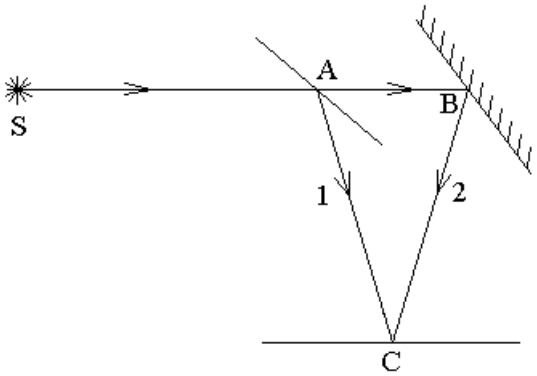
Экзамен. Длина и время когерентности.

Рассмотрим один из вариантов оптической схемы наблюдения интерференции методом деления амплитуды:



По пути 2 свет приходит в точку C на экране с запаздыванием относительно луча 1. Если частота света шумит, то лучи 1 и 2 приходят в точку C с разными частотами. В результате интерференционная картина дрожит и более или менее смазывается.

Картина полностью смазывается, если в фиксированной точке экрана шум номера интерференционной полосы равен 1:

$\delta m = 1$.

Как мы выяснили в конце рассмотрения предыдущего вопроса

$\frac{\delta\lambda}{\lambda} = \frac{\delta m}{m}$, если учесть $\delta m = 1$, то получим

$\frac{\delta\lambda}{\lambda} = \frac{1}{m}$ => $\delta\lambda = \frac{\lambda}{m}$ — допустимая для наблюдения интерференционной полосы с номером m спектральная ширина линии излучения. Откуда с учетом $m = \frac{\Delta}{\lambda}$ получим

$$\delta\lambda = \frac{\lambda^2}{\Delta}.$$

При такой спектральной ширине источника света интерференционная картина полностью смазывается. Следовательно, $\delta\lambda_{\max} = \frac{\lambda^2}{\Delta}$ — максимально допустимая немонохроматичность источника света для наблюдения интерференционной картины.

Если из этого равенства выразить разность хода

$\Delta_{\max} = \frac{\lambda^2}{\delta\lambda}$, то это — максимальная разность хода для наблюдения интерференционной картины при заданной величине немонохроматичности источника света.

Такая разность хода называется длиной когерентности, будем ее обозначать $l_{||}$.

Длина когерентности — максимальная разность хода, допустимая для наблюдения интерференции.

$l_{\parallel} = \dfrac{\lambda^2}{\delta\lambda}$ — длина когерентности.

На рисунке разность хода $\Delta = AB$, так как точки A и B одинаково удалены от экрана C. Поэтому разность фаз двух лучей в точке C такая же, как и разность фаз в точках A и B. Следовательно, когерентность лучей 1 и 2 в точке C эквивалентна когерентности вторичных источников света в точках A и B. Точки A и B расположены на одном луче. Поэтому когерентность $l_{\parallel}$ называют еще продольной когерентностью или когерентностью вдоль луча.

С понятием продольной когерентности тесно связано понятие времени когерентности τ

$$\tau \equiv \frac{l_{\parallel}}{c}.$$

Время когерентности — это время, за которое свет проходит длину когерентности.

$$\tau = \frac{l_{\parallel}}{c} = \frac{1}{c}\cdot\frac{\lambda^2}{\delta\lambda} = \frac{1}{\lambda\nu}\cdot\frac{\lambda^2}{\delta\lambda} = \frac{1}{\nu}\cdot\frac{\lambda}{\delta\lambda} = \frac{1}{\nu}\cdot\frac{\nu}{\delta\nu} = \frac{1}{\delta\nu} \quad =>$$

$\tau = \dfrac{1}{\delta\nu}$ — время когерентности, где $\delta\nu$ — спектральная ширина источника света.

Название "время когерентности" связано с тем, что разность фаз в точках A и B в один момент времени равна разности фаз в одной точке A в два разных момента времени t и $t + \dfrac{AB}{c}$.

Время когерентности — максимальное время τ, при котором $E(t)$ и $E(t+\tau)$ все еще когерентны в одной и той же точке пространства.

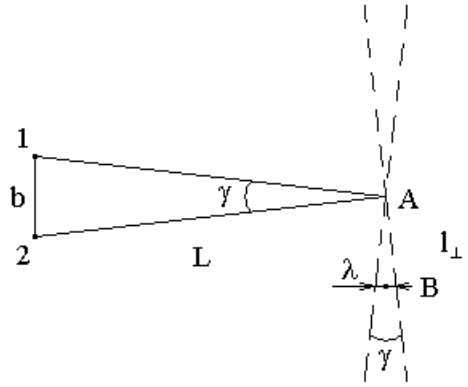
<u>Экзамен. Пространственная когерентность.</u>

Пространственная когерентность — это когерентность света поперек луча.

