

Экзамен. Излучение Вавилова — Черенкова. Черенковский счетчик (продолжение).

Факультативная вставка.

Рассмотрим генерацию второй гармоники по аналогии с эффектом Вавилова — Черенкова. При нормальной дисперсии света $\frac{dn}{d\omega} > 0$ показатель преломления на удвоенной частоте больше показателя преломления на исходной частоте. Следовательно, фазовая скорость $V_{\phi} = \frac{c}{n}$ на удвоенной частоте меньше, чем на исходной частоте. То есть источник — излучение основной частоты движется быстрее излучения на удвоенной частоте. Эта ситуация полностью соответствует эффекту Вавилова — Черенкова. В таком случае, казалось бы, удвоенная гармоника должна излучаться в конус. На самом деле этого не происходит и не должно происходить по условию фазового синхронизма $\vec{k}_3 = \vec{k}_1 + \vec{k}_2$. И действительно, $k = \frac{n\omega}{c}$, тогда при условии нормальной дисперсии $\frac{dn}{d\omega} > 0$ получаем $\frac{n_{2\omega} 2\omega}{c} > \frac{n_{\omega}\omega}{c} + \frac{n_{\omega}\omega}{c}$ или $k_3 > k_1 + k_2$. При этом $\vec{k}_3 = \vec{k}_1 + \vec{k}_2$ невозможно.

Как же так?

Дело в том, что в эффекте Вавилова — Черенкова излучает точечный объект, размер которого гораздо меньше длины волны, а при генерации второй гармоники излучает плоский фронт волны. Плоский фронт волны можно рассматривать, как множество точечных синфазных источников. Излучение разных точечных источников в конус Вавилова — Черенкова не будет синфазным и будет гасить друг друга.

Для звуковых волн аналог эффекта Вавилова — Черенкова — это полет самолета со сверхзвуковой скоростью.

Конец факультативной вставки.

Экзамен. Закон преломления (закон Снеллиуса) и закон отражения света.

Закон Снеллиуса можно доказать с помощью построений Гюйгенса (мы сделаем это при рассмотрении кристаллооптики), с помощью принципа Ферма, а сейчас докажем его иначе.

При отражении и преломлении света длина волны изменяется, а частота — нет. Это связано с тем, что через период падающей световой волны исходные условия полностью повторяются, следовательно, должен повторяться и результат.

Рассмотрим плоскую световую волну, которая падает на плоскую границу двух сред. Плоские условия задачи означают плоские решения. Тогда отраженная и преломленная волны тоже будут плоскими, нет выделенной точки для центра кривизны фронта каждой волны.

Введем обозначения для волн:

i — падающая волна (incident — падающий),

r — отраженная волна (reflect — отражать),

t — преломленная волна (transpierce [trens'pies] — пронзать насквозь).

На границе раздела двух сред должны выполняться граничные условия для электрического \vec{E} и магнитного \vec{B} полей.

Уравнения Максвелла в дифференциальной форме

$$\left\{ \begin{array}{l} \operatorname{div}(\vec{D}) = 4\pi\rho \\ \operatorname{rot}(\vec{E}) = -\frac{1}{c} \cdot \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \\ \operatorname{div}(\vec{B}) = 0 \\ \operatorname{rot}(\vec{H}) = \frac{4\pi}{c} \vec{j} + \frac{1}{c} \cdot \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \end{array} \right.$$

для границы раздела принимают следующий вид

$$\left\{ \begin{array}{l} D_{2n} - D_{1n} = 4\pi\sigma \\ E_{2\tau} - E_{1\tau} = 0 \\ B_{2n} - B_{1n} = 0 \\ H_{2\tau} - H_{1\tau} = \frac{4\pi}{c} i \end{array} \right. .$$

$$\text{Для прозрачных сред } \left\{ \begin{array}{l} \sigma = 0 \\ i = 0 \\ D = \varepsilon E \\ B = \mu H \end{array} \right. , \text{ тогда } \left\{ \begin{array}{l} \varepsilon_1 E_{1n} = \varepsilon_2 E_{2n} \\ E_{1\tau} = E_{2\tau} \\ B_{1n} = B_{2n} \\ H_{1\tau} = H_{2\tau} \end{array} \right. .$$

Выберем направление оси z перпендикулярно границе раздела двух сред.

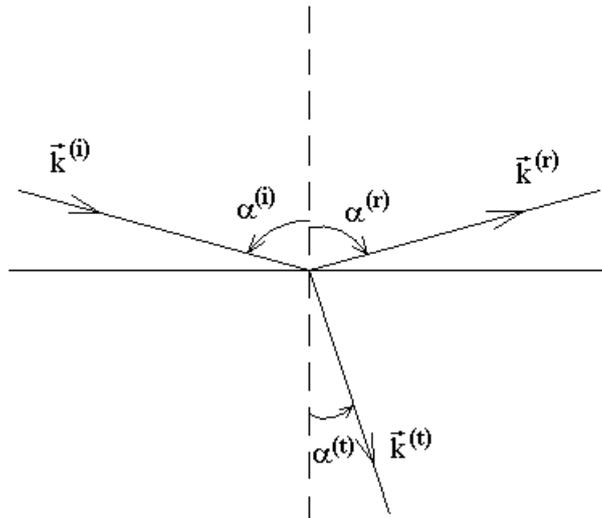
Рассмотрим, например, тангенциальную составляющую электрического поля — составляющую, направленную вдоль границы раздела двух сред. Рассмотрим световое поле на границе раздела сред в один момент времени, тогда k_x и k_y — циклические пространственные частоты горизонтальной составляющей электрического поля. Зависимость этой составляющей от x -координаты на границе раздела сред — это синусоида для каждой из трех волн, а сумма трех синусоид может дать ноль, только если их пространственные частоты одинаковы. Следовательно, величина k_x имеет одинаковое значение для падающей, отраженной и преломленной волн. Аналогично, равны друг другу пространственные частоты k_y .

