Экзамен. Направление векторов $\vec{D},\vec{E},\vec{B},\vec{H},\vec{k},\vec{S}$ для плоской монохроматической световой волны в кристалле (продолжение).

Факультативная вставка.

Раньше мы выяснили, что в кристалле векторы $\vec{E}$ и $\vec{D}$ должны быть ортогональны вектору $\vec{B}$ в плоской световой волне в анизотропной среде. А что будет, если рассматриваемый поворот от вектора $\vec{E}$ к вектору $\vec{D}=\hat{\varepsilon}\vec{E}$ выведет вектор $\vec{D}$ из плоскости перпендикулярной вектору $\vec{B}$?

Если условие ортогональности $\vec{D}=\hat{\varepsilon}\vec{E}\perp\vec{B}$ не выполнено, то такое направление вектора $\vec{E}$ невозможно в бегущей в кристалле плоской световой волне. Оказывается (без доказательства), что в этом случае, падающая на кристалл плоская световая волна распадается на две бегущие волны с разными разрешенными в кристалле направлениями поляризации (направлениями вектора $\vec{E}$). Для каждой из этих двух волн будут одновременны выполнены условия $\vec{E}\perp\vec{B}$ и $\hat{\varepsilon}\vec{E}\perp\vec{B}$.

Эти две волны распространяются в кристалле независимо друг от друга и несколько в различающихся направлениях. Это явление расщепления падающей на кристалл плоской волны на две волны называется двулучепреломлением, и связано с тем, что показатели преломления кристалла для этих поляризаций различаются по величине.

Конец факультативной вставки.

Экзамен. Лучевая и фазовая скорости световой волны в кристалле.

И лучевая и фазовая скорости световой волны в кристалле являются аналогами одной и той же фазовой скорости в некристаллической изотропной среде. Групповую скорость волн в кристалле мы рассматривать не будем.

Лучевая скорость $\vec{V}_л$ в кристалле по определению показывает направление движения энергии световой волны, то есть, совпадает по направлению с вектором Пойнтинга $\vec{S}=\frac{c}{4\pi}\cdot\left[\vec{E},\vec{H}\right]$:

$$\vec{V}_л\uparrow\uparrow\vec{S}.$$

В некристаллической изотропной среде вектор Пойнтинга связан с фазовой скоростью $\frac{c}{n}$ и объемной плотностью энергии поля w соотношением:

$$S=w\frac{c}{n}.$$

В этом соотношении можно убедиться, если подставить в него величины:

$$\vec{S}=\frac{c}{4\pi}\cdot\left[\vec{E},\vec{H}\right],\qquad w=\frac{\left(\vec{D},\vec{E}\right)}{8\pi}+\frac{\left(\vec{B},\vec{H}\right)}{8\pi},$$

учесть соотношение $\sqrt{\varepsilon}E=\sqrt{\mu}H$ для бегущей световой волны и учесть, что $n=\sqrt{\varepsilon\mu}$.

И действительно, с одной стороны $S=\frac{c}{4\pi}EH=\frac{c}{4\pi}\sqrt{\frac{\varepsilon}{\mu}}E^2$, а с другой стороны

$$w\frac{c}{n}=\left(\frac{\left(\vec{D},\vec{E}\right)}{8\pi}+\frac{\left(\vec{B},\vec{H}\right)}{8\pi}\right)\frac{c}{\sqrt{\varepsilon\mu}}=\left(\frac{\varepsilon E^2}{8\pi}+\frac{\mu H^2}{8\pi}\right)\frac{c}{\sqrt{\varepsilon\mu}}=2\frac{\varepsilon E^2}{8\pi}\cdot\frac{c}{\sqrt{\varepsilon\mu}}=\frac{c}{4\pi}\sqrt{\frac{\varepsilon}{\mu}}E^2.$$

Аналогично, через вектор Пойнтинга $\vec{S}$ и объемную плотность энергии электромагнитного поля w вводится понятие лучевой скорости $\vec{V}_л$:

$\vec{S}=w\vec{V}_л$.

Рассмотрим теперь фазовую скорость света в кристалле.

Фазовая скорость — скорость движения поверхности постоянной фазы.

$\left(\left(\vec{k},\vec{r}\right)-\omega t+\varphi_0\right)$ — фаза любой плоской волны независимо от ее природы.

Направим ось z вдоль волнового вектора $\vec{k}$ => $\vec{k}\uparrow\uparrow\vec{e}_z$ =>

$\left(\vec{k},\vec{r}\right)=k_x x+k_y y+k_z z=k_z z=kz$ =>

$kz-\omega t+\varphi_0$ — фаза волны с волновым вектором $\vec{k}$, направленным вдоль оси z.

Тогда $kz-\omega t+\varphi_0=const$ — уравнение поверхности постоянной фазы, фазовой поверхности или фронта волны.

Возьмем производную по времени от уравнения постоянной фазы, считая, что z координата фронта волны — функция времени.

Тогда

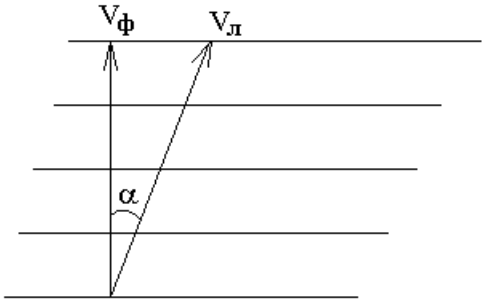
$k\frac{dz}{dt}-\omega=0$ => $V_ф=\frac{dz}{dt}=\frac{\omega}{k}$ =>

$V_ф=\frac{\omega}{k}$ — фазовая скорость света в кристалле.

Из формулы $V_ф=\frac{dz}{dt}$ следует, что фазовая скорость направлена вдоль оси z, направление которой было выбрано вдоль волнового вектора $\vec{k}$. То есть $\vec{V}_ф\uparrow\uparrow\vec{k}$.

Максимумы световой волны содержат максимум энергии и поэтому перемещаются вместе с энергией светового поля с лучевой скоростью $\vec{V}_л$. Как же при этом возможно, что поверхности постоянной фазы перемещаются с другой, фазовой скоростью $V_ф$, и в другом направлении?

Рассмотрим рисунок, показывающий перемещение максимумов световой волны вместе с энергией со скоростью $\vec{V}_л$:



Пусть горизонтальные линии на рисунке — это максимумы напряженности электрического поля и одновременно максимумы энергии светового поля, которые перемещаются в направлении вектора лучевой скорости $\vec{V}_л$. Конечная длина горизонтальных линий отображает конечную ширину пучка лучей. Из рисунка видно, что пучок лучей по мере своего распространения смещается вверх и вправо. Если же считать, что поверхности равных фаз бесконечны по горизонтали и есть даже там, где нет энергии светового поля, то перемещение поверхности равных фаз вдоль самой поверхности равных фаз ничего для нее не меняет. По этой причине скорость перемещения поверхности равных фаз может быть направлена только перпендикулярно самой поверхности. Эта фазовая скорость равна составляющей лучевой скорости в направлении нормали к поверхности равных фаз. Величина фазовой скорости, соответственно, равна проекции лучевой скорости на нормаль к поверхности равных фаз:

$$V_ф = V_л \cos(\alpha).$$

Здесь угол α — угол между векторами $\vec{V}_ф$ и $\vec{V}_л$, а с учетом соотношений $\begin{cases} \vec{V}_л \uparrow\uparrow \vec{S} \\ \vec{V}_ф \uparrow\uparrow \vec{k} \end{cases}$, α — угол между векторами $\vec{S}$ и $\vec{k}$, который в свою очередь согласно формуле (7.1) равен углу между векторами $\vec{D}$ и $\vec{E}$.

<u>Факультативная вставка.</u>

Заметим, что рассчитать величину угла α можно на основе все той же формулы (7.1):

$$\alpha = \left(\widehat{\vec{E},\vec{D}}\right) \quad => \quad \left(\vec{D},\vec{E}\right) = D \cdot E \cdot \cos(\alpha) \quad => \quad \cos(\alpha) = \frac{\left(\vec{D},\vec{E}\right)}{D \cdot E},$$

где величину и направление вектора $\vec{D}$ можно найти из равенства $\vec{D} = \hat{\varepsilon}\vec{E}$, а направление вектора $\vec{E}$ зависит от поляризации световой волны.

Напомним еще раз, что в некристаллической изотропной среде лучевая и фазовая скорости совпадают и называются фазовой скоростью света.

<u>Конец факультативной вставки.</u>

Факультативно. Лучевая и фазовая скорости в простейшем частном случае.

Скорость света в кристалле зависит не от направления света, а от направления поляризации или вектора $\vec{E}$ световой волны. Причина этого в следующем.

В одних направлениях вектор $\vec{E}$ поляризует кристалл сильнее, в других — слабее. Когда кристалл сильно поляризуется на оптической частоте, диполи атомов сильнее излучают, их излучение, интерферируя с проходящей мимо световой волной, не изменяет ее амплитуду, так как мы рассматриваем только прозрачные кристаллы. Сильное излучение диполей сильнее поворачивает фазу волны и сильнее замедляет волну.

В результате скорость света в кристалле зависит именно от направления вектора $\vec{E}$.

Рассмотрим свет, линейно поляризованный вдоль одной из главных диэлектрических осей x, y, z. В главных осях тензор диэлектрической проницаемости имеет следующий вид:

$$\hat{\varepsilon} = \begin{pmatrix} \varepsilon_x & 0 & 0 \\ 0 & \varepsilon_y & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon_z \end{pmatrix}.$$

Пусть, например, вектор $\vec{E}$ направлен вдоль оси z:

$\vec{E} \uparrow\uparrow \vec{e}_z$, тогда

$$\vec{D} = \begin{pmatrix} \varepsilon_x & 0 & 0 \\ 0 & \varepsilon_y & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon_z \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ E_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \varepsilon_z E_z \end{pmatrix} = \varepsilon_z \vec{E} \qquad => \qquad \alpha = \left(\widehat{\vec{E}, \vec{D}}\right) = 0.$$

$$\left(\widehat{\vec{k}, \vec{S}}\right) = \left(\widehat{\vec{D}, \vec{E}}\right) = 0 \qquad => \qquad \left(\widehat{\vec{V}_ф, \vec{V}_л}\right) = \left(\widehat{\vec{k}, \vec{S}}\right) = 0 \qquad => \qquad \vec{V}_ф \uparrow\uparrow \vec{V}_л.$$

Тогда $\begin{cases} V_ф = V_л \cos(\alpha) \\ \alpha = 0 \end{cases}$, следовательно, $V_ф = V_л$, и с учетом $\vec{V}_ф \uparrow\uparrow \vec{V}_л$ получаем: $\vec{V}_ф = \vec{V}_л$ — фазовая и лучевая скорости в кристалле совпадают, если линейная поляризация (вектор $\vec{E}$) направлена вдоль одной из главных диэлектрических осей кристалла.

Для изотропной среды $V_ф = \dfrac{c}{n} = \dfrac{c}{\sqrt{\varepsilon\mu}} \approx \dfrac{c}{\sqrt{\varepsilon}}$.

Аналогично в рассматриваемом случае поляризации света вдоль главной диэлектрической оси z можно ввести определение величины n_z:

$$V_л = V_ф = \frac{c}{\sqrt{\varepsilon_z}} \equiv \frac{c}{n_z} \qquad => \qquad n_z \equiv \sqrt{\varepsilon_z}\,.$$

Аналогично для других главных диэлектрических осей: $n_x \equiv \sqrt{\varepsilon_x}$ и $n_y \equiv \sqrt{\varepsilon_y}$.

Еще раз напомним, что показатели преломления n_x, n_y, n_z соответствуют свету, поляризованному вдоль осей x, y, z, а не свету направленному вдоль этих осей.

Экзамен. Фазовая пластинка.

Фазовая (волновая) пластинка (wave plate) — плоскопараллельная кристаллическая пластина, у которой две главные диэлектрические оси с разными диэлектрическими проницаемостями лежат в плоскости пластинки.

Выберем направление оси z перпендикулярно фазовой пластинке, и направим оси x и y вдоль главных диэлектрических осей пластинки.

Пусть на фазовую пластинку нормально падает линейно поляризованный свет.

Электромагнитные волны поперечны, поэтому электрическое поле $\vec{E}$ падающей волны можно разложить по главным диэлектрическим осям x и y.

Каждая из двух составляющих будет иметь свою лучевую и одновременно фазовую скорость:

$\frac{c}{n_x} = \frac{c}{\sqrt{\varepsilon_x}}$ — скорость световой волны E_x, поляризованной вдоль оси x, если как обычно пренебречь для световой волны отличием магнитной проницаемости от единицы $\begin{cases} n = \sqrt{\varepsilon\mu} \\ \mu = 1 \end{cases} \quad => \quad n \approx \sqrt{\varepsilon}$.

$\frac{c}{n_y} = \frac{c}{\sqrt{\varepsilon_y}}$ — скорость световой волны E_y, поляризованной вдоль оси y.

Разная фазовая скорость приводит к появлению разности фаз на выходе из пластины для двух линейных поляризаций E_x и E_y.

Пластину называют фазовой, так как она вносит дополнительную разность фаз для двух линейных поляризаций.

Экзамен. Пластинки $\frac{\lambda}{4}$ и $\frac{\lambda}{2}$.

Пластинки $\frac{\lambda}{4}$ и $\frac{\lambda}{2}$ — фазовые пластинки.

Если оптическая разность хода двух линейных поляризаций равна $\frac{\lambda}{4}$, то это пластинка $\frac{\lambda}{4}$, если — $\frac{\lambda}{2}$, то пластинка — $\frac{\lambda}{2}$. Добавление к разности хода величины кратной λ не изменяет разности фаз волн, так как λ — пространственный период волн. Поэтому фазовую пластинку с разностью хода двух линейных поляризаций $\frac{\lambda}{4}+m\lambda$, где m — любое целое число, тоже называют пластинкой $\frac{\lambda}{4}$, а с разностью хода $\frac{\lambda}{2}+m\lambda$ — пластинкой $\frac{\lambda}{2}$.

Если для одной линейной поляризации оптическая толщина фазовой пластинки на $\frac{\lambda}{4}$ больше, то для ортогональной поляризации — на $\frac{\lambda}{4}$ меньше. Поворот фазовой пластинки вокруг луча на угол $\frac{\pi}{2}$ меняет местами поляризации падающей световой волны относительно пластинки, и пластинка $\frac{\lambda}{4}$ превращается в пластинку $\left(-\frac{\lambda}{4}\right)$, с учетом периода λ — в пластинку $\frac{3\lambda}{4}$. То есть пластинка $\frac{3\lambda}{4}$ — это та же пластинка $\frac{\lambda}{4}$, только повернутая на $\frac{\pi}{2}$. Следовательно, для пластинки $\frac{\lambda}{4}$ добавление к оптической разности хода величины $\frac{\lambda}{2}$ оставляет фазовую пластинку пластинкой $\frac{\lambda}{4}$.

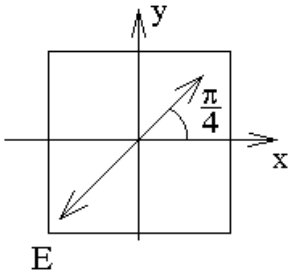
Для фазовой пластинки с геометрической толщиной h оптическая толщина равна nh. Тогда разность оптических толщин для двух поляризаций:

$n_1h-n_2h=\frac{\lambda}{4}+m\frac{\lambda}{2}$ для пластинки $\frac{\lambda}{4}$, где m — любое целое число;

$n_1h-n_2h=\frac{\lambda}{2}+m\lambda$ для пластинки $\frac{\lambda}{2}$, где m — любое целое число.