Длина пространственной когерентности $l_{\perp}$ — максимальное расстояние между вторичными источниками света поперек луча, между источниками, которые все еще можно считать частично когерентными.

Пространственная когерентность связана с протяженностью источника нелазерного света.

Свет излучает то один, то другой атом источника. При этом в точке наблюдения поверхность равных фаз слегка поворачивается.



Здесь b — размер источника света, γ — угловой размер источника света, L — расстояние от источника света до рассматриваемого фронта волны, A и B — две точки на фронте волны.

Пусть при шумовых поворотах фронта волны изменение разности хода для точек A и B равно длине волны λ. Тогда разность фаз в точках A и B шумит на 2π, и $AB = l_\perp$ — длина пространственной когерентности в плоскости фронта AB.

Рассмотрим треугольник, расположенный из точки A вниз, так что точка B лежит на середине его основания. Угол при вершине A этого треугольника равен γ — угловому размеру источника света. Высота этого треугольника $AB = l_\perp$, а длина основания равна λ. Из треугольника видно, что

$l_\perp \gamma = \lambda$ <=>

$l_\perp = \dfrac{\lambda}{\gamma}$ — выражение для длины пространственной когерентности через угловой размер источника света γ.

Теперь рассмотрим другой треугольник, расположенный из точки A налево. Из рисунка видно, что угловой размер источника γ связан с его линейным размером b и расстоянием от источника до точки наблюдения L:

$\gamma = \dfrac{b}{L}$ =>

Подставим это значение в формулу $l_\perp = \dfrac{\lambda}{\gamma}$ и получим:

$l_\perp = \dfrac{\lambda L}{b}$ — длина пространственной когерентности, где L — расстояние от источника света до точки наблюдения, b — линейный размер источника света.

Если использовать два участка фронта волны около точек A и B, как вторичные источники света для наблюдения интерференции методом деления волнового фронта, то

$\beta = \dfrac{AB}{L}$ — апертура интерференции. Напомним, что апертура интерференции — угол между двумя лучами, которые выходят из одной точки

источника и приходят в одну точку экрана, где наблюдают интерференционную картину.

Пусть $AB = l_{\perp}$, тогда

$\beta_{\max} = \dfrac{l_{\perp}}{L} = \dfrac{\lambda}{b}$ — максимальная допустимая апертура интерференции для наблюдения интерференции. Следовательно, свет от источника размером b идет частично когерентно в угол примерно $\dfrac{\lambda}{b}$.

$\beta_{\max} = \dfrac{\lambda}{b}$ => $b_{\max} = \dfrac{\lambda}{\beta}$ — максимально допустимый размер источника света для наблюдения интерференции в оптической схеме с заданной апертурой интерференции β.

<u>Экзамен. Объем когерентности.</u>

Из длины когерентности вдоль луча и двух длин пространственных когерентностей поперек луча можно составить объем, его называют объемом когерентности.

$V = l_{\parallel} \cdot l_{\perp 1} \cdot l_{\perp 2}$

Любые два вторичных источника света в одном объеме когерентности частично когерентны и могут быть использованы для получения интерференционной картины.

<u>Факультативная вставка.</u>

Для описания возможной интерференционной картины от вторичных источников, взятых в двух разных точках пространства 1 и 2, вводят численную характеристику под названием комплексная степень когерентности

$$\gamma_{12} = |\gamma_{12}| e^{i \cdot \arg(\gamma_{12})} \equiv \frac{\left\langle \left(\tilde{\vec{E}}_1(t), \tilde{\vec{E}}_2(t) \right) \right\rangle_t}{\left\langle \left(\tilde{\vec{E}}_1(t), \tilde{\vec{E}}_1(t) \right) \right\rangle_t},$$

где $\tilde{\vec{E}}_1(t)$ и $\tilde{\vec{E}}_2(t)$ — комплексные напряженности светового поля в точках 1 и 2 в момент времени t.

При использовании этих вторичных источников видность (контрастность) интерференционной картины будет равна модулю комплексной степени когерентности $|\gamma_{12}|$. Фаза комплексной степени когерентности $\arg(\gamma_{12})$ равна усредненной разности фаз световых колебаний в точках 1 и 2, что соответствует светлой $\arