

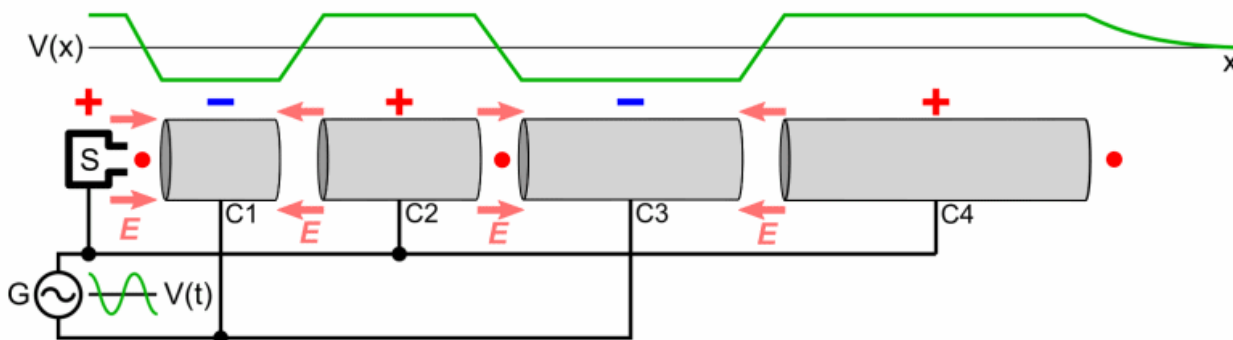
**Факультативно. Движение заряженной частицы в магнитном поле**  
(продолжение).

Магнитные бури.

Защита биосферы Земли магнитным полем.

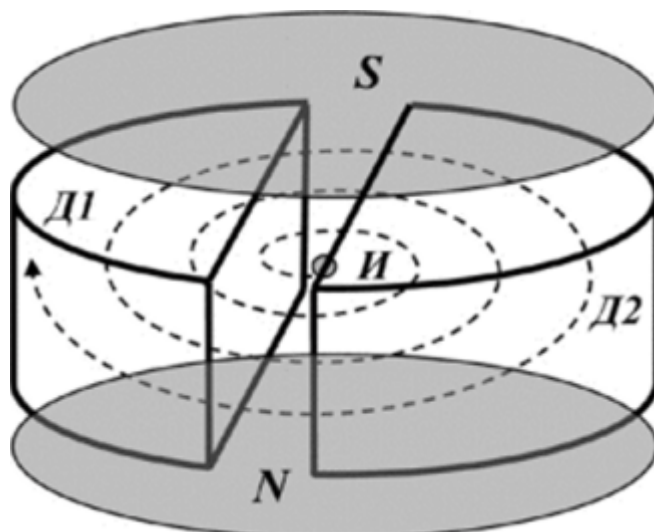
**Факультативно. Ускорители элементарных частиц.**

Линейный ускоритель. Энергия электронов до 21.5 ГэВ.



[https://ru.wikipedia.org/wiki/Линейный\\_ускоритель](https://ru.wikipedia.org/wiki/Линейный_ускоритель)

Циклотроны.



[https://studme.org/172074/matematika\\_himiya\\_fizik/tsiklotron](https://studme.org/172074/matematika_himiya_fizik/tsiklotron)

Д1 и Д2 — дуанты.

В системе СИ  $m \frac{V^2}{R} = eVB$  и  $\Omega = \frac{eB}{m}$  — циклотронная частота, тогда

$$R = \frac{V}{\Omega} = \frac{mV}{eB} \text{ — радиус орбиты электрона.}$$

В релятивистском случае в системе СИ  $\frac{d\vec{p}}{dt} = e[\vec{V}, \vec{B}]$ , откуда  $\frac{d\vec{p}}{dt} = \frac{e}{m}[\vec{p}, \vec{B}]$  и с учетом  $\frac{|d\vec{p}|}{p} \cdot \frac{1}{dt} = \Omega$  получаем прежнее выражение  $\Omega = \frac{eB}{m}$ ,

только масса  $m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}}$  зависит от скорости  $V$ .

**Синхрофазотрон.** В синхрофазотроне при ускорении частицы сохраняется радиус орбиты заряженной частицы за счет увеличения поворачивающего частицу магнитного поля.

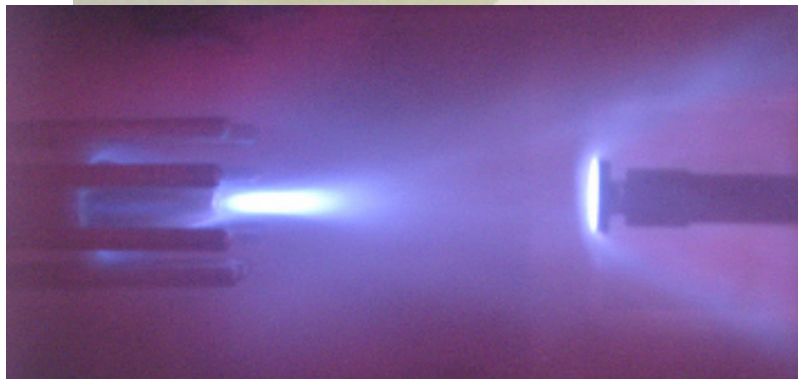
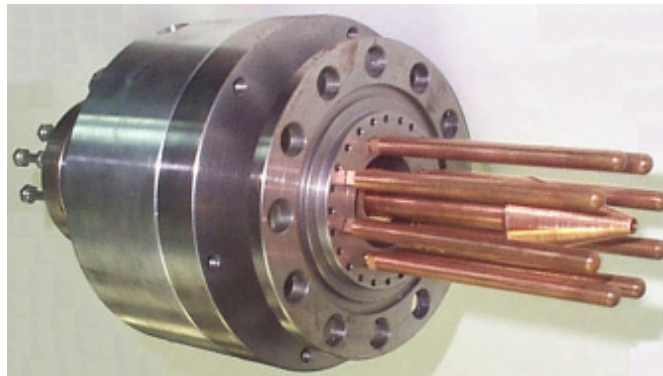
$$R = \frac{V}{\Omega} = \frac{mc}{eB} V \quad \Rightarrow \quad B = \frac{mc}{eR} V = \frac{m_0 c V}{eR \sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}}$$

Для ультрарелятивистских частиц частота ускоряющего поля почти не зависит от энергии частиц, так как период обращения частиц примерно равен длине окружности орбиты деленной на скорость света. Для ультрарелятивистских частиц такой ускоритель называется синхротроном.

### **Факультативно. Магнитоплазменный компрессор.**

Шесть электродов укреплены перпендикулярно изолирующему диску и имеют одинаковый потенциал. В центре диска установлен еще один электрод, например, заземленный.

На шесть электродов подают высоковольтный мощный короткий импульс напряжения. Газ пробивается на центральный электрод. Сильный кратковременный ток создает сильное магнитное поле вокруг центрального электрода. Магнитное поле тока действует на этот же ток в газе с силой Ампера, в системе СИ:  $\vec{F} = I[\vec{dl}, \vec{B}]$ . Эта сила выстреливает плазму разряда от диска изолятора.



<http://www.itmo.by/institute/equipment/magnitoplazmennyy-kompressor-kompaktnoy-geometrii-mpk-kg/>

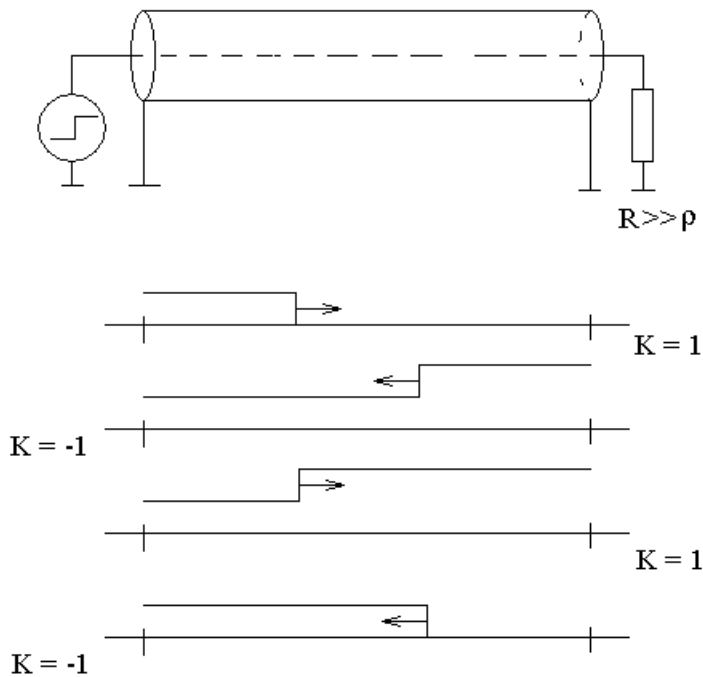
### **Факультативно. Распространение сигналов в коаксиальном кабеле.**

$K = \frac{Z - \rho}{Z + \rho}$  — комплексный коэффициент отражения по напряжению от нагрузки с импедансом  $Z$ , подключенной к коаксиальному кабелю с волновым сопротивлением  $\rho$ , где  $\rho = \sqrt{\frac{L}{C}}$ ,  $L$  — индуктивность кабеля,  $C$  — емкость кабеля.

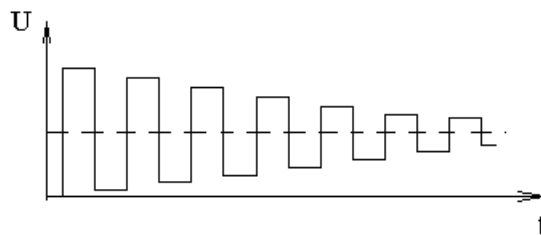
Для подавления многократных отражений от концов коаксиального кабеля в высокочастотных цепях принято стремиться к тому, чтобы выходное сопротивление источника сигнала было равно волновому сопротивлению кабеля, и сопротивление нагрузки было бы равно волновому сопротивлению кабеля.

Если сопротивление источника сигнала мало, а сопротивление нагрузки на другом конце кабеля велико, то на выходе схемы возникает дребезг напряжения при быстром изменении напряжении на входе.

Пусть на вход схемы поступила ступенька напряжения. Эта ступенька не сразу появляется на выходе, а бежит по коаксиальному кабелю со скоростью света. Добежав до конца кабеля, ступенька отражается от высокоомной нагрузки ( $K = 1$ ) и бежит обратно. От низкоомного выходного сопротивления источника сигнала ступенька отражается в противофазе ( $K = -1$ ) и бежит направо к нагрузке, и так далее.



Напряжение на нагрузке, как функция времени примет следующий вид. Здесь пунктирное напряжение — значение напряжения входной ступеньки.



Затухание дребезга связано с тем, что отражение от концов кабеля не совсем единичное.

**Факультативно. Электромагнитные волны в волноводе.**

Если длина волны  $\lambda$ , то  $\frac{1}{\lambda}$  — пространственная частота волны, а  $k = \frac{2\pi}{\lambda}$

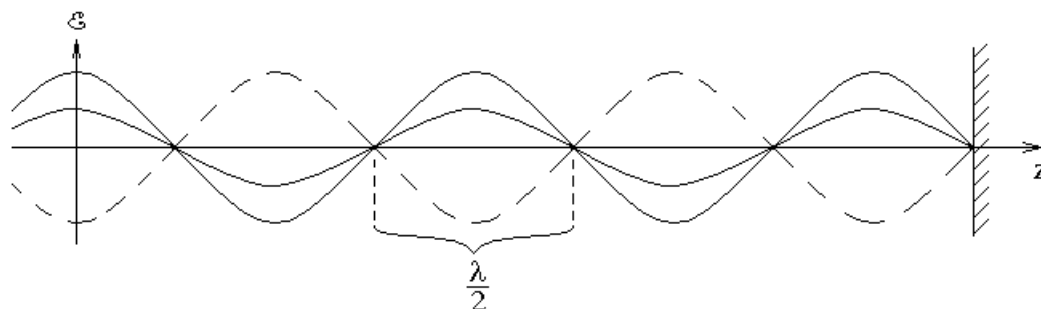
— циклическая пространственная частота,  $\vec{k}$  — волновой вектор, направление которого в вакууме совпадает с направлением распространения волны. Фаза монохроматической волны  $\varphi = (\vec{k}, \vec{r}) - \omega t + \varphi_0 = k_x x + k_y y + k_z z - \omega t + \varphi_0$ , где  $\omega$

— циклическая частота волны,  $T = \frac{2\pi}{\omega}$  — период волны. В таком случае  $k_x$  —

циклическая пространственная частота по оси X,  $\lambda_x = \frac{2\pi}{k_x}$  — пространственный период волны по оси X.

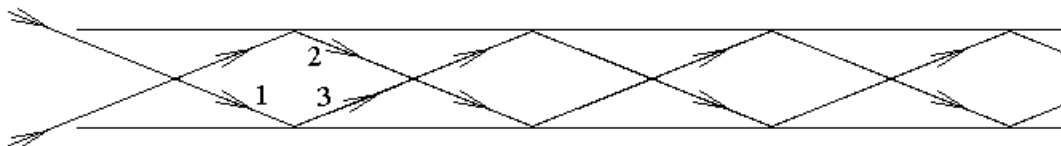
В курсе оптики будет доказано, что электромагнитные волны в вакууме поперечны в том смысле, что и электрическое и магнитное поле поперечны

направлению распространения. Если волна распространяется между двумя металлическими зеркалами перпендикулярно этим зеркалам, то образуется стоячая волна.



Граничное условие на металлической поверхности  $E_{2\tau} - E_{1\tau} = 0$  с учетом того, что в металле напряженность электрического поля равна нулю, означает, что на поверхности зеркала образуется узел стоячей волны — место, где амплитуда поля  $\vec{E}$  равна нулю. То есть между зеркалами укладывается целое число полуволин. Одновременно с узлом поля  $\vec{E}$  на зеркале образуется пучность магнитного поля  $\vec{H}$  стоячей волны.

Рассмотрим пару волн между параллельными металлическими зеркалами. Пару волн, которые падают на эти зеркала под некоторым углом.



Пусть ось  $Z$  направлена горизонтально направо, а ось  $Y$  — перпендикулярно зеркалам. Составляющая волнового вектора  $\vec{k}$  вдоль оси  $Y$  равна  $k_y = \frac{2\pi}{\lambda_y}$ , где  $\lambda_y$  — пространственный период каждой волны вдоль оси  $Y$ .

Между зеркалами должно укладываться целое число пространственных полупериодов. Пусть расстояние между зеркалами равно  $b$ , тогда  $b = m \frac{\lambda_y}{2}$ , где

$m$  — так называемый индекс моды. Тогда  $k_y = \frac{2\pi}{\lambda_y} = m \frac{\pi}{b}$ .

Если поле  $\vec{E}$  в каждой из двух волн направлено перпендикулярно плоскости рисунка, то целое число  $m$  может принимать значения  $m = 1, 2, 3, \dots$ . Если же поле  $\vec{E}$  направлено в плоскости рисунка, то добавляется еще одно возможное значение  $m = 0$ , когда есть поле одной волны, и оно

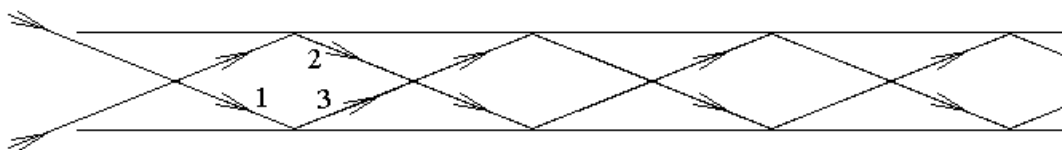
распространяется вдоль оси  $Z$ . В этом случае условие  $E_{2\tau} - E_{1\tau} = 0$  также выполнено.

Рассмотрим теперь поле в металлическом (проводящем) волноводе прямоугольного сечения. Пусть ось  $Z$  направлена вдоль оси волновода, а оси  $X$  и  $Y$  направлены по сторонам прямоугольника сечения волновода.

На внутренней поверхности волновода должно выполняться граничное условие  $E_{2\tau} - E_{1\tau} = 0$ . Если поверхность волновода — проводник, то на поверхности проводника  $E_{\tau} = 0$ . По этой причине в волноводе не может распространяться обычная плоская монохроматическая волна вдоль оси волновода (ТЕМ-волна — поперечная по электрическому полю  $\mathbf{E}$  и по магнитному полю  $\mathbf{H}$ ), а в стекловолокне — может.

Для ТЕМ-волны распространяющейся вдоль оси  $Z$  амплитуда волны в разных точках одинаковая, но на одной поверхности волновода окажется  $E_x = 0$ , а на другой —  $E_y = 0$ . В результате  $E = 0$ , и волна невозможна.

Чтобы представить себе волну в прямоугольном волноводе вернемся к рисунку с волной между двумя металлическими зеркалами



и представим себе, что пара изображенных лучей наклонена к нам относительно плоскости рисунка. Через некоторое время эта волна упрется в металлическое зеркало параллельное плоскости рисунка и отразится. Получится пара лучей наклоненная от нас относительно плоскости рисунка. В общем случае всего получается четыре луча, которые вместе формируют одну волну. В частном случае, если пара лучей лежит в плоскости рисунка, то останется только пара лучей.

Рассмотрим один из этих четырех лучей, рассмотрим плоскость фронта соответствующей лучу волны перпендикулярную лучу и рассмотрим плоскость перпендикулярную оси волновода. Две плоскости пересекаются по некоторой линии. Пусть вектор  $\vec{E}$  рассматриваемого луча направлен вдоль этой линии в каждый момент времени. Это линейная поляризация волны. Тогда вектор  $\vec{E}$  не имеет проекции вдоль оси волновода. При отражении этого луча от каждой из четырех границ волновода параллельных оси волновода не может появиться составляющая вектора  $\vec{E}$  вдоль оси волновода, так как для направления вдоль оси волновода в каждый момент времени выполняется граничное условие  $E_{2\tau} - E_{1\tau} = 0$ . В результате ни один из четырех лучей, образующихся при

отражениях от границ волновода, не будет иметь составляющей поля  $\vec{E}$  вдоль оси волновода. Составляющее же этой волне магнитное поле  $\vec{H}$  будет иметь отличную от нуля составляющую вдоль оси волновода. Такую волну из этих четырех рассматриваемых лучей называют  $H$  волной.

Если поменять местами направления полей  $\vec{E}$  и  $\vec{H}$ , то получится  $E$  волна с отличной от нуля составляющей поля  $\vec{E}$  вдоль оси волновода.

$E$  волна — есть составляющая вектора  $E$  вдоль оси волновода,

$H$  волна — есть составляющая вектора  $H$  вдоль оси волновода.

Волны в волноводе в каждый момент времени имеют гармоническую зависимость поля  $E$  и поля  $H$  от каждой из трех пространственных координат. Вдоль каждой из поперечных координат укладывается целое число гармонических полупериодов. Соответственно, волны  $E$  и  $H$  имеют пару поперечных индексов моды. Например, волна  $H_{12}$  имеет составляющую поля  $H_z$  вдоль оси волновода, и для каждой составляющей поля  $E$  и поля  $H$  укладывается один полупериод по оси  $X$  и два полупериода по оси  $Y$ .

Пусть по оси  $X$  волновод имеет протяженность от нуля до  $a$ , а по оси  $Y$  — от нуля до  $b$ . Введем обозначения  $k_x = m \frac{\pi}{a}$  — пространственная циклическая частота по оси  $X$  с учетом того, что по оси  $X$  от нуля до  $a$  укладывается целое число  $m$  полупериодов. Аналогично —  $k_y = n \frac{\pi}{b}$ . Будем

считать, что  $k^2 = k_x^2 + k_y^2 + k_z^2$ , где  $k = \frac{2\pi}{\lambda}$  — волновое число.

Решая уравнение Гельмгольца методом разделения переменных в декартовой системе координат с учетом граничных условий  $E_\tau = 0$  можно получить следующие решения.

$E$  волна или  $E_{mn}$  волна в системе СГС имеет следующий вид

$$E_{zmn} = E_0 \sin(k_x x) \sin(k_y y) e^{i(k_z z - \omega t)}$$

$$E_{xmn} = -i \frac{k_x k_z}{k^2 - k_z^2} E_0 \cos(k_x x) \sin(k_y y) e^{i(k_z z - \omega t)}$$

$$E_{ymn} = -i \frac{k_y k_z}{k^2 - k_z^2} E_0 \sin(k_x x) \cos(k_y y) e^{i(k_z z - \omega t)}$$

$$H_{zmn} = 0$$

$$H_{xmn} = i \sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}} \frac{k_y k_z}{k^2 - k_z^2} E_0 \sin(k_x x) \cos(k_y y) e^{i(k_z z - \omega t)}$$

$$H_{ymn} = -i \sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}} \frac{k_x k_z}{k^2 - k_z^2} E_0 \cos(k_x x) \sin(k_y y) e^{i(k_z z - \omega t)}$$

$H$  волна или  $H_{mn}$  волна имеет следующий вид

$$H_{zmn} = H_0 \cos(k_x x) \cos(k_y y) e^{i(k_z z - \omega t)}$$

$$H_{xmn} = i \frac{k_x k_z}{k^2 - k_z^2} H_0 \sin(k_x x) \cos(k_y y) e^{i(k_z z - \omega t)}$$

$$H_{ymn} = i \frac{k_y k_z}{k^2 - k_z^2} H_0 \cos(k_x x) \sin(k_y y) e^{i(k_z z - \omega t)}$$

$$E_{zmn} = 0$$

$$E_{xmn} = i \sqrt{\frac{\varepsilon}{\mu}} \frac{k_y k_z}{k^2 - k_z^2} H_0 \cos(k_x x) \sin(k_y y) e^{i(k_z z - \omega t)}$$

$$E_{ymn} = -i \sqrt{\frac{\varepsilon}{\mu}} \frac{k_x k_z}{k^2 - k_z^2} H_0 \sin(k_x x) \cos(k_y y) e^{i(k_z z - \omega t)}$$

В системе СИ  $\varepsilon \rightarrow \varepsilon_0 \varepsilon$  и  $\mu \rightarrow \mu_0 \mu$ .

Эти решения имеют низкочастотную границу. При заданных поперечных размерах волновода электромагнитное излучение ниже некоторой частоты не может распространяться в заданном волноводе. Самой низкой частоте соответствует  $H_{10}$  волна, если  $a \geq b$ . Для  $H$  волны поле  $\vec{E}$  может быть перпендикулярно одной паре ограничивающих волновод плоскостей, например, перпендикулярных оси  $Y$ . Тогда чтобы получить узлы поля  $\vec{E}$  на границах волновода перпендикулярных оси  $X$ , потребуется, чтобы вдоль этой оси укладывалась хотя бы одна полуволна, а по оси  $Y$  может быть ни одной полуволны, что соответствует индексам моды 1 и 0. Если луч идет почти перпендикулярно оси  $X$ , то  $\frac{\lambda_{\max}}{2} \approx a$ , откуда  $\lambda_{\max} \approx 2a$ , и  $\nu_{\min} = \frac{c}{\lambda_{\max}} \approx \frac{c}{2a}$  — низкочастотная граница электромагнитного излучения в волноводе.

Более низкие частоты излучения можно пропустить только по коаксиальному кабелю, но не по полному волноводу.

### **Факультативно. Метод последовательных приближений вычисления квазистационарных электромагнитных полей**

Если электромагнитные поля изменяются во времени медленно, то уравнения Максвелла можно решать методом последовательных приближений.

Суть метода состоит в том, чтобы сначала найти решение в очень грубом приближении, затем в более точном приближении, в еще более точном, и так далее до бесконечности.



Если поля медленные, то производные по времени малы. Следовательно, производные по времени достаточно знать с меньшей относительной точностью, чем остальные слагаемые в системе уравнений Максвелла

$$\begin{cases} \operatorname{div}(\vec{D}) = 4\pi\rho \\ \operatorname{rot}(\vec{E}) = -\frac{1}{c} \cdot \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \\ \operatorname{div}(\vec{B}) = 0 \\ \operatorname{rot}(\vec{H}) = \frac{4\pi}{c} \vec{j} + \frac{1}{c} \cdot \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \end{cases} .$$

Если в более грубом приближении мы знаем решение для полей  $\vec{E}$  и  $\vec{B}$ , то мы можем подставить это решение под знак производной  $\frac{\partial}{\partial t}$  в правую часть уравнений Максвелла и получить уравнения с неизвестными полями в левой части и заданной правой частью уравнений. Решение этих приближенных уравнений проще, чем решение точных уравнений Максвелла. Новое приближенное решение будет более точным приближением для полей  $\vec{E}$  и  $\vec{B}$ , чем исходное грубое приближение.

-----

Обсудим начальное самое грубое так называемое нулевое приближение.

В самом грубом приближении отбросим слагаемые  $\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$  и  $\frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$  в правой части уравнений Максвелла и получим уравнения:

$$\begin{cases} \operatorname{div}(\vec{D}_0) = 4\pi\rho \\ \operatorname{rot}(\vec{E}_0) = 0 \\ \operatorname{div}(\vec{B}_0) = 0 \\ \operatorname{rot}(\vec{H}_0) = \frac{4\pi}{c} \vec{j} \end{cases}$$

— система в нулевом приближении. Обозначим ее, как систему (0).

Система из четырех уравнений распадается на две независимые друг от друга системы: два уравнения задачи электростатики  $\begin{cases} \operatorname{div}(\vec{D}_0) = 4\pi\rho \\ \operatorname{rot}(\vec{E}_0) = 0 \end{cases}$  и два

уравнения задачи магнитостатики  $\begin{cases} \operatorname{div}(\vec{B}_0) = 0 \\ \operatorname{rot}(\vec{H}_0) = \frac{4\pi}{c} \vec{j} \end{cases}$ . Только эти задачи нужно

решить для каждого момента времени. Будем считать, что мы умеем решать такие задачи и решили их.

В таком случае мы нашли нулевое приближение  $\vec{E}_0$  и  $\vec{B}_0$  для полей  $\vec{E}$  и  $\vec{B}$ .

Например, в вакууме решения можно найти, суммируя уравнения:

$$\left\{ \begin{array}{l} d\vec{E} = \frac{\rho \cdot dV}{r^3} \vec{r} \\ d\vec{B} = \frac{1}{c} \cdot \frac{[\vec{j}, \vec{r}]}{r^3} \cdot dV \end{array} \right. .$$

Первое приближение  $\vec{E}_1$  и  $\vec{B}_1$  будем искать в виде суммы нулевого приближения  $\vec{E}_0$ ,  $\vec{B}_0$ , и первых поправок к нему  $\delta\vec{E}_1$  и  $\delta\vec{B}_1$ :

$$\left\{ \begin{array}{l} \vec{E}_1 = \vec{E}_0 + \delta\vec{E}_1 \\ \vec{D}_1 = \vec{D}_0 + \delta\vec{D}_1 \\ \vec{B}_1 = \vec{B}_0 + \delta\vec{B}_1 \\ \vec{H}_1 = \vec{H}_0 + \delta\vec{H}_1 \end{array} \right.$$

Для первого приближения получим уравнения:

$$\left\{ \begin{array}{l} \operatorname{div}(\vec{D}_1) = 4\pi\rho \\ \operatorname{rot}(\vec{E}_1) = -\frac{1}{c} \cdot \frac{\partial\vec{B}_0}{\partial t} \\ \operatorname{div}(\vec{B}_1) = 0 \\ \operatorname{rot}(\vec{H}_1) = \frac{4\pi}{c} \vec{j} + \frac{1}{c} \cdot \frac{\partial\vec{D}_0}{\partial t} \end{array} \right. \quad \text{— система (1).}$$

Рассмотрим разность систем (1)-(0). Разность имеет следующий вид:

$$\left\{ \begin{array}{l} \operatorname{div}(\delta\vec{D}_1) = 0 \\ \operatorname{rot}(\delta\vec{E}_1) = -\frac{1}{c} \cdot \frac{\partial\vec{B}_0}{\partial t} \\ \operatorname{div}(\delta\vec{B}_1) = 0 \\ \operatorname{rot}(\delta\vec{H}_1) = \frac{1}{c} \cdot \frac{\partial\vec{D}_0}{\partial t} \end{array} \right. .$$

Это две полностью подобные друг другу независимые задачи аналогичные задачам магнитостатики, так как дивергенция поля равна нулю, а ротор поля задан.

Будем считать, что мы умеем их решать и решили.

Аналогично для n-го приближения:

$$\left\{ \begin{array}{l} \vec{E}_n = \vec{E}_{n-1} + \delta\vec{E}_n = \vec{E}_0 + \sum_{i=1}^n \delta\vec{E}_i \\ \vec{B}_n = \vec{B}_{n-1} + \delta\vec{B}_n = \vec{B}_0 + \sum_{i=1}^n \delta\vec{B}_i \\ \vec{D}_n = \vec{D}_{n-1} + \delta\vec{D}_n = \vec{D}_0 + \sum_{i=1}^n \delta\vec{D}_i \\ \vec{H}_n = \vec{H}_{n-1} + \delta\vec{H}_n = \vec{H}_0 + \sum_{i=1}^n \delta\vec{H}_i \\ \left. \begin{array}{l} \operatorname{div}(\vec{D}_n) = 4\pi\rho \\ \operatorname{rot}(\vec{E}_n) = -\frac{1}{c} \cdot \frac{\partial\vec{B}_{n-1}}{\partial t} \\ \operatorname{div}(\vec{B}_n) = 0 \\ \operatorname{rot}(\vec{H}_n) = \frac{4\pi}{c} \vec{j} + \frac{1}{c} \cdot \frac{\partial\vec{D}_{n-1}}{\partial t} \end{array} \right\} \quad \text{— система (n).}$$

Рассмотрим разность систем (n)-(n-1):

$$\left\{ \begin{array}{l} \operatorname{div}(\delta\vec{D}_n) = 0 \\ \operatorname{rot}(\delta\vec{E}_n) = -\frac{1}{c} \cdot \frac{\partial(\delta\vec{B}_{n-1})}{\partial t} \\ \operatorname{div}(\delta\vec{B}_n) = 0 \\ \operatorname{rot}(\delta\vec{H}_n) = \frac{1}{c} \cdot \frac{\partial(\delta\vec{D}_{n-1})}{\partial t} \end{array} \right. .$$

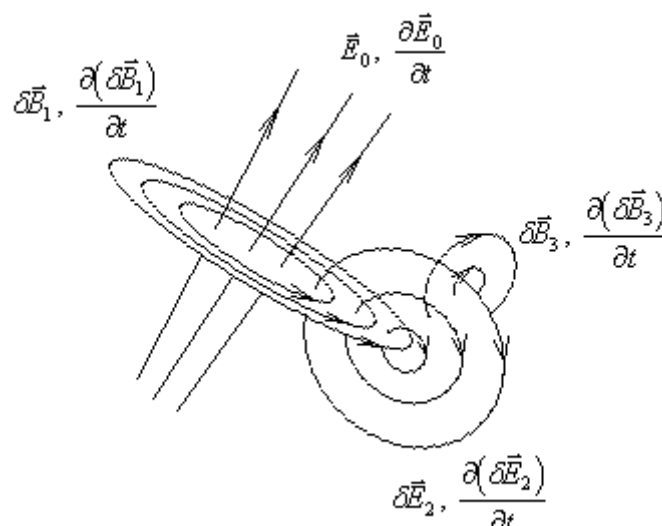
Это опять две независимые задачи аналогичные задачам магнитостатики. Мы их умеем решать, и будем считать, что решили.

Таким образом, мы можем найти все поправки для любого приближения.

-----

Без доказательства заметим, что ряды поправок сходятся при условии  $r \ll \lambda$ , где  $r$  — размер области с полем,  $\lambda$  — длина волны поля,  $\lambda = \frac{c}{\nu}$ ,  $\nu$  — частота изменения электромагнитного поля.

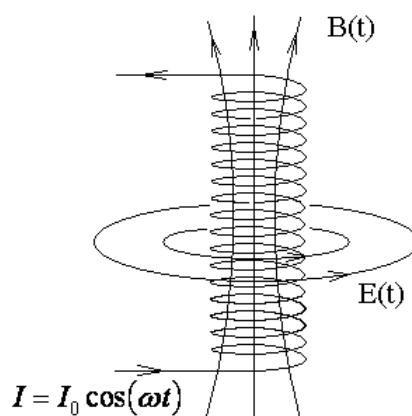
На следующем рисунке покажем, как может выглядеть ряд поправок.



### Факультативно. Задача 1.

В длинном соленоиде задан переменный ток  $I(t) = I_0 \cdot \cos(\omega t)$ . Найти поля  $\vec{E}$  и  $\vec{B}$ .

Решение:



В нулевом приближении (в приближении магнитостатики) внутри длинного соленоида есть однородное магнитное поле, направленное вдоль его оси:

$$B_0(t) = \frac{4\pi}{c} \cdot nI = \frac{4\pi}{c} \cdot nI_0 \cdot \cos(\omega t) \text{ — магнитное поле вдоль оси соленоида,}$$

где  $n$  — число витков на единице длины соленоида.

В нулевом приближении электрического поля нет, так как нет отличной от нуля объемной плотности зарядов:  $E_0(t) = 0$ .

-----

В следующем приближении (в первом приближении) переменное магнитное поле нулевого приближения является источником вихревого электрического поля в соответствии с уравнением Максвелла

$$\operatorname{rot}(\vec{E}) = -\frac{1}{c} \cdot \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad \Rightarrow \quad \operatorname{rot}(\vec{E}_1) = -\frac{1}{c} \cdot \frac{\partial \vec{B}_0}{\partial t}.$$

Это уравнение удобнее использовать в интегральной форме:

$$\oint_l E_l dl = -\frac{1}{c} \cdot \frac{\partial}{\partial t} \int_S (\vec{B}, d\vec{S}) \quad \Rightarrow$$

$$E_1(t) \cdot 2\pi r = -\frac{1}{c} \cdot \frac{\partial}{\partial t} (B_0(t) \cdot S).$$

Подставим сюда  $B_0(t) = \frac{4\pi}{c} \cdot nI_0 \cdot \cos(\omega t)$  и получим

$$E_1(t) \cdot 2\pi r = \frac{S}{c} \cdot \frac{4\pi}{c} nI_0 \omega \cdot \sin(\omega t).$$

Внутри соленооида при  $r \leq R$  имеем  $S = \pi r^2$  и получаем

$$E_1(t) = \frac{2\pi \cdot r n I_0 \omega \cdot \sin(\omega t)}{c^2} \quad \text{при } r \leq R, \text{ где } R \text{ — радиус соленооида.}$$

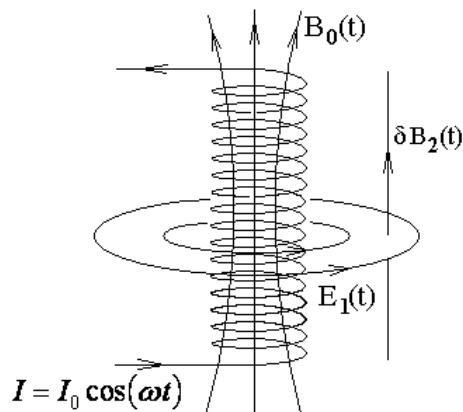
Снаружи соленооида при  $r \geq R$  получим  $S = \pi R^2$ , так как магнитное поле есть только внутри соленооида. Тогда

$$E_1(t) = \frac{2\pi \cdot R^2 n I_0 \omega \cdot \sin(\omega t)}{c^2 r} \quad \text{при } r \geq R.$$

-----

Обсудим теперь поправку второго приближения. Первая поправка к электрическому полю  $\delta \vec{E}_1 = \vec{E}_1$  является источником второй поправки  $\delta \vec{B}_2$ , которая добавляется к магнитному полю нулевого приближения  $\vec{B}_0$ .

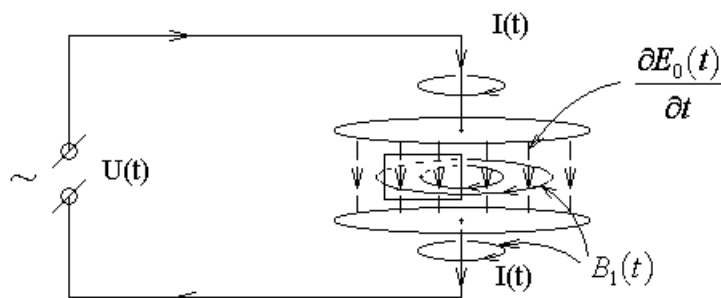
$$\operatorname{rot}(\delta \vec{B}_2) = \frac{1}{c} \cdot \frac{\partial \vec{E}_1}{\partial t} \quad \Rightarrow \quad \oint_l (\delta B_2)_l dl = \frac{1}{c} \cdot \frac{\partial}{\partial t} \int_S (\vec{E}_1, d\vec{S})$$



Вторая поправка  $\delta B_2(t)$  расходится при  $r \rightarrow \infty$  как  $\ln(r)$ . Поправка  $\delta B_2(t)$  расходится при  $r \rightarrow \infty$ , так как при этом не выполняется условие квазистационарности  $r \ll \lambda$ .

### Факультативно. Задача 2.

Пусть плоский конденсатор подключен к источнику косинусоидального напряжения  $U(t) = U_0 \cdot \cos(\omega t)$ .



Пусть конденсатор представляет собой два параллельных проводящих диска.

Пусть внутри конденсатора расположена прямоугольная проводящая рамка с большим сопротивлением. Одна из сторон рамки расположена по оси конденсатора. Требуется найти силу тока в прямоугольной рамке.

В самом грубом нулевом приближении в конденсаторе есть только электрическое поле, направленное вдоль оси конденсатора. Производная от этого поля по времени — токи смещения Максвелла. В первом приближении вокруг этих токов по правилу правого винта возникает магнитное поле, величину которого можно найти по теореме о циркуляции

$B \cdot 2\pi r = \frac{4\pi}{c} \cdot (j_{см} \cdot \pi r^2)$ , где  $j_{см} = \frac{1}{c} \cdot \frac{\partial E}{\partial t}$  — плотность токов смещения. Во

втором приближении переменное магнитное поле является источником вихревого электрического поля, которое и создает ток в рамке. Величину тока можно найти через ЭДС индукции в рамке.