадают с расстоянием быстрее, чем $\dfrac{1}{r^2}$. Переносчики ядерных взаимодействий — короткоживущие частицы. Они не могут пролететь большое расстояние. По этой причине взаимодействие должно спадать с расстоянием быстрее, чем $\dfrac{1}{r^2}$. Если бы причина была только в этом, то радиус действия, например, сильного ядерного взаимодействия составлял бы несколько метров. Есть другая причина, по которой радиус действия гораздо меньше, порядка размеров атомного ядра 10^{-15} м.

Радиус действия ядерных сил определяется массой покоя переносчиков взаимодействия. Массе соответствует энергия $E = mc^2$. Энергии соответствует время по соотношению неопределенности Гейзенберга $\Delta E \cdot \Delta t \geq \dfrac{\hbar}{2}$ из квантовой механики. Времени соответствует расстояние $r = c \cdot \Delta t$, которое и равно радиусу действия ядерных сил. Соотношение неопределенности означает, что если мы знаем момент измерения энергии с точностью Δt, то ΔE — неопределенность измерения энергии. То есть при точном повторении условий эксперимента энергия будет получаться то больше, то меньше на величину порядка ΔE.

Если два заряда покоятся, то никаких реальных фотонов они не излучают. Говорят, что они обмениваются виртуальными фотонами. Виртуальные частицы появляются только на очень короткое время, и для них не выполняется релятивистское соотношение между энергией и импульсом $E^2 - c^2 p^2 = m_0^2 c^4$. Для фотона масса покоя равна нулю $m_0 = 0$.

Экзамен. Принцип суперпозиции.

В физике принцип — результат обобщения многих разнородных опытов. В отличие от закона принцип не поддается прямой экспериментальной проверке, все его подтверждения косвенные.

Принцип суперпозиции — независимость парных взаимодействий:

$$\vec{F}_1 = \vec{F}_{21} + \vec{F}_{31} + \ldots + \vec{F}_{N1}$$

Факультатив. Третье замечание по закону Кулона.

Часть закона Кулона $F \sim q_1 q_2$ можно логически вывести из принципа суперпозиции.

Рассмотрим взаимодействие двух точечных зарядов q_1 и q_2. Пусть заряд q_2 состоит из двух одинаковых половинок $q_2{}'$ и $q_2{}''$.

На заряды $q_2{}'$ и $q_2{}''$ действует одинаковая сила $\vec{F}\,'$ со стороны заряда q_1, так как заряды $q_2{}'$ и $q_2{}''$ равны и находятся в одинаковых условиях относительно заряда q_1. На суммарный заряд q_2 действует сумма сил $\vec{F} = \vec{F}\,' + \vec{F}\,' = 2\vec{F}\,'$. Следовательно, при удвоении заряда $q_2{}'$ сила, действующая на заряд, удваивается. То есть $F \sim q_2$. Аналогично $F \sim q_1$. Следовательно, $F \sim q_1 q_2$.

<u>Экзамен. Дискретность заряда.</u>

Величины всех зарядов кратны одному элементарному заряду e.
$+e$ — заряд протона.
$-e$ — заряд электрона.

<u>Факультатив. Заряд кварков кратен $\frac{e}{3}$.</u>

Заряды трех кварков $-\frac{e}{3}$ (d — нижний, s — странный, b — прелестный) и еще трех $+2\frac{e}{3}$ (u — верхний, c — очарованный, t — истинный). Из кварков и антикварков состоят адроны — частицы участвующие в сильных ядерных взаимодействиях. Не состоят из кварков лептоны: электрон, мюоны, нейтрино.

<u>Экзамен. Закон сохранения заряда.</u>

Если заряды не вытекают и не втекают через границу объема, то заряд в объеме сохраняется.

<u>Факультатив. Два замечания к закону сохранения заряда.</u>

1. Заряд сохраняется в реакциях рождения и уничтожения элементарных частиц. Например, рождение и аннигиляция электрон-позитронных пар.

2. Величина заряда не зависит от скорости частицы, в том числе и в релятивистском случае. Например, заряд тела не зависит от его температуры.

<u>Экзамен. Напряженность электрического поля E.</u>

$\vec{E} \equiv \frac{\vec{F}\,'}{q'}$, где $\vec{F}\,'$ — сила, действующая на пробный заряд q', $\vec{E}$ — напряженность всех зарядов, кроме пробного заряда q'. Напряженность $\vec{E}$ имеет разные значения в разных точках, $\vec{E}$ — функция радиус-вектора $\vec{r}$.

Экзамен. Напряженность электростатического поля точечного заряда.

Рассмотрим точечный заряд q. В поле заряда q поместим пробный заряд q'.

$$\vec{E} \equiv \frac{\vec{F}'}{q'} = \frac{1}{q'} \cdot \frac{qq'}{r^3}\vec{r} \qquad \Rightarrow$$

$\vec{E} = \dfrac{q}{r^3}\vec{r}$, где $\vec{r}$ — вектор из заряда q в точку наблюдения.

$\vec{E} = \dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \dfrac{q}{r^3}\vec{r}$ в СИ.