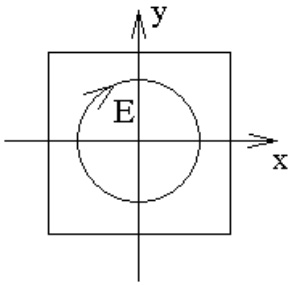
Для пластинки $\frac{\lambda}{4}$ разность хода $\frac{\lambda}{4}$ соответствует разности фаз $\frac{\pi}{2}$, так как λ — пространственный период волны, а 2π — период изменения фазы волны. Сложение ортогональных колебаний с разностью фаз $\frac{\pi}{2}$ и одинаковыми амплитудами дает вращение. Следовательно, если на пластинку $\frac{\lambda}{4}$ падает линейно поляризованный свет, который можно разложить на две линейные поляризации с одинаковыми амплитудами вдоль главных диэлектрических осей пластины, то на выходе из пластины будет свет с круговой поляризацией.

Если на входе пластинки $\frac{\lambda}{4}$



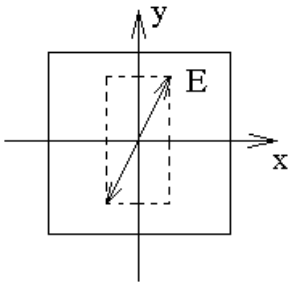
,

то на выходе



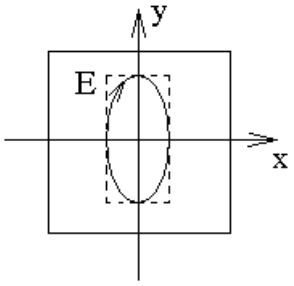
.

Если на входе пластинки $\frac{\lambda}{4}$



,

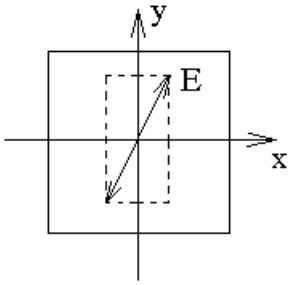
то на выходе



.

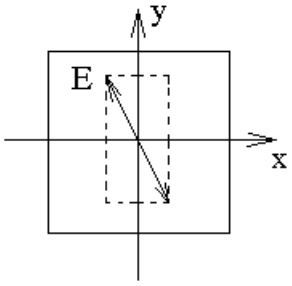
Если на пластинку $\frac{\lambda}{4}$ падает свет, линейно поляризованный вдоль оси y, то на выходе из пластинки он останется линейно поляризованным вдоль y. Аналогично для света, поляризованного вдоль оси x.

Для пластинки $\frac{\lambda}{2}$, если на входе пластинки



,

то на выходе



.

Повернем пластинку $\frac{\lambda}{2}$ так, чтобы поляризация падающей волны была направлена вдоль оси *y*. Затем повернем пластинку вместе с осью *y* на некоторый угол вокруг луча. Как видно из двух последних рисунков, поляризация света на выходе поворачивается на удвоенный угол.

Пластинка $\frac{\lambda}{2}$ обычно используется для поворота плоскости поляризации света.

Фазовые пластинки нулевого порядка $m = 0$ в выражениях $n_1 h - n_2 h = \frac{\lambda}{4} + m\frac{\lambda}{2}$ для пластинки $\frac{\lambda}{4}$ и $n_1 h - n_2 h = \frac{\lambda}{2} + m\lambda$ для пластинки $\frac{\lambda}{2}$ представляют интерес с учетом зависимости показателей преломления от длины волны. Фазовые пластинки нулевого порядка, например пластинки $\frac{\lambda}{2}$, остаются с хорошей точностью пластинками $\frac{\lambda}{2}$ в широком диапазоне длин волн. Однородные пластинки $\frac{\lambda}{2}$ нулевого порядка должны быть очень тонкими, очень сложными в изготовлении и очень хрупкими. Поэтому пластинки нулевого порядка изготавливают из двух фазовых пластинок на оптическом контакте. Эти пластинки развернуты друг относительно друга вокруг нормали к пластинкам на $\frac{\pi}{2}$. Одна из двух пластинок имеет оптическую разность хода для двух поляризаций отличающуюся на $\frac{\lambda}{2}$ от разности хода для другой пластинки. Аналогично изготавливают пластинки $\frac{\lambda}{4}$ нулевого порядка.

Экзамен. Лучевой эллипсоид (эллипсоид Френеля). Определение поляризации и лучевой скорости лучей по лучевому эллипсоиду (без доказательства).

Направим оси координат вдоль главных диэлектрических осей кристалла.

Рассмотрим эллипсоид, уравнение которого имеет вид:

$$\frac{\varepsilon_x}{c^2}x^2+\frac{\varepsilon_y}{c^2}y^2+\frac{\varepsilon_z}{c^2}z^2=1.$$

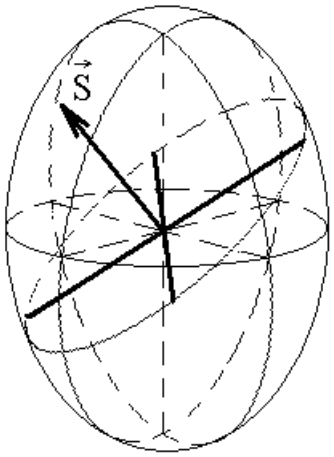
Это и есть лучевой эллипсоид. Эллипсоидом Френеля называют подобный ему эллипсоид $\varepsilon_x x^2+\varepsilon_y y^2+\varepsilon_z z^2=1$.

Считаем, что $\mu=1$. Тогда длины полуосей лучевого эллипсоида $\frac{c}{\sqrt{\varepsilon_x}},\frac{c}{\sqrt{\varepsilon_y}},\frac{c}{\sqrt{\varepsilon_z}}$ равны лучевым (и фазовым) скоростям V_x,V_y,V_z, когда вектор $\vec{E}$ направлен соответственно вдоль осей x,y,z. Через скорости V_x,V_y,V_z уравнение лучевого эллипсоида можно переписать в виде:

$$\frac{x^2}{V_x{}^2}+\frac{y^2}{V_y{}^2}+\frac{z^2}{V_z{}^2}=1.$$

Лучевой эллипсоид позволяет определить направление поляризации света и величину лучевой скорости двух возможных волн для любого заданного направления луча $\vec{S}$.

Приведем без доказательства алгоритм определения лучевых скоростей и поляризаций:



1. Выберем произвольное направление луча $\vec{S}$.

2. Световые волны ортогональны $\vec{E}\perp\vec{S}$. Для такого направления вектора $\vec{E}$ рассмотрим центральное сечение лучевого эллипсоида плоскостью перпендикулярной направлению луча $\perp\vec{S}$.

3. Сечение эллипсоида — эллипс.

4. Оси эллипса — это направления двух единственно возможных линейных поляризаций вектора $\vec{E}$ для заданного направления вектора $\vec{S}$ (без доказательства).

5. Длины полуосей эллипса равны величинам лучевых (но не фазовых) скоростей двух лучей (без доказательства).

К сожалению это не все, что нужно знать о световых волнах в кристалле. Проблема в том, что свет, падающий на кристалл, распадается на два луча, идущие в разных направлениях $\vec{S}_1$ и $\vec{S}_2$. Эти направления нам еще предстоит научиться находить.

Экзамен. Оптическая ось кристалла. Одноосные и двуосные кристаллы.

Оптическая ось кристалла — это направление луча, для которого любая линейная поляризация света имеет одну и ту же лучевую скорость.

Для того чтобы направление вектора $\vec{S}$ было бы оптической осью кристалла необходимо и достаточно, чтобы центральное сечение лучевого эллипсоида, перпендикулярное вектору $\vec{S}$, было бы окружностью. Такой вывод следует из приведенного выше алгоритма определения направления и величин лучевых скоростей по лучевому эллипсоиду. И действительно, если рассматривать окружность как эллипс, то оси этого эллипса можно направить как угодно, и длины полуосей будут равны.

Рассмотрим кристалл, для которого равны две из трех диэлектрических проницаемостей в главных диэлектрических осях $\varepsilon_x = \varepsilon_y \neq \varepsilon_z$. Для такого кристалла лучевой эллипсоид — это эллипсоид вращения вокруг оси z.

Пусть луч света $\vec{S}$ идет вдоль оси z. Рассмотрим центральное сечение лучевого эллипсоида перпендикулярное $\perp$ оси z. Такое сечение эллипсоида — окружность.

Следовательно, лучевые скорости двух поляризаций равны, а сами поляризации могут быть направлены как угодно $\perp$ оси z.

Равенство лучевых скоростей означает, что ось z — оптическая ось кристалла, для которого $\varepsilon_x = \varepsilon_y \neq \varepsilon_z$.

Такой кристалл называется одноосным, так как для любого другого центрального сечения длины полуосей не будут равны.

Рассмотрим кристалл, для которого $\varepsilon_x > \varepsilon_y > \varepsilon_z$ и соответственно $V_x < V_y < V_z$, так как $V = \dfrac{c}{\sqrt{\varepsilon}}$. Лучевой эллипсоид при этом вытянут в вертикальном направлении z.

Это двуосный кристалл, так как в плоскости x,z существуют два направления, для каждого из которых сечения лучевого эллипсоида — окружность.

<u>Факультативная вставка.</u>

Это будет понятно, если рассмотреть сечение лучевого эллипсоида, в плоскости которого лежит ось y, и мысленно поворачивать плоскость сечения лучевого эллипсоида вокруг этой оси y, для которой главное значение диэлектрической проницаемости имеет среднее из трех значений.

В горизонтальном положении сечения ось y эллипса сечения длиннее второй оси x, так как $V_y > V_x$. В вертикальном положении сечения эллипса, ось y короче, чем вторая ось z, так как $V_y < V_z$. Тогда из соображений непрерывности существует такая промежуточная ориентация плоскости сечения при ее повороте вокруг оси y, не горизонтальная и не вертикальная, при которой обе оси эллипса сечения равны по длине.

Направление перпендикулярное этому сечению — оптическая ось. Если эту ось отразить относительно плоскости y,z или относительно плоскости x,y, то новое направление — это вторая оптическая ось. Обе оси лежат в плоскости x,z, если для диэлектрических осей кристалла выполняется неравенство $\varepsilon_x > \varepsilon_y > \varepsilon_z$.

Конец факультативной вставки.

Экзамен. Обыкновенный и необыкновенный луч.

Рассмотрим одноосный кристалл. Выберем направление оси z вдоль оптической оси кристалла. Тогда $\varepsilon_x = \varepsilon_y \neq \varepsilon_z$. Для наглядности будем считать, что ось z направлена вертикально.

Рассмотрим произвольное центральное сечение лучевого эллипсоида.

Одна полуось сечения эллипсоида обязательно горизонтальна, равна радиусу окружности горизонтального сечения эллипсоида $\frac{c}{\sqrt{\varepsilon_x}} = \frac{c}{\sqrt{\varepsilon_y}}$ и равна лучевой скорости одного из лучей. Следовательно, для любого направления луча $\vec{S}$ скорость одного из двух лучей не зависит от направления луча. Это — так называемый обыкновенный луч, так как его поведение аналогично поведению луча в изотропной среде, где так же скорость луча не зависит от направления.

Длина второй полуоси сечения лучевого эллипсоида зависит от направления сечения. Следовательно, скорость второго луча зависит от его направления. Поэтому второй луч называют необыкновенным.

Рассмотрим плоскопараллельную пластину, вырезанную из одноосного кристалла.

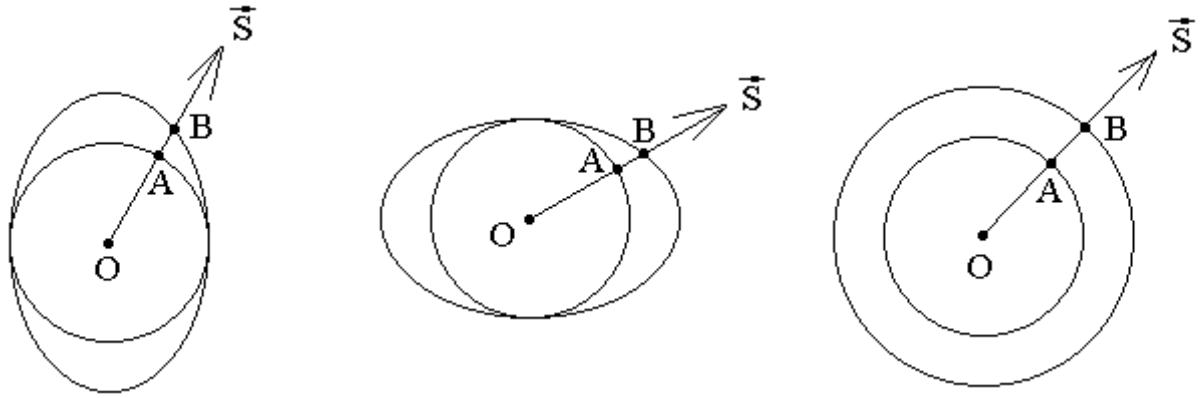
Неполяризованный свет, падая на кристалл под произвольным углом, расщепляется на два луча. Если пластину вращать вокруг ее нормали, то один из лучей, выходящих из пластинки, будет смещаться, оставаясь параллельным падающему на пластинку лучу. Этот луч называют необыкновенным. Второй луч на выходе одноосного кристалла не будет смещаться при вращении кристаллической пластинки, это — обыкновенный луч. В двуосных кристаллах оба луча — необыкновенные лучи.

Факультативно. Построение двойной лучевой поверхности с помощью лучевого эллипсоида.

Не надо путать лучевую поверхность с лучевым эллипсоидом.

Из точки О для каждого направления луча $\vec{S}$ отложим два отрезка ОА и ОВ, равных лучевым скоростям двух лучей в этом направлении $\vec{S}$. Значения этих лучевых скоростей равны длинам полуосей сечения лучевого эллипсоида. При этом рассматривается сечение перпендикулярное выбранному направлению луча $\vec{S}$. Каждая из двух точек А и В при изменении направления луча $\vec{S}$ создает свою поверхность. Для двуосного кристалла каждая лучевая поверхность — поверхность четвертого порядка. Для одноосного кристалла скорость одного из лучей не зависит от направления луча, и соответствующая лучевая поверхность — сфера, для второго луча лучевая поверхность — эллипсоид вращения с вертикальной осью симметрии.

На следующем рисунке изображены сечения двойной лучевой поверхности одноосного кристалла тремя ортогональными плоскостями. Одна из двух лучевых поверхностей — сфера, а вторая — эллипсоид вращения. Эллипсоид может быть вытянут или приплюснут (как на рисунке) вдоль оси симметрии.



Факультативно. Построения Гюйгенса в изотропной и анизотропной среде.

Построения Гюйгенса нужны для того, чтобы из положения фронта волны в некоторый момент времени получить положение того же фронта волны в более поздний момент. Построения Гюйгенса выполняются в соответствии с принципом Гюйгенса.

Согласно принципу Гюйгенса каждая точка фронта волны является вторичным источником волны, исходящей из этой точки во все стороны. Для некоторого промежутка времени τ рассматривается множество точек, в которые приходят волны, излученные в начале этого промежутка вторичными источниками, расположенными на исходном фронте волны. Множество точек образует объем. Граница этого объема в направлении движения волны и будет согласно построениям Гюйгенса новым фронтом волны.

Для фронта волны в виде очень короткого светового импульса принцип Гюйгенса выполняется строго, для монохроматической волны — приближенно.

Заметные отклонения от принципа Гюйгенса могут быть в том случае, когда амплитуда волны в разных точках фронта сильно различается.