Условие одинаковых пространственных частот трех волн на границе раздела примет вид:

$$\begin{cases} k_x^{(i)} = k_x^{(r)} = k_x^{(t)} \\ k_y^{(i)} = k_y^{(r)} = k_y^{(t)} \end{cases}, \text{ где } i, r, t \text{ — индексы для падающей, отраженной и}$$

преломленной волн.

Выберем направление оси y перпендикулярно плоскости падения света так, чтобы для падающей волны $k_y^{(i)} = 0$, тогда $k_y^{(r)} = k_y^{(t)} = 0$. Следовательно, все три луча и нормаль к границе раздела лежат в плоскости падения x, z .



Углом падения света называют угол $\alpha^{(i)}$ между нормалью к границе раздела сред и направлением падающего луча $\vec{k}^{(i)}$. Угол отражения $\alpha^{(r)}$ — угол между нормалью и отраженным лучом $\vec{k}^{(r)}$, угол преломления $\alpha^{(t)}$ — угол между нормалью и преломленным лучом $\vec{k}^{(t)}$. На рисунке показаны положительные направления отсчета углов.

Для каждой из трех волн справедливо равенство $k_x = k \cdot \sin(\alpha)$.

Подставим это в равенство пространственных частот $k_x^{(i)} = k_x^{(r)} = k_x^{(t)}$ и получим:

$$k^{(i)} \sin(\alpha^{(i)}) = k^{(r)} \sin(\alpha^{(r)}) = k^{(t)} \sin(\alpha^{(t)})$$

Из двух выражений для фазовой скорости $V_\phi = \frac{\omega}{k} = \frac{c}{n}$ получаем, что $k = n \frac{\omega}{c}$. Подставим это выражение для волнового числа k в предыдущую формулу с синусами

$\frac{n_1 \omega}{c} \sin(\alpha^{(i)}) = \frac{n_1 \omega}{c} \sin(\alpha^{(r)}) = \frac{n_2 \omega}{c} \sin(\alpha^{(t)})$, где n_1 и n_2 — показатели преломления двух сред.

Сократим формулу на отношение $\frac{\omega}{c}$ и получим

$$n_1 \cdot \sin(\alpha^{(i)}) = n_1 \cdot \sin(\alpha^{(r)}) = n_2 \cdot \sin(\alpha^{(t)}).$$

С учетом неравенства $-\frac{\pi}{2} \leq \alpha^{(r)} \leq \frac{\pi}{2}$, означающего, что отраженный свет остается выше границы раздела сред, получим

$$\underline{\alpha^{(i)} = \alpha^{(r)}} \text{ — угол падения равен углу отражения или закон отражения.}$$

Обозначим $\alpha_1 \equiv \alpha^{(i)}$ и $\alpha_2 \equiv \alpha^{(t)}$ и получим закон преломления или закон Снеллиуса:

$$\underline{n_1 \sin(\alpha_1) = n_2 \sin(\alpha_2)}.$$

Заметим, что если параллельных границ между разными средами много, то

$$\underline{n \cdot \sin(\alpha) = const} \text{ для всех границ.}$$

Экзамен. Формулы Френеля. Амплитудные коэффициенты отражения и пропускания.

Найдем амплитуды отраженной и преломленной волн из граничных условий

$$\begin{cases} \varepsilon_1 E_{1n} = \varepsilon_2 E_{2n} \\ E_{1\tau} = E_{2\tau} \\ B_{1n} = B_{2n} \\ H_{1\tau} = H_{2\tau} \end{cases}$$

с учетом поперечности световых волн

$$\begin{cases} \vec{E} \perp \vec{k} \\ \vec{B} \perp \vec{k}, \\ \vec{E} \perp \vec{B} \end{cases}$$

соотношения величин напряженностей электрического и магнитного полей $\sqrt{\varepsilon}E = \sqrt{\mu}H$ в бегущей волне и с учетом законов отражения и преломления.