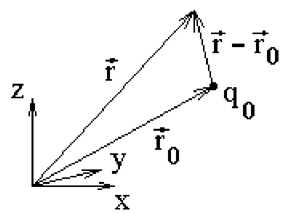
Найдем теперь выражение для напряженности точечного заряда q_0, когда начало координат не совпадает с положением заряда.

Пусть

$\vec{r}_0$ — радиус-вектор заряда q_0,

$\vec{r}$ — радиус-вектор точки наблюдения электрического поля.

Тогда $\vec{r} - \vec{r}_0$ — вектор, проведенный из заряда q_0 в точку наблюдения.

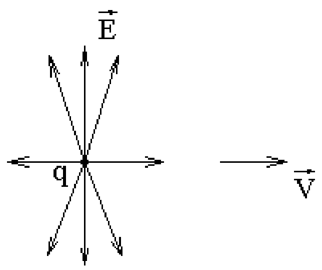


В выражении $\vec{E} = \dfrac{q}{r^3} \cdot \vec{r}$ сделаем замены $\begin{cases} q \to q_0 \\ \vec{r} \to (\vec{r} - \vec{r}_0) \end{cases}$ и получим

$\vec{E}(\vec{r}) = \dfrac{q_0}{\left|\vec{r} - \vec{r}_0\right|^3}(\vec{r} - \vec{r}_0)$, где $\vec{r}$ — вектор из начала координат в точку наблюдения поля, $\vec{r}_0$ — вектор из начала координат в точку с зарядом q_0, который является источником поля.

Факультатив. Электрическое поле заряда, движущегося с постоянной скоростью.

$\vec{E} \approx q\dfrac{\vec{r}}{r^3}$ с точностью до величин порядка $\dfrac{V^2}{c^2}$.



Линии поля $\vec{E}$ несколько сгущаются к плоскости перпендикулярной скорости заряда $\vec{V}$.

Экзамен. Электростатическое поле E произвольного распределения неподвижных зарядов.

Пусть кроме пробного заряда q' есть система точечных зарядов $\{q_i\}$.

Согласно принципу суперпозиции $\vec{F}' = \sum_i \vec{F}_i'$. Разделим это равенство на q' и получим

$\vec{E} = \sum_i \vec{E}_i$ — это равенство тоже называют принципом суперпозиции.

Подставим сюда $\vec{E}_i = \frac{q_i}{|\vec{r} - \vec{r}_i|^3} \cdot (\vec{r} - \vec{r}_i)$ и получим

$\vec{E}(\vec{r}) = \sum_i \frac{q_i}{|\vec{r} - \vec{r}_i|^3} \cdot (\vec{r} - \vec{r}_i)$, где $\vec{r}_i$ — радиус-вектор заряда q_i.

Иногда удобно рассматривать непрерывное распределение заряда, а не точечные заряды, например, в плазме газового разряда или для электронного облака в атоме водорода.

Для описания непрерывных распределений зарядов введем понятие плотности зарядов:

$\rho \equiv \frac{dq}{dV}$ — объемная плотность заряда по аналогии с объемной плотностью массы $\rho \equiv \frac{dm}{dV}$,

$\sigma \equiv \frac{dq}{dS}$ — поверхностная плотность заряда,

$\tau \equiv \frac{dq}{dl}$ — линейная плотность заряда.

Из этих определений следует:

$dq = \rho\, dV = \sigma\, dS = \tau\, dl$, тогда

$$\sum_i \cdot q_i \leftrightarrow \int_{V'} \cdot \rho(\vec{r}\,')\, dV' \leftrightarrow \int_{S'} \cdot \sigma(\vec{r}\,')\, dS' \leftrightarrow \int_{l'} \cdot \tau(\vec{r}\,')\, dl'.$$

Следовательно

$$\vec{E}(\vec{r}) = \sum_i \frac{\vec{r} - \vec{r}_i}{|\vec{r} - \vec{r}_i|^3}\, q_i + \int_{V'} \frac{\vec{r} - \vec{r}\,'}{|\vec{r} - \vec{r}\,'|^3}\, \rho(\vec{r}\,')\, dV' + \int_{S'} \frac{\vec{r} - \vec{r}\,'}{|\vec{r} - \vec{r}\,'|^3}\, \sigma(\vec{r}\,')\, dS' + \int_{l'} \frac{\vec{r} - \vec{r}\,'}{|\vec{r} - \vec{r}\,'|^3}\, \tau(\vec{r}\,')\, dl'$$

— поле произвольного распределения зарядов.

Если рассматривать все заряды, как объемные, то

$$\vec{E}(\vec{r}) = \int_{V'} \frac{\vec{r} - \vec{r}\,'}{\left|\vec{r} - \vec{r}\,'\right|^3} \, \rho(\vec{r}\,') \, dV',$$

если же рассматривать все заряды, как точечные, то

$$\vec{E}(\vec{r}) = \sum_i \frac{\vec{r} - \vec{r}_i}{\left|\vec{r} - \vec{r}_i\right|^3} \, q_i \, .$$

В дальнейшем будем рассматривать заряды, то, как объемные, то, как точечные, в зависимости от того, как нам будет удобнее.