Экзамен. Закон Джоуля — Ленца для участка цепи и его обоснование на основе закона сохранения энергии (продолжение).

Рассмотрим теперь некоторые частные случаи. Пусть на участке цепи отсутствует ЭДС: $\mathcal{E}=0$, тогда

$$N=UI.$$

Заметим, что эта формула справедлива не только для резистора, но и для нелинейной зависимости тока от напряжения, например, для полупроводникового диода.

В случае резистора $U=RI$ получаем

$$N=RI^2.$$

Заметим, что в таком виде формула будет справедлива и для переменных токов, если под величиной тока I подразумевать эффективное значение тока. Для переменных токов формула будет справедлива не только для резистора, но и для катушки индуктивности с внутренним сопротивлением R.

Если же с помощью закона Ома $U=RI$ мощность выразить через напряжение и сопротивление, то формула

$$N=\frac{U^2}{R}$$

все еще будет справедлива и для переменных токов, если U — эффективное значение напряжения, но в таком виде будет справедлива только для резистора, но не справедлива для катушки индуктивности.

Экзамен. Закон Джоуля — Ленца в дифференциальной форме.

Пусть мощность $N=\mathcal{E}I+UI$ выделяется в виде тепла в некотором объеме $V=lS$, где l — длина проводника вдоль тока, S — площадь поперечного сечения проводника.

Введем понятие объемной плотности мощности ленц-джоулева тепла:

$$\nu\equiv\frac{dN}{dV}.$$

Тогда

$$\nu=\frac{N}{V}=\frac{\mathcal{E}I+UI}{lS}=\left(\frac{\mathcal{E}}{l}+\frac{U}{l}\right)\cdot\frac{I}{S}.$$

Обсудим каждое из трех отношений в правой части равенства.

$$\frac{\mathcal{E}}{l}=\frac{1}{l}\cdot\int_1^2\left(\vec{E}_{стор},d\vec{l}\right)\approx\frac{1}{l}\cdot\left(\vec{E}_{стор},\vec{l}\right)=\left(\vec{E}_{стор},\frac{\vec{l}}{l}\right)=\left(\vec{E}_{стор},\frac{\vec{j}}{j}\right)$$

Аналогично

$$\frac{U}{l}=\frac{1}{l}\cdot\int_1^2\left(\vec{E},d\vec{l}\right)\approx\left(\vec{E},\frac{\vec{j}}{j}\right).$$

$$\frac{I}{S}=j,$$

где j — плотность электрического тока.

Тогда

$$\nu=\left(\frac{\mathcal{E}}{l}+\frac{U}{l}\right)\cdot\frac{I}{S}=\left(\left(\vec{E}_{стор},\frac{\vec{j}}{j}\right)+\left(\vec{E},\frac{\vec{j}}{j}\right)\right)\cdot j=\left(\vec{E}_{стор}+\vec{E},\vec{j}\right).$$

И окончательно:

$\nu=\left(\vec{E}_{стор}+\vec{E},\vec{j}\right)$ — закон Джоуля — Ленца в дифференциальной форме, где ν — объемная плотность мощности ленц-джоулева тепла, $\vec{E}_{стор}$ — напряженность сторонних сил, $\vec{E}$ — напряженность электрического поля, $\vec{j}$ — плотность тока.

<u>Факультативно. Аналогия между интегральными и дифференциальными формами уравнений.</u>

Одни формулы из других получаются в результате замен:

$$I\leftrightarrow\vec{j},\qquad U\leftrightarrow\vec{E},\qquad \mathcal{E}\leftrightarrow\vec{E}_{стор},\qquad R\leftrightarrow\rho=\frac{1}{\lambda},\qquad N\leftrightarrow\nu.$$

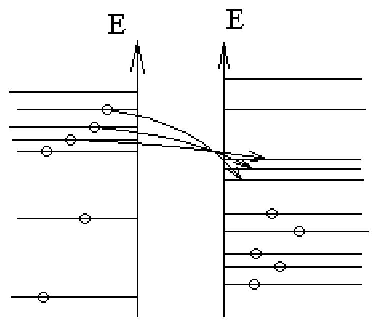
Интегральная форма уравнения	Дифференциальная форма уравнения
$U=RI$	$\vec{E}=\frac{1}{\lambda}\vec{j}$
$\mathcal{E}+U=RI$	$\vec{E}_{стор}+\vec{E}=\frac{1}{\lambda}\vec{j}$
$N=\left(\mathcal{E}+U\right)\cdot I$	$\nu=\left(\vec{E}_{стор}+\vec{E},\vec{j}\right)$
$N=RI^2=\frac{U^2}{R}$	$\nu=\frac{1}{\lambda}j^2=\lambda E^2$

<u>Экзамен. Термопара.</u>

Эффект наблюдается в полупроводниках и проводниках (металлах).

В разных металлах разные уровни энергии электронов.

При соприкосновении разных металлов электроны переходят с более высоких занятых уровней энергии одного металла на менее высокие свободные уровни энергии другого металла.



Металлы при этом заряжаются: один — положительно, другой — отрицательно. Между ними возникает двойной электрический слой (как в заряженном конденсаторе) и напряжение — контактная разность потенциалов.

Изменение $\delta\varphi$ потенциала проводника за счет перехода электронов через контакт приводит к изменению (сдвигу) уровней энергии электронов на величину $-e\delta\varphi$, где $(-e)$ — заряд электрона.

В металле очень много уровней энергии электронов — энергетические зоны. В энергетической зоне уровни расположены с очень высокой плотностью. Поэтому, при переходе зарядов из одного проводника в другой выравнивание энергии верхнего занятого уровня в обоих проводниках происходит не столько за счет освобождения каких-то уровней в одном металле и занятия уровней в другом металле, сколько за счет того, что уровни энергии каждого проводника сдвигаются.

При соприкосновении двух проводников или полупроводников в них выравнивается положение так называемых уровней Ферми. Уровень Ферми — это уровень энергии с вероятностью заселения 1/2 в распределении Ферми — Дирака

$n_i = \dfrac{1}{e^{\frac{E_i - E_F}{kT}} + 1}$, здесь n_i — среднее число электронов на уровне энергии E_i, E_F — энергия Ферми, k — постоянная Больцмана, T — абсолютная температура. Зависимость энергии ферми от температуры $E_F(T)$ определяется равенством $N = \sum\limits_i n_i$, где N — общее число электронов в проводнике, то есть равенством

$$N = \sum_i \frac{1}{e^{\frac{E_i - E_F(T)}{kT}} + 1}.$$

На приведенной выше картинке есть четкая граница между занятыми и незанятыми уровнями энергии, что справедливо только при нулевой температуре.

При изменении температуры проводника (или полупроводника) положение уровня Ферми в нем несколько сдвигается относительно других уровней энергии этого проводника в соответствии с последней приведенной формулой. В области контакта двух проводников выравниваются именно уровни Ферми, поэтому величина контактной разности потенциалов зависит не только от материалов проводников, но и от температуры контакта, так как при повышении температуры уровни Ферми двух металлов сдвигаются по-разному. При повышении температуры в игру вступают частично заселенные более высокие уровни энергии, которые по-разному расположены в соприкасающихся металлах.

Контактную разность потенциалов можно рассматривать, как ЭДС. Если все контакты замкнутой цепи находятся при одинаковой температуре, то в контуре не течет электрический ток. Следовательно, сумма контактных напряжений при обходе по контуру равна нулю при одинаковой температуре всех контактов замкнутой цепи.

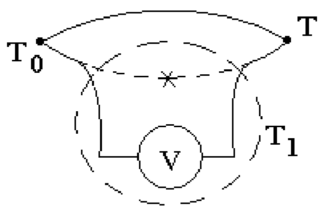
Возьмем две проволоки: одну из константана, другую из меди. Электросваркой соединим эти две проволоки в одно кольцо. Разрежем это кольцо в середине, например, медной проволоки и вставим в разрыв вольтметр.

Разрезанное кольцо представляет собой термопару.

Самая распространенная термопара: медь-константан. Константан — это сплав. Состав сплава: 58.5 % Cu, 40.0 % Ni, 1.5 % Al.

Термопару часто используют, как датчик температуры.

В справочниках есть экспериментально полученные зависимости величины контактной разности потенциалов от температуры.



Один спай термопары будем поддерживать при опорной температуре T_0, например при температуре смеси воды со льдом — ноль градусов Цельсия. Другой спай термопары поместим в точку измерения температуры T. Все остальные возможные контакты металлов в цепи вольтметра будем поддерживать при одинаковой температуре T_1. Значение температуры T_1 не существенно.

Разность контактных потенциалов при обходе по контуру равна напряжению на вольтметре и равна разности контактных напряжений в точках T_0 и T. То, что в замкнутом контуре возникает ЭДС, если контакты поддерживать при разной температуре, называется эффектом Зеебека.

Термопару можно использовать, как термометр. Воспользуемся справочником с таблицей зависимости контактной разности потенциалов от температуры для термопары медь-константан. Берем из справочника значение контактной разности потенциалов при температуре T_0. Добавляем показания вольтметра для получения значения контактной разности потенциалов при измеряемой температуре T. По справочнику определяем значение температуры для полученной контактной разности потенциалов.

<u>**Экзамен. Эффект Пельтье.**</u>

Пусть электрический ток протекает через контакт двух разных проводников или полупроводников.

При одном направлении тока в контакте выделяется теплота, а при другом направлении — поглощается.

Эта теплота Пельтье линейна по току $N = \Pi I$, а не квадратична, как ленц-джоулево тепло $N = RI^2$, Π — коэффициент Пельтье.

<u>Факультативная вставка.</u>

Интерпретация эффекта Пельтье имеет квантовый характер.

Если средняя потенциальная энергия электронов тока проходящих через контакт увеличивается, то эту энергию электроны забирают из тепловой энергии контакта. Контакт охлаждается.

Рассмотрим контакт двух полупроводников. Для проводников эффект Пельтье слабее, чем для полупроводников.

Казалось бы, при соприкосновении (без постоянного тока через контакт) двух разных полупроводников верхние занятые уровни энергии выравниваются за счет перетекания электронов через контакт и возникновения контактной разности потенциалов. Если теперь через контакт пропустить ток, то протекающие через контакт электроны будут иметь энергию, близкую к энергии верхнего занятого уровня, и не будут изменять своей энергии при прохождении через контакт. Не изменяется энергия — не должно возникать теплоты Пельтье. Как же так?

Все так. Теплота Пельтье и не возникает, но только при нулевой температуре контакта. При других температурах коэффициент Пельтье равен $\Pi = \alpha T$. Можно доказать, что α — коэффициент термоэдс в формуле ЭДС термопары $\mathcal{E} = \alpha\left(T_1 - T_2\right)$.

У электронов с энергией выше уровня Ферми подвижность выше, чем у электронов с энергией ниже уровня Ферми, поэтому средняя энергия электронов проходящих через контакт отличается от энергии Ферми, причем это различие разное для двух полупроводников контакта. В результате оказывается, что электроны в токе приносят в область контакта из одного полупроводника одну энергию, а уносят из области контакта в другой полупроводник другую энергию. Эта разность энергий при одном направлении тока приводит к нагреванию контакта, а при другом — к охлаждению.

Подробнее можно посмотреть по ссылке:

https://www.booksite.ru/fulltext/1/001/008/110/157.htm

<u>Конец факультативной вставки.</u>

<u>Экзамен. Эффект Томсона.</u>

Эффект Томсона наблюдается в полупроводниках и проводниках (металлах).

Пусть ток течет через проводник, концы которого поддерживаются при разных температурах T_1 и T_2. Эффект Томсона состоит в том, что в зависимости от направления тока проводник нагревается или охлаждается линейно по току:

$$N = \tau\left(T_1 - T_2\right)I.$$

<u>Факультативная вставка.</u>

Можно доказать, что коэффициенты Томсона пары проводников τ_1, τ_2 связаны с коэффициентом термоэдс α контакта этой пары проводников соотношением

$$\frac{d\alpha}{dT} = \frac{\tau_1 - \tau_2}{T}.$$

Кроме теплоты Томсона в проводнике обязательно выделяется и ленц-джоулево тепло $N = RI^2$.

В эффекте Томсона конкурируют два механизма, которые создают эффект разного знака. В результате для одних металлов эффект Томсона имеет один знак, а для других — другой.

Первый механизм. Пусть электроны в токе движутся от горячей области к холодной, тогда в более холодную область приходят горячие электроны и нагревают проводник. При токе в другую сторону в более горячую область приходят холодные электроны и охлаждают проводник.

Второй механизм. Там, где выше температура проводника, там ниже концентрация электронов, так как "горячие" электроны быстро улетают из того места, где они горячие. В результате, где выше температура, там образуется недостаток электронов, и потенциал сдвигается в "+". Если электроны в токе текут от этого плюса к минусу, то это электрическое поле их тормозит. В результате происходит охлаждение электронов, а от электронов охлаждается сам проводник.

<u>Конец факультативной вставки.</u>

Постоянное магнитное поле.
Факультативно. Магнитные полюса и направление магнитного поля. Магнитные заряды.

1. Назовем северным полюсом магнитной стрелки конец, который показывает на север.

2. Северный полюс одного магнита притягивается к южному полюсу другого.

3. На северном полюсе Земли находится южный магнитный полюс.

4. Направлением магнитного поля будем называть направление северного конца незакрепленной магнитной стрелки.

5. Линии магнитного поля идут к северному географическому полюсу Земли от южного географического полюса Земли.

6. Магнитных зарядов нет.

7. Полюс, из которого выходят линии магнитного поля, можно считать положительным магнитным зарядом. Тогда на северном магнитном полюсе Земли как бы находятся положительные магнитные заряды. На северном магнитном полюсе любого магнита как бы находятся положительные магнитные заряды.

Экзамен. Закон Ампера и сила Ампера.

$d\vec{F} = \frac{I}{c} \cdot \left[d\vec{l}, \vec{B} \right]$ — сила Ампера, действующая на элемент тока $Id\vec{l}$.

В системе СИ: $d\vec{F} = I \cdot \left[d\vec{l}, \vec{B} \right] = \mu_0 I \cdot \left[d\vec{l}, \vec{H} \right]$.

$\vec{B}$ — магнитная индукция или просто магнитное поле.

Усредненное по макроскопическому объему внутриатомное магнитное поле среды называют магнитным полем $\vec{B}$ в среде. В этом смысле $\vec{B}$ — истинное магнитное поле.

$\vec{H}$ — напряженность магнитного поля — вспомогательная величина, которая будет введена в рассмотрение позднее, когда мы будем рассматривать магнитное поле в веществе.

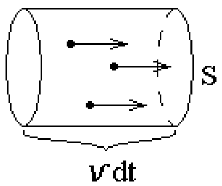
В вакууме: $\vec{B} = \vec{H}$.

В СИ: $\vec{B} = \mu_0 \vec{H}$, где $\mu_0 \equiv \frac{4\pi}{10^7} \frac{H}{м^2}$ (Ньютон на метр в квадрате), $\varepsilon_0 \mu_0 = \frac{1}{c^2}$.

<u>Факультативно. $\frac{1}{c}$.</u>

При рассмотрении магнитных полей в системе СГС Гаусса сила тока I, плотность тока $\vec{j}$, плотность поверхностного тока $\vec{i}$ всегда входят в формулы с коэффициентом $\frac{1}{c}$. Причина этого в том, что ток пропорционален скорости движения зарядов.

Рассмотрим объем $dV_0 = v dt \cdot S$, где v — скорость движения зарядов.



$I = \frac{dQ}{dt} = \frac{q \cdot dN}{dt} = \frac{q \cdot n \cdot dV_0}{dt}$, здесь n — концентрация зарядов, q — величина каждого заряда.

$I = \frac{q \cdot n \cdot dV_0}{dt} = \frac{qn \cdot v dt \cdot S}{dt} = nqvS \quad \Rightarrow \quad j = \frac{I}{S} = nqv \quad \Rightarrow$

$\vec{j} = nq\langle \vec{v} \rangle = \rho \langle \vec{v} \rangle$,

где $\vec{j}$ — плотность тока, n — концентрация зарядов, q — величина каждого заряда, $\langle \vec{v} \rangle$ — средняя скорость зарядов, ρ — плотность зарядов.

Любой физический эффект, пропорциональный току пропорционален и скорости зарядов.

$\frac{v}{c}$ — безразмерная скорость, поэтому в формулах с токами удобен коэффициент $\frac{1}{c}$.

Кроме того, магнитные эффекты могут быть объяснены, как релятивистские поправки к электрическим эффектам.

Факультативно. Элемент тока.

В выражение для силы Ампера $d\vec{F} = \frac{I}{c} \cdot \left[d\vec{l}, \vec{B} \right]$ входит произведение $Id\vec{l}$, которое будем называть элементом тока.

1). $j = \frac{dI}{dS_\perp}$ => $dI = j\,dS_\perp$. Подставим это выражение для тока в

$Id\vec{l} = j\,dS_\perp d\vec{l} = \vec{j}\,dS_\perp dl = \vec{j}\,dV$.

2). $i = \frac{dI}{dl_\perp}$ => $dI = i\,dl_\perp$. Подставим это выражение для тока в

$Id\vec{l} = Id\vec{l}_{\|} = i\,dl_\perp d\vec{l}_{\|} = \vec{i}\,dl_\perp dl_{\|} = \vec{i}\,dS$.

3). $Id\vec{l} = \vec{j}dV = \rho\vec{V}dV = \rho dV\vec{V} = q\vec{V}$.

Объединяя разные выражения для элемента тока, получим

$Id\vec{l} \leftrightarrow \vec{j}\,dV \leftrightarrow \vec{i}\,dS \leftrightarrow q\vec{V}$ — элемент тока в разных формах.

Вернемся к рассмотрению силы Ампера, которая пропорциональна элементу тока.

$d\vec{F} = \frac{I}{c}\left[d\vec{l}, \vec{B} \right]$ =>

Другие формы силы Ампера:

$d\vec{F} = \frac{1}{c}\left[\vec{j}, \vec{B} \right] dV$ => $d\vec{F} = \frac{1}{c}\left[\vec{i}, \vec{B} \right] dS$ =>

$\vec{F} = \frac{q}{c}\left[\vec{V}, \vec{B} \right]$ — сила Лоренца.

Строго говоря, выражение для силы Лоренца не следует из закона Ампера, так как в законе Ампера рассматриваются силы, действующие на постоянные токи. Однако, как показывает опыт, выражение для силы, действующей на движущийся заряд, именно такое.

Часто силу Лоренца определяют иначе: $\vec{F} = q\vec{E} + \frac{q}{c}\left[\vec{V}, \vec{B} \right]$, но мы будем называть силой Лоренца только второе слагаемое: $\vec{F}_Л = \frac{q}{c}\left[\vec{V}, \vec{B} \right]$ — силу со стороны магнитного поля.

В системе СИ: $\vec{F} = q\left[\vec{V}, \vec{B} \right] = \mu_0 q\left[\vec{V}, \vec{H} \right]$

Экзамен. Закон Био — Савара (— Лапласа).

$d\vec{B} = \frac{I}{c} \cdot \frac{\left[d\vec{l}, \vec{r} \right]}{r^3}$ — поле элемента тока $Id\vec{l}$, где $\vec{r}$ — вектор, направленный из элемента тока в точку наблюдения.

Другие формы закона Био — Савара:

$$d\vec{B}=\frac{1}{c}\cdot\frac{\left[\vec{j},\vec{r}\right]}{r^3}dV$$

$$d\vec{B}=\frac{1}{c}\cdot\frac{\left[\vec{i},\vec{r}\right]}{r^3}dS$$

$\vec{B}=\dfrac{q}{c}\cdot\dfrac{\left[\vec{v},\vec{r}\right]}{r^3}$ — магнитное поле заряда q, движущегося с постоянной скоростью $\vec{v}$.

Строго говоря, формула для магнитного поля движущегося заряда не следует из закона Био — Савара, так как закон Био — Савара относится только к постоянным токам. Однако, как показывает опыт, магнитное поле движущегося заряда именно такое.

В системе СИ: $d\vec{B}=\dfrac{\mu_0}{4\pi}I\cdot\dfrac{\left[d\vec{l},\vec{r}\right]}{r^3}$, $\qquad d\vec{H}=\dfrac{1}{4\pi}I\cdot\dfrac{\left[d\vec{l},\vec{r}\right]}{r^3}$

Факультативно. Формула для расчета магнитного поля B в плоской задаче.

Плоская задача — все токи и точка наблюдения поля $\vec{B}$ находятся в одной плоскости. В таком случае в плоскости задачи находятся векторы $d\vec{l}$ и $\vec{r}$ в законе Био-Савара $d\vec{B}=\dfrac{I}{c}\cdot\dfrac{\left[d\vec{l},\vec{r}\right]}{r^3}$. Вектор $d\vec{B}$ перпендикулярен плоскости задачи, как векторное произведение двух векторов в этой плоскости.

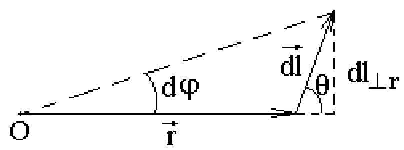
Следовательно, все вклады $d\vec{B}$ в магнитное поле параллельны друг другу, и их можно складывать, как числа, а не как векторы.

В формуле для магнитного поля $d\vec{B}=\dfrac{I}{c}\cdot\dfrac{\left[d\vec{l},\vec{r}\right]}{r^3}$ заменим $\vec{r}\to-\vec{r}$. Тогда новый вектор $\vec{r}$ направлен из точки наблюдения к элементу тока, $\vec{r}$ — радиус-вектор элемента тока, если считать, что начало координат расположено в точке наблюдения магнитного поля.

Для нового $\vec{r}$: $\qquad d\vec{B}=\dfrac{I}{c}\cdot\dfrac{\left[\vec{r},d\vec{l}\right]}{r^3}$. $\quad$ =>

$$dB=\frac{I}{c}\cdot\frac{r\cdot dl\cdot\sin(\theta)}{r^3}=\frac{I}{c}\cdot\frac{dl\cdot\sin(\theta)}{r^2}.$$

Здесь θ — угол между векторами $\vec{r}$ и $d\vec{l}$. Пусть O — точка наблюдения магнитного поля, тогда



Отрезок $dl_{\perp r}$ можно выразить двумя способами. С одной стороны

$$dl_{\perp r} = dl \cdot \sin(\theta),$$

а с другой стороны

$$dl_{\perp r} = r \cdot d\varphi .$$

Тогда

$$dl \cdot \sin(\theta) = r \cdot d\varphi$$

Подставим это в выражение $dB = \frac{I}{c} \cdot \frac{dl \cdot \sin(\theta)}{r^2}$ и получим

$$dB = \frac{I}{c} \cdot \frac{d\varphi}{r},$$

где $d\varphi$ — угол, под которым элемент тока виден из точки наблюдения; r — расстояние от точки наблюдения до элемента тока; dB — вклад элемента тока в магнитное поле в точке наблюдения.

Эта формула полезна для решения задач.