Те же граничные условия должны выполняться и для комплексных величин, тогда

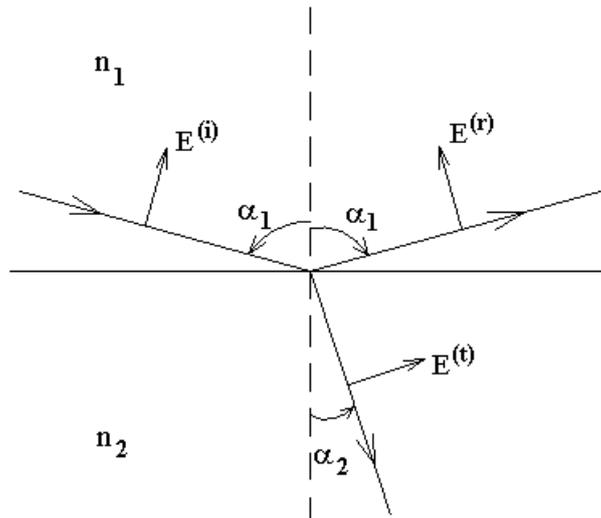
$$\begin{cases} \varepsilon_1 \tilde{E}_{1n} = \varepsilon_2 \tilde{E}_{2n} \\ \tilde{E}_{1\tau} = \tilde{E}_{2\tau} \\ \tilde{B}_{1n} = \tilde{B}_{2n} \\ \tilde{H}_{1\tau} = \tilde{H}_{2\tau} \end{cases} \text{ — граничные условия в комплексном виде.}$$

Нам будет достаточно уравнений
$$\begin{cases} \tilde{E}_{1\tau} = \tilde{E}_{2\tau} \\ \tilde{H}_{1\tau} = \tilde{H}_{2\tau} \end{cases}.$$

Далее удобно рассмотреть отдельно вариант поляризации света в плоскости падения \parallel и вариант поляризации перпендикулярной плоскости падения \perp .

1). Поляризация \parallel параллельная плоскости падения света.

Выберем положительные направления для векторов $\tilde{\vec{E}}$ в падающей, отраженной и преломленной волнах:



Положительные направления электрического поля трех волн выбраны так, чтобы положительные направления магнитного поля этих волн совпадали друг с другом.

Магнитное поле каждой из трех волн направлено по касательной к границе раздела сред, поэтому для магнитного поля можно воспользоваться только граничным условием для тангенциальной составляющей: $\tilde{H}_{1\tau} = \tilde{H}_{2\tau}$. Над границей есть магнитное поле падающей и отраженной волн, под границей — только прошедшей волны, тогда

$$\tilde{H}^{(i)} + \tilde{H}^{(r)} = \tilde{H}^{(t)}.$$

С учетом соотношения $\sqrt{\varepsilon}\tilde{E} = \sqrt{\mu}\tilde{H}$, получим $\tilde{H} = \sqrt{\frac{\varepsilon}{\mu}}\tilde{E} = \sqrt{\frac{\varepsilon\mu}{\mu^2}}\tilde{E} = \frac{n}{\mu}\tilde{E}$.

Тогда для комплексных амплитуд электрических полей получим:

$$\frac{n_1}{\mu_1}\tilde{E}^{(i)} + \frac{n_1}{\mu_1}\tilde{E}^{(r)} = \frac{n_2}{\mu_2}\tilde{E}^{(t)}.$$

Граничное условие для нормальной составляющей поля электрического поля

$$\varepsilon_1\tilde{E}_{1n} = \varepsilon_2\tilde{E}_{2n}$$

с учетом закона отражения и преломления приводит к тому же уравнению для комплексных амплитуд отраженной $\tilde{E}^{(r)}$ и прошедшей волн $\tilde{E}^{(t)}$, поэтому мы его рассматривать не будем.

Рассмотрим в качестве второго уравнения для неизвестных амплитуд $\tilde{E}^{(r)}$ и $\tilde{E}^{(t)}$ граничное условие для тангенциальной составляющей электрического поля $\tilde{E}_{1\tau} = \tilde{E}_{2\tau}$, где проекция поля на горизонтальное направление в плоскости рисунка получается умножением напряженности поля на косинус соответствующего угла для каждой из трех волн:

$$\tilde{E}^{(i)} \cos(\alpha_1) - \tilde{E}^{(r)} \cos(\alpha_1) = \tilde{E}^{(t)} \cos(\alpha_2).$$

Решая два уравнения

$$\begin{cases} \frac{n_1}{\mu_1} \tilde{E}^{(i)} + \frac{n_1}{\mu_1} \tilde{E}^{(r)} = \frac{n_2}{\mu_2} \tilde{E}^{(t)} \\ \tilde{E}^{(i)} \cos(\alpha_1) - \tilde{E}^{(r)} \cos(\alpha_1) = \tilde{E}^{(t)} \cos(\alpha_2) \end{cases}$$

с двумя неизвестными $\tilde{E}^{(r)}$ и $\tilde{E}^{(t)}$, находим

$$\left\{ \begin{array}{l} \tilde{E}_{\parallel}^{(r)} = \tilde{E}_{\parallel}^{(i)} \cdot \frac{\frac{n_2}{\mu_2} \cdot \cos(\alpha_1) - \frac{n_1}{\mu_1} \cdot \cos(\alpha_2)}{\frac{n_2}{\mu_2} \cdot \cos(\alpha_1) + \frac{n_1}{\mu_1} \cdot \cos(\alpha_2)} \\ \tilde{E}_{\parallel}^{(t)} = \tilde{E}_{\parallel}^{(i)} \cdot \frac{2 \cdot \frac{n_1}{\mu_1} \cdot \cos(\alpha_1)}{\frac{n_2}{\mu_2} \cdot \cos(\alpha_1) + \frac{n_1}{\mu_1} \cdot \cos(\alpha_2)} \end{array} \right. \quad \text{— формулы Френеля для}$$

амплитуд отраженной и преломленной волн.

Здесь значок \parallel у поля E означает, что волна поляризована параллельно плоскости падения света.

Обычно в этих выражениях пренебрегают отличием магнитной проницаемости среды от единицы ($\mu=1$). Тогда окончательно для

амплитудных коэффициентов отражения $r \equiv \frac{\tilde{E}^{(r)}}{\tilde{E}^{(i)}}$ и пропускания $\tau \equiv \frac{\tilde{E}^{(t)}}{\tilde{E}^{(i)}}$

получаем следующие выражения

$$\left\{ \begin{array}{l} r_{\parallel} = \frac{n_2 \cos(\alpha_1) - n_1 \cos(\alpha_2)}{n_2 \cos(\alpha_1) + n_1 \cos(\alpha_2)} \\ \tau_{\parallel} = \frac{2n_1 \cos(\alpha_1)}{n_2 \cos(\alpha_1) + n_1 \cos(\alpha_2)} \end{array} \right. \quad \text{— это формулы Френеля для амплитудных}$$

коэффициентов отражения и пропускания для поляризации света в плоскости падения.

Преобразуем r_{\parallel} к другому виду. Для этого сначала умножим разные слагаемые числителя и знаменателя на разные части равенства $n_1 \sin(\alpha_1) = n_2 \sin(\alpha_2)$ так, чтобы каждое слагаемое содержало произведение $n_1 n_2$ и получим:

$$\begin{aligned} r_{\parallel} &= \frac{n_2 \cos(\alpha_1) - n_1 \cos(\alpha_2)}{n_2 \cos(\alpha_1) + n_1 \cos(\alpha_2)} = \frac{n_1 n_2 \sin(\alpha_1) \cos(\alpha_1) - n_1 n_2 \sin(\alpha_2) \cos(\alpha_2)}{n_1 n_2 \sin(\alpha_1) \cos(\alpha_1) + n_1 n_2 \sin(\alpha_2) \cos(\alpha_2)} = \\ &= \frac{\frac{1}{2} \sin(2\alpha_1) - \frac{1}{2} \sin(2\alpha_2)}{\frac{1}{2} \sin(2\alpha_1) + \frac{1}{2} \sin(2\alpha_2)} = \frac{\sin(\alpha_1 - \alpha_2) \cdot \cos(\alpha_1 + \alpha_2)}{\sin(\alpha_1 + \alpha_2) \cdot \cos(\alpha_1 - \alpha_2)} = \frac{\operatorname{tg}(\alpha_1 - \alpha_2)}{\operatorname{tg}(\alpha_1 + \alpha_2)} \end{aligned}$$

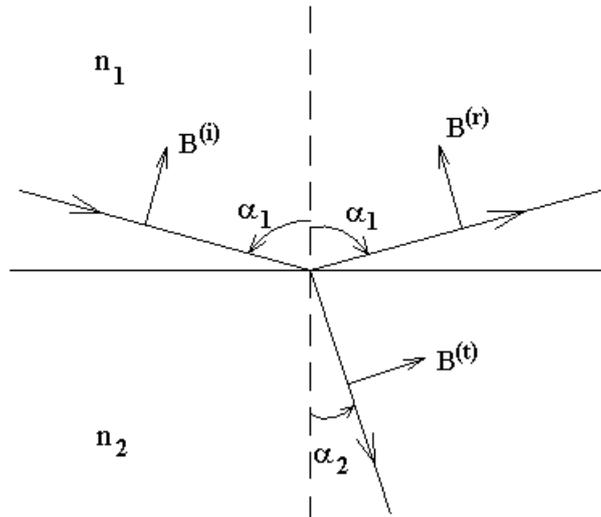
Окончательно:

$$r_{\parallel} = \frac{\operatorname{tg}(\alpha_1 - \alpha_2)}{\operatorname{tg}(\alpha_1 + \alpha_2)}.$$

Эта формула понадобится нам в дальнейшем. Заметим, что она получена в приближении $\mu = 1$.

II). Поляризация \perp плоскости падения света.

Выберем положительные направления для векторов \vec{B} трех световых волн так, чтобы положительные направления векторов \vec{E} этих волн совпали.



Для поляризации света перпендикулярной плоскости падения воспользуемся теми же граничными условиями $\begin{cases} \tilde{E}_{\tau 1} = \tilde{E}_{\tau 2} \\ \tilde{H}_{\tau 1} = \tilde{H}_{\tau 2} \end{cases}$. Тогда

$$\begin{cases} \tilde{E}^{(i)} + \tilde{E}^{(r)} = \tilde{E}^{(t)} \\ \tilde{H}^{(i)} \cos(\alpha_1) - \tilde{H}^{(r)} \cos(\alpha_1) = \tilde{H}^{(t)} \cos(\alpha_2) \end{cases}$$

С учетом соотношения $\sqrt{\varepsilon} \tilde{E} = \sqrt{\mu} \tilde{H}$, получим $\tilde{H} = \sqrt{\frac{\varepsilon}{\mu}} \tilde{E} = \sqrt{\frac{\varepsilon \mu}{\mu^2}} \tilde{E} = \frac{n}{\mu} \tilde{E}$.

Подставим это во второе уравнение системы и получим пару уравнений для амплитуд отраженной и преломленной волн:

$$\begin{cases} \tilde{E}^{(i)} + \tilde{E}^{(r)} = \tilde{E}^{(t)} \\ \frac{n_1}{\mu_1} \tilde{E}^{(i)} \cos(\alpha_1) - \frac{n_1}{\mu_1} \tilde{E}^{(r)} \cos(\alpha_1) = \frac{n_2}{\mu_2} \tilde{E}^{(t)} \cos(\alpha_2) \end{cases}$$

Решая уравнения, находим формулы Френеля для амплитуды отраженной и преломленной световых волн для поляризации света, перпендикулярной плоскости падения света:

$$\begin{cases} \tilde{E}_{\perp}^{(r)} = \tilde{E}_{\perp}^{(i)} \cdot \frac{\frac{n_1}{\mu_1} \cdot \cos(\alpha_1) - \frac{n_2}{\mu_2} \cdot \cos(\alpha_2)}{\frac{n_1}{\mu_1} \cdot \cos(\alpha_1) + \frac{n_2}{\mu_2} \cdot \cos(\alpha_2)} \\ \tilde{E}_{\perp}^{(t)} = \tilde{E}_{\perp}^{(i)} \cdot \frac{2 \cdot \frac{n_1}{\mu_1} \cdot \cos(\alpha_1)}{\frac{n_1}{\mu_1} \cdot \cos(\alpha_1) + \frac{n_2}{\mu_2} \cdot \cos(\alpha_2)} \end{cases}$$

и, заменяя μ на единицу, как это обычно делают в учебниках по оптике, получаем для амплитудных коэффициентов отражения $r_{\perp} \equiv \frac{\tilde{E}_{\perp}(r)}{\tilde{E}_{\perp}(i)}$ и пропускания

$\tau_{\perp} \equiv \frac{\tilde{E}_{\perp}(t)}{\tilde{E}_{\perp}(i)}$ формулы Френеля для поляризации света перпендикулярной

плоскости падения света:

$$\begin{cases} r_{\perp} = \frac{n_1 \cdot \cos(\alpha_1) - n_2 \cdot \cos(\alpha_2)}{n_1 \cdot \cos(\alpha_1) + n_2 \cdot \cos(\alpha_2)} \\ \tau_{\perp} = \frac{2n_1 \cdot \cos(\alpha_1)}{n_1 \cdot \cos(\alpha_1) + n_2 \cdot \cos(\alpha_2)} \end{cases}.$$

Экзамен. Угол Брюстера и брюстеровские окна лазерных трубок.

Рассмотрим условие $\alpha_1 + \alpha_2 = \frac{\pi}{2}$, где α_1 — угол падения света на границу раздела двух сред, α_2 — угол преломления.

Если $\alpha_1 + \alpha_2 = \frac{\pi}{2}$, то $\operatorname{tg}(\alpha_1 + \alpha_2) = \infty$. Подставим это значение в выражение $r_{\parallel} = \frac{\operatorname{tg}(\alpha_1 - \alpha_2)}{\operatorname{tg}(\alpha_1 + \alpha_2)}$ и получим

$$r_{\parallel} = 0.$$

Сравнивая этот результат с другим выражением для коэффициента отражения $r_{\parallel} = \frac{n_2 \cos(\alpha_1) - n_1 \cos(\alpha_2)}{n_2 \cos(\alpha_1) + n_1 \cos(\alpha_2)}$ получаем $n_2 \cos(\alpha_1) - n_1 \cos(\alpha_2) = 0$.

Откуда

$$\frac{n_2}{n_1} = \frac{\cos(\alpha_2)}{\cos(\alpha_1)} = \frac{\cos\left(\frac{\pi}{2} - \alpha_1\right)}{\cos(\alpha_1)} = \frac{\sin(\alpha_1)}{\cos(\alpha_1)} = \operatorname{tg}(\alpha_1).$$

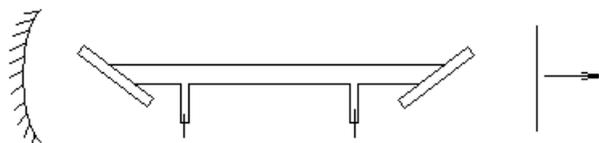
Окончательно получаем, что для угла падения α_1 такого, что $\operatorname{tg}(\alpha_1) = \frac{n_2}{n_1}$, в отраженном свете нет поляризации параллельной плоскости

падения света $r_{\parallel} = 0$. Такой угол падения света α_1 называется углом Брюстера,

а уравнение $\operatorname{tg}(\alpha_1) = \frac{n_2}{n_1}$ удобно для расчета угла Брюстера по известным

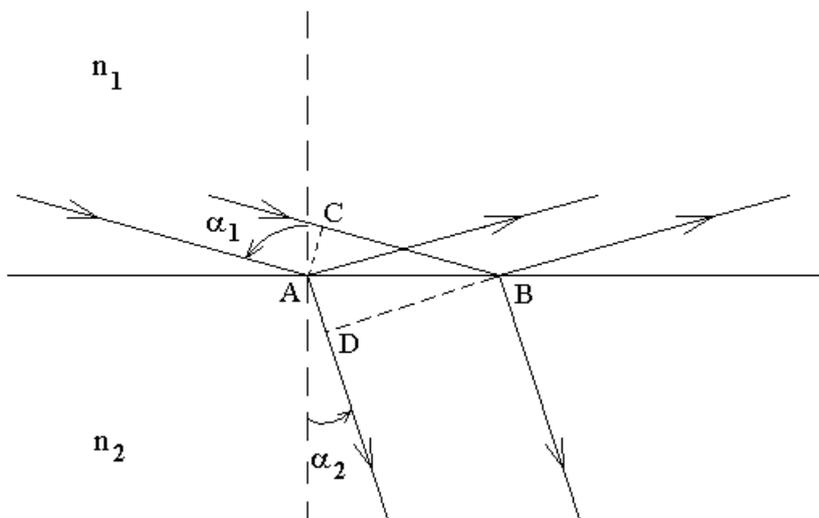
значениям показателя преломления двух сред n_1 и n_2 . И наоборот, часто показатель преломления среды находят, измеряя угол Брюстера.

Прохождение света без потерь на отражение используется в лазерах с малым усилением активной среды. Так усиливающая свет лазерная среда в газовых лазерах обычно помещается в разрядную трубку с брюстеровскими окнами. Брюстеровские окна — прозрачные плоскопараллельные пластины, расположенные так, что нормаль к пластине составляет угол Брюстера с оптической осью лазера.



Экзамен. Коэффициенты отражения и пропускания по энергии.

Рассмотрим пучок лучей конечной ширины.



Из рисунка видно, что ширина преломленного пучка BD отличается от ширины AC падающего пучка лучей.

Интенсивность света — это энергия, падающая в единицу времени на площадку единичной площади перпендикулярную лучу. Изменение площади сечения пучка приводит к неравенству $I^{(i)} \neq I^{(r)} + I^{(t)}$.

Если же рассмотреть энергию, падающую на единицу площади границы раздела сред, то для этой энергии падающая энергия равна сумме отраженной и преломленной.

Площадь пучка на границе раздела сред больше площади поперечного сечения пучка, так как $AB = \frac{AC}{\cos(\alpha_1)} = \frac{BD}{\cos(\alpha_2)}$. Поэтому энергия, проходящая

в единицу времени через единицу площади границы раздела сред (на AB надо делить), меньше интенсивности и равна $I \cdot \cos(\alpha)$.

Тогда для энергии в единицу времени на единицу площади границы двух сред получаем условие того, что падающая энергия равна сумме отраженной и преломленной энергий:

$$I^{(i)} \cos(\alpha_1) = I^{(r)} \cos(\alpha_1) + I^{(t)} \cos(\alpha_2).$$

Разделим это равенство на произведение $I^{(i)} \cos(\alpha_1)$ и получим:

$$\frac{I^{(r)} \cos(\alpha_1)}{I^{(i)} \cos(\alpha_1)} + \frac{I^{(t)} \cos(\alpha_2)}{I^{(i)} \cos(\alpha_1)} = 1.$$

Здесь первое слагаемое $\frac{I^{(r)} \cos(\alpha_1)}{I^{(i)} \cos(\alpha_1)} = \frac{I^{(r)}}{I^{(i)}} \equiv R$ называют коэффициентом

отражения по энергии или отражательной способностью. Второе слагаемое $\frac{I^{(t)} \cos(\alpha_2)}{I^{(i)} \cos(\alpha_1)} \equiv T$ называют коэффициентом пропускания по энергии или

пропускательной способностью.

$R + T = 1$ — вся падающая на границу раздела сред энергия или отражается или проходит насквозь.

Как правило, под коэффициентами отражения и пропускания понимают

не амплитудные коэффициенты $\left\{ \begin{array}{l} r \equiv \frac{\tilde{E}^{(r)}}{\tilde{E}^{(i)}} \\ \tau \equiv \frac{\tilde{E}^{(t)}}{\tilde{E}^{(i)}} \end{array} \right.$,

а именно энергетические коэффициенты R и T .

Найдем связь амплитудных и энергетических коэффициентов отражения и пропускания.

Интенсивность света I связана с вещественной E_0 или комплексной \tilde{E}_0 амплитудой света соотношением:

$$I = \frac{cn}{8\pi\mu} E_0^2 = \frac{cn}{8\pi\mu} |\tilde{E}_0|^2.$$

Тогда для энергетического коэффициента отражение R получим

$$R \equiv \frac{I^{(r)}}{I^{(i)}} = \frac{\frac{cn_1}{8\pi\mu_1} |\tilde{E}_0^{(r)}|^2}{\frac{cn_1}{8\pi\mu_1} |\tilde{E}_0^{(i)}|^2} = \left(\frac{|\tilde{E}_0^{(r)}|}{|\tilde{E}_0^{(i)}|} \right)^2 = |r|^2 \quad \Rightarrow$$

$R = |r|^2$ — связь энергетического и амплитудного коэффициентов отражения.

Исключая случай полного внутреннего отражения, который мы рассмотрим позднее, амплитудный коэффициент отражения для прозрачных сред всегда вещественен. Тогда

$$R = r^2.$$

В случае полного внутреннего отражения света энергетический коэффициент отражения равен единице $R = 1$. Отраженная световая волна при этом сдвинута по фазе относительно падающей волны. По этой причине амплитудный коэффициент отражения r — комплексная величина с единичным модулем $|r| = 1$.

Для энергетического коэффициента пропускания

$$T \equiv \frac{I^{(t)} \cdot \cos(\alpha_2)}{I^{(i)} \cdot \cos(\alpha_1)} = \frac{\frac{cn_2}{8\pi\mu_2} \cdot |\tilde{E}_0^{(t)}|^2 \cdot \cos(\alpha_2)}{\frac{cn_1}{8\pi\mu_1} \cdot |\tilde{E}_0^{(i)}|^2 \cdot \cos(\alpha_1)} = \frac{n_2\mu_1 \cdot \cos(\alpha_2)}{n_1\mu_2 \cdot \cos(\alpha_1)} \cdot \frac{|\tilde{E}_0^{(t)}|^2}{|\tilde{E}_0^{(i)}|^2} =$$

$$= \frac{\mu_1}{\mu_2} \cdot \frac{n_2 \cdot \cos(\alpha_2)}{n_1 \cdot \cos(\alpha_1)} \cdot \tau^2 \approx \frac{n_2 \cdot \cos(\alpha_2)}{n_1 \cdot \cos(\alpha_1)} \cdot \tau^2.$$

Окончательно получаем:

$$T = \frac{n_2 \cdot \cos(\alpha_2)}{n_1 \cdot \cos(\alpha_1)} \cdot \tau^2 \qquad R = r^2 \qquad T + R = 1.$$

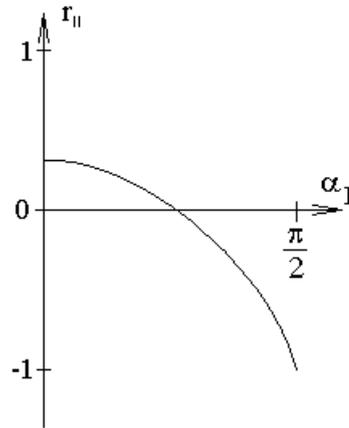
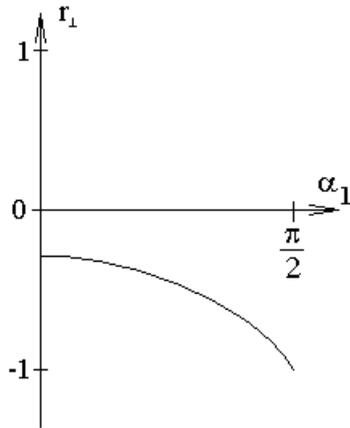
Экзамен. Потеря полуволны при отражении от оптически более плотной среды.

Рассмотрим нормальное падение света на границу раздела двух сред $\alpha_1 = \alpha_2 = 0$, тогда $\cos(\alpha_1) = \cos(\alpha_2) = 1$, откуда $r_{\perp} = -r_{\parallel} = \frac{n_1 - n_2}{n_1 + n_2} < 0$ при условии отражения от оптически более плотной среды $n_2 > n_1$. Соотношение $r_{\perp} = -r_{\parallel}$ связано с не очень удачным выбором положительного направления вектора \vec{E} отраженной волны для поляризации параллельной плоскости падения света.

Неравенство $r_{\perp} = -r_{\parallel} < 0$ означает, что для любой поляризации при нормальном падении света в отраженной волне вектор \vec{E} направлен навстречу вектору \vec{E} падающей волны.

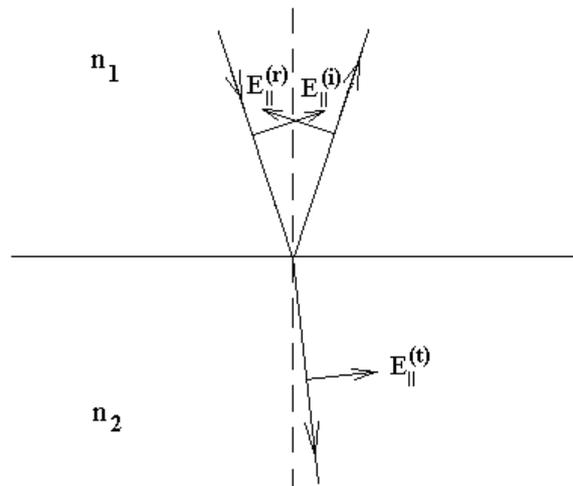
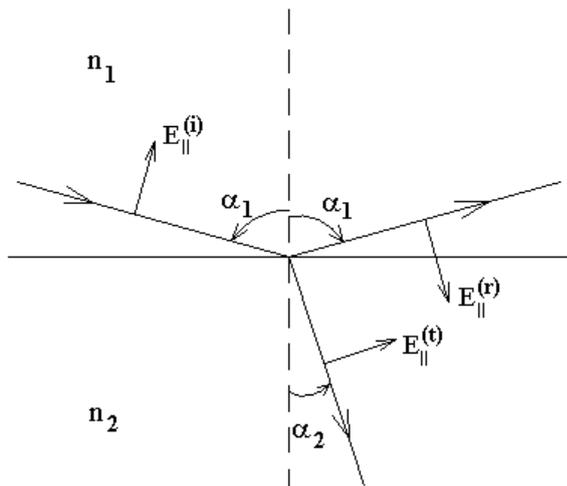
Пусть отраженная волна имеет отрицательную амплитуду. Эту минус единицу в качестве множителя можно представить, как $-1 = e^{i\pi}$. Следовательно, можно сказать, что отраженная волна сдвинута по фазе на π . Сдвиг фазы π эквивалентен разности хода $\frac{\lambda}{2}$, поэтому и говорят, что при отражении от оптически более плотной среды происходит потеря полуволны.

Рассмотрим графики зависимостей амплитудных коэффициентов отражения от угла падения для двух поляризаций.



Из рисунка можно сделать вывод, что при отражении света от оптически более плотной среды векторы \vec{E} отраженной и падающей волн направлены навстречу друг другу или почти навстречу при любом угле падения и любой поляризации света. Для поляризации перпендикулярной плоскости падения результат более или менее очевиден, так как амплитудный коэффициент отражения r_{\perp} всегда отрицателен.

Для поляризации в плоскости падения света знак коэффициента отражения меняется при изменении угла падения, но векторы \vec{E} остаются примерно противоположно направленными в падающей и отраженной волнах при любых углах падения света. Это видно из ниже следующих рисунков, на которых показаны направления вектора \vec{E} в двух предельных случаях при $\alpha_1 \approx \frac{\pi}{2}$ и при $\alpha_1 \approx 0$.



Экзамен. Отражение света при скользющем падении луча.

Скользящее падение луча на границу двух сред — это угол падения α_1

близкий к $\frac{\pi}{2}$.

$$\alpha_1 \rightarrow \frac{\pi}{2} \Rightarrow \cos(\alpha_1) \rightarrow 0.$$

Тогда

$$r_{\parallel} = \frac{n_2 \cos(\alpha_1) - n_1 \cos(\alpha_2)}{n_2 \cos(\alpha_1) + n_1 \cos(\alpha_2)} = \frac{-n_1 \cos(\alpha_2)}{+n_1 \cos(\alpha_2)} = -1, \quad \text{так как } \cos(\alpha_2) \neq 0,$$

потому что $\alpha_2 \neq \alpha_1$.

Аналогично для второй поляризации

$$r_{\perp} = \frac{n_1 \cos(\alpha_1) - n_2 \cos(\alpha_2)}{n_1 \cos(\alpha_1) + n_2 \cos(\alpha_2)} = \frac{-n_2 \cos(\alpha_2)}{+n_2 \cos(\alpha_2)} = -1.$$

Для обеих поляризаций при скользющем падении света $r = -1 \Rightarrow$

$$R = r^2 = 1.$$

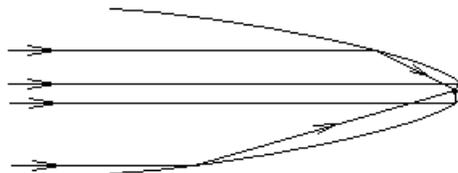
Следовательно, при скользющем падении света на границу раздела двух сред коэффициент отражения стремится к единице независимо от характеристик этих сред.

Экзамен. Зеркало телескопа для мягкого рентгеновского излучения.

Рентгеновское излучение с длинами волн из диапазона $0.01 \text{ нм} < \lambda < 10 \text{ нм}$ имеет высокую проникающую способность, то есть почти не отражается и не поглощается.

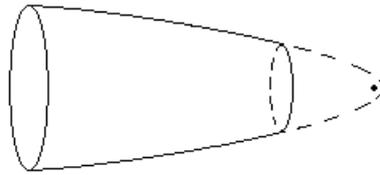
Однако при скользющем падении света на металлическую поверхность мягкие рентгеновские лучи $\lambda > 1 \text{ нм}$ испытывают заметное отражение.

Рассмотрим параболическое зеркало. Параллельный пучок лучей, падающий на параболическое зеркало параллельно его оси, собирается в одну точку в фокусе зеркала.



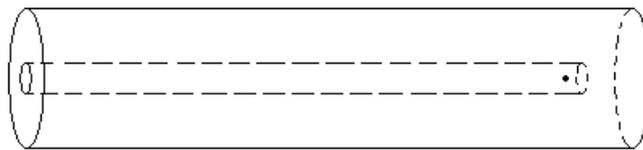
В фокусе зеркала можно поставить приемник излучения. Свет от удаленного источника будет собираться на приемнике в том случае, если направить ось параболического зеркала на источник излучения. Поэтому такое параболическое зеркало и приемник в его фокусе можно рассматривать, как телескоп.

Для мягкого рентгеновского излучения заметное отражение будет только при скользющем падении излучения на поверхность зеркала, поэтому от параболического зеркала можно оставить кольцо, вырезанное из параболоида вращения далеко от фокуса.



Приемник излучения ФЭУ (фотоэлектронный умножитель) устанавливают в фокусе параболоида. Такого типа приемник может регистрировать отдельные фотоны.

Для более жесткого рентгеновского излучения телескоп представляет собой длинный толстостенный свинцовый стакан, на дне которого устанавливают приемник излучения.



Свинцовый стакан не фокусирует рентгеновское излучение, а только обрезает (не пускает) лишнее излучение из других направлений.

Оба вида рентгеновского телескопа имеют достаточно узкую диаграмму направленности принимаемого излучения.