В середине лекции 30 минут — лекционные демонстрации.

Экзамен. Диапазоны электромагнитных волн и источники излучения (продолжение).

Инфракрасный свет.

ИК излучение.

0.7мкм $< \lambda <$ 1мм.

Частоту в этом диапазоне часто измеряют в обратных сантиметрах: 1см$^{-1}$ $\approx$ 30ГГц. Частота 1см$^{-1}$ по определению соответствует излучению с длиной волны 1см.

10см$^{-1}$ = 300ГГц $< \nu <$ 14000см$^{-1}$ $\approx$ 430ТГц.

Терагерцовый диапазон — диапазон частот около 1 ТГц.

Источники — излучение молекул при возбуждении колебания или вращения молекулы — вращательные и колебательные спектры молекул. Излучение нагретых тел.

Видимый свет.

0.4мкм $< \lambda <$ 0.7мкм.

Коротковолновая граница — фиолетовый свет, длинноволновая граница — красный свет.

Вместо частот обычно говорят об энергии кванта света $E = h\nu$. Энергию обычно выражают в электрон-вольтах — это энергия, которую приобретает электрон, пролетая напряжение в 1 Вольт. Энергия кванта света 1эВ = $1.6*10^{-19}$Дж соответствует частоте света ν = 242ТГц и длине волны λ = 1.24мкм.

Диапазон энергий видимого света:

1.8эВ $< h\nu <$ 3.1эВ.

Источники — излучение атомов и молекул при возбуждении их электронных оболочек.

Ультрафиолетовый свет.

10нм $< \lambda <$ 400нм 3.1эВ $< h\nu <$ 125эВ

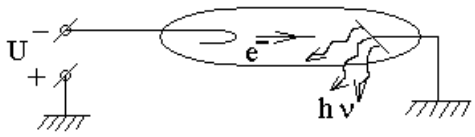
Источники — излучение атомов и ионов при возбуждении их электронных оболочек, рекомбинация положительных ионов и электронов.

Рентген.

0.01нм $< \lambda <$ 10нм 125эВ $< h\nu <$ 125кэВ

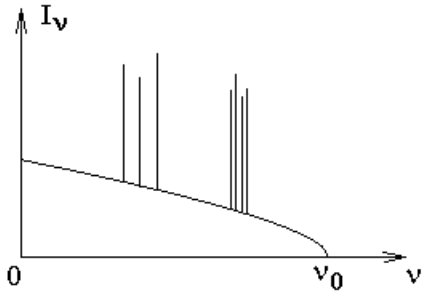
Источники — излучение атома после выбивания электрона внутренних электронных оболочек и тормозное излучение в металле электронов, ускоренных электрическим напряжением — рентгеновская трубка.

Рентгеновская трубка — это откачанная стеклянная трубка с двумя металлическими электродами, между которыми приложено напряжение в десятки киловольт. Из нагретого электрическим током катода (накальный катод) вылетают электроны в результате термоэлектронной эмиссии.



Электроны ускоряются электрическим полем от катода к аноду. При ударе об анод электроны теряют энергию, часть которой переходит в энергию рентгеновского фотона.

Спектр образующегося излучения имеет следующий вид.

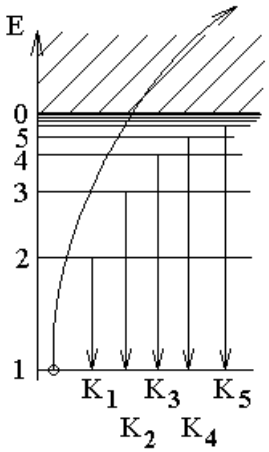


Спектр имеет сплошную и линейчатую составляющие.

Сплошной спектр — это тормозное излучение электронов, останавливающихся внутри материала анода, так как ускоренное движение зарядов всегда сопровождается излучением. Максимальная энергия рентгеновского фотона равна энергии налетающего электрона $h\nu_0 = eU$.

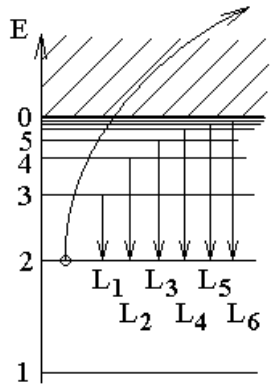
Линейчатый спектр определяется уровнями энергии внутренних электронов атомов анода. Налетающий электрон имеет большую энергию и может выбить не только внешний электрон атома, но и один из электронов внутренних электронных оболочек атома. Если выбит электрон одной из внутренних оболочек атома, то электрон с любого из вышележащих уровней энергии может перейти на освободившейся уровень. Это сопровождается излучением рентгеновского кванта $\Delta E = h\nu$.

Если выбит электрон с уровня энергии самой нижней электронной оболочки (на ней 2 электрона), то возможные переходы электронов с вышележащих уровней энергии на освободившейся уровень образуют так называемую K-серию рентгеновских спектральных линий линейчатого спектра $K_1, K_2, K_3, ...$:



.

Если электрон выбит с уровня энергии второй оболочки (на второй заполненной оболочке находится 8 электронов), то возможные переходы электронов с вышележащих уровней энергии образуют L-серию рентгеновских линий:



.

Аналогично, если электрон выбит с третьей оболочки, то в спектре появятся линии M -серии, т. д.

<u>Гамма излучение.</u>

$\lambda <$ 0.01нм $\qquad\qquad h\nu >$ 125кэВ

Источники — излучение возбужденных атомных ядер, тормозное излучение в ускорителях элементарных частиц при взаимодействии ускоренной частицы с мишенью, излучение при взаимных превращениях элементарных частиц, космическое излучение.

Для сравнения энергия покоя электрона: 511кэВ. Так при аннигиляции электрона и позитрона происходит излучение двух γ квантов с соответствующей энергией.

<u>Экзамен. Разложение светового поля по частотам.</u>

Рассмотрим вещественную напряженность светового поля $\vec{E}(t)$ в одной пространственной точке.

Преобразование Фурье позволяет представлять световое поле $\vec{E}(t)$ в одной точке пространства, как суперпозицию гармонических колебаний разных частот.

Рассмотрим прямое и обратное преобразование Фурье:

$$\begin{cases} \vec{E}(t) = \dfrac{1}{2}\displaystyle\int_{-\infty}^{+\infty} \tilde{\vec{E}}_0(\omega)\cdot e^{-i\omega t}\cdot d\omega \\ \tilde{\vec{E}}_0(\omega) = \dfrac{1}{\pi}\displaystyle\int_{-\infty}^{+\infty} \vec{E}(t)\cdot e^{i\omega t}\cdot dt \end{cases}$$

, здесь коэффициент $\dfrac{1}{2\pi}$ может быть разделен на два сомножителя в интегралах произвольным образом.

Вещественность зависимости $\vec{E}(t)$ накладывает некоторые ограничения на вид ее Фурье образа $\tilde{\vec{E}}_0(\omega)$. Рассмотрим $\tilde{\vec{E}}_0^*(\omega)$:

$$\tilde{\vec{E}}_0^*(\omega) = \frac{1}{\pi}\int_{-\infty}^{+\infty}\left(\vec{E}(t)e^{i\omega t}dt\right)^* = \frac{1}{\pi}\int_{-\infty}^{+\infty}\left(\vec{E}(t)\right)^*\left(e^{i\omega t}\right)^*(dt)^* = \frac{1}{\pi}\int_{-\infty}^{+\infty}\vec{E}(t)e^{-i\omega t}dt = \tilde{\vec{E}}_0(-\omega)$$

Откуда:

$$\tilde{\vec{E}}_0(-\omega)=\tilde{\vec{E}}_0^*(\omega).$$

То есть, Фурье образ поля $\vec{E}(t)$ на отрицательных частотах может быть выражен, как комплексно сопряженная величина к Фурье образу на положительных частотах. Тогда Фурье интеграл по всем частотам можно выразить через Фурье интеграл только по положительным частотам

$$\vec{E}(t)=\frac{1}{2}\int_{-\infty}^{+\infty}\tilde{\vec{E}}_0(\omega)\cdot e^{-i\omega t}d\omega=$$

$$=\frac{1}{2}\int_{-\infty}^{0}\tilde{\vec{E}}_0(\omega)\cdot e^{-i\omega t}d\omega+\frac{1}{2}\int_{0}^{+\infty}\tilde{\vec{E}}_0(\omega)\cdot e^{-i\omega t}d\omega.$$

для этого в первом интеграле заменим ω на $(-\omega)$ и воспользуемся равенством $\tilde{\vec{E}}_0(-\omega)=\tilde{\vec{E}}_0^*(\omega)$, тогда получим

$$\vec{E}(t)=\frac{1}{2}\int_{0}^{+\infty}\tilde{\vec{E}}_0^*(\omega)\cdot e^{i\omega t}d\omega+\frac{1}{2}\int_{0}^{+\infty}\tilde{\vec{E}}_0(\omega)\cdot e^{-i\omega t}d\omega.$$

Заметим, что первое слагаемое является комплексно сопряженным ко второму, тогда

$$\vec{E}(t)=\left(\frac{1}{2}\int_{0}^{+\infty}\tilde{\vec{E}}_0(\omega)\cdot e^{-i\omega t}d\omega\right)^*+\frac{1}{2}\int_{0}^{+\infty}\tilde{\vec{E}}_0(\omega)\cdot e^{-i\omega t}d\omega=\mathrm{Re}\left(\int_{0}^{+\infty}\tilde{\vec{E}}_0(\omega)\cdot e^{-i\omega t}d\omega\right),$$

так как при сложении комплексно сопряженных величин вещественная часть удваивается, а мнимая сокращается. Тогда

$\vec{E}(t)=\mathrm{Re}\left(\int_{0}^{+\infty}\tilde{\vec{E}}_0(\omega)\cdot e^{-i\omega t}d\omega\right)$ — разложение светового поля по положительным частотам.

В результате получаем разложение вещественного светового поля, как по всем частотам, так и по положительным частотам

$$\begin{cases}\vec{E}(t)=\frac{1}{2}\int_{-\infty}^{+\infty}\tilde{\vec{E}}_0(\omega)\cdot e^{-i\omega t}d\omega=\mathrm{Re}\int_{0}^{+\infty}\tilde{\vec{E}}_0(\omega)\cdot e^{-i\omega t}d\omega\\ \tilde{\vec{E}}_0(\omega)=\frac{1}{\pi}\int_{-\infty}^{+\infty}\vec{E}(t)\cdot e^{i\omega t}dt\end{cases}.$$

Будем называть комплексным световым полем $\tilde{\vec{E}}(t)$ выражение:

$$\tilde{\vec{E}}(t)=\int_{0}^{+\infty}\tilde{\vec{E}}_0(\omega)\cdot e^{-i\omega t}d\omega,$$

Тогда Фурье образ $\tilde{\vec{E}}_0(\omega)$ показывает, сколько в поле $\tilde{\vec{E}}(t)$ содержится сигнала с частотой ω.

$\vec{E}(t) = \mathrm{Re}\left(\tilde{\vec{E}}(t)\right)$ — связь вещественного $\vec{E}(t)$ и комплексного $\tilde{\vec{E}}(t)$ световых полей.

Экзамен. Ряды Фурье для светового поля.

Обычно мы не знаем величину электрического поля на бесконечном интервале времени.

Допустим, нам известно поле $\vec{E}(t)$ на промежутке времени T.

В таком случае за пределами известного интервала времени T либо считают поле $\vec{E}(t)$ равным нулю, либо считают, что поле периодически повторяется с периодом T. Пусть поле $\vec{E}(t)$ — периодическая функция времени. Периодическую функцию можно разложить в ряд Фурье по кратным частотам.

$$\vec{E}(t) = \frac{1}{2}\sum_{m=-\infty}^{+\infty} \tilde{\vec{E}}_m \cdot e^{-i\omega_m t}, \text{ где } \omega_m = m\frac{2\pi}{T}, \qquad m = 0, \pm 1, \pm 2, ...$$

Здесь амплитуды ряда Фурье находятся по формулам:

$$\tilde{\vec{E}}_m = \frac{2}{T}\int_0^T \vec{E}(t) \cdot e^{i\omega_m t} dt.$$

Аналогично интегралу Фурье из вещественности поля $\vec{E}(t)$ следует, что амплитуды разложения по отрицательным частотам должны быть комплексно сопряженными амплитудам на положительных частотах

$$\tilde{\vec{E}}_{-m} = \tilde{\vec{E}}_m^*.$$

Объединяя парами комплексно сопряженные слагаемые Фурье разложения поля $\vec{E}(t)$, можно из разложения поля по частотам обоих знаков получить разложение по положительным частотам:

$$\vec{E}(t) = \frac{1}{2}\sum_{m=-\infty}^{+\infty} \tilde{\vec{E}}_m \cdot e^{-i\omega_m t} = \frac{\vec{E}_0}{2} + \mathrm{Re}\sum_{m=1}^{+\infty} \tilde{\vec{E}}_m \cdot e^{-i\omega_m t}.$$

Окончательно для периодической функции $\vec{E}(t)$ получаем представление в виде ряда Фурье:

$$\begin{cases} \vec{E}(t) = \frac{1}{2}\sum_{m=-\infty}^{+\infty} \tilde{\vec{E}}_m \cdot e^{-i\omega_m t} = \frac{\vec{E}_0}{2} + \mathrm{Re}\sum_{m=1}^{+\infty} \tilde{\vec{E}}_m \cdot e^{-i\omega_m t} \\ \tilde{\vec{E}}_m = \frac{2}{T}\cdot\int_0^T \vec{E}(t) \cdot e^{i\omega_m t} dt \end{cases}.$$

Экзамен. Спектр света. Разные определения спектра света. Спектр экспоненциально затухающего светового цуга.

Математики часто под спектром понимают Фурье образ $\tilde{\vec{E}}_0(\omega)$ временно́й зависимости $\vec{E}(t)$. В физике исторически спектр света — это цветные изображения входной щели спектрометра в фокальной плоскости его объектива. Эти изображения представляют собой спектр света, падающего на входную щель спектрометра. Вопрос состоит в том, как количественно описать этот спектр света. Есть несколько подходов к этому вопросу.

В любом случае в физике спектр связан с зависимостью от частоты либо энергии света, либо интенсивности. Энергия пропорциональна интенсивности, а интенсивность пропорциональна квадрату амплитуды. Фурье образ светового поля как раз и играет роль комплексной амплитуды света на определенной частоте света, поэтому спектр света в физике пропорционален квадрату модуля Фурье образа светового поля. Коэффициент пропорциональности в разных случаях вводится по-разному, и обычно вообще не обсуждается, как величина несущественная. Световое поле вещественно, следовательно, квадрат модуля Фурье образа на отрицательных частотах равен квадрату модуля на соответствующих положительных частотах. Поэтому в физике под спектром понимают зависимость квадрата модуля Фурье образа только от положительных частот.

В соответствии с этим мы будем называть спектром света величину пропорциональную квадрату модуля Фурье образа светового поля, как функцию положительной частоты света.

При рассмотрении Фурье образа есть два варианта — интеграл Фурье и ряд Фурье.

Если рассматривается спектр короткого светового импульса G_ω, то берут интеграл Фурье. В качестве примера рассмотрим спектр светового цуга, излучаемого одним атомом при переходе атома из возбужденного в невозбужденное состояние. Амплитуда излучения атома экспоненциально затухает во времени, поэтому световое поле атома в фиксированной точке наблюдения имеет вид:

$$E(t) = E_0\, e^{-\Gamma t} \cos\left(\omega_0 t\right) \text{ при } t > 0$$

и световое поле отсутствует при $t < 0$.

Вычислим Фурье образ этого светового поля:

$$\tilde{E}_0(\omega) = \frac{1}{\pi}\int_{-\infty}^{+\infty} E(t) e^{i\omega t} dt = \frac{1}{\pi}\int_{0}^{+\infty} E_0\, e^{-\Gamma t} \cos\left(\omega_0 t\right) e^{i\omega t} dt =$$

$$= \frac{1}{\pi}\int_{0}^{+\infty} E_0\, e^{-\Gamma t} \frac{e^{i\omega_0 t} + e^{-i\omega_0 t}}{2} e^{i\omega t} dt = \frac{E_0}{2\pi}\int_{0}^{+\infty} \left(e^{-\left(\Gamma - i\left(\omega+\omega_0\right)\right)t} + e^{-\left(\Gamma - i\left(\omega-\omega_0\right)\right)t} \right) dt =$$

$$= \frac{E_0}{2\pi}\left(\frac{1}{\Gamma - i\left(\omega+\omega_0\right)} + \frac{1}{\Gamma - i\left(\omega-\omega_0\right)} \right).$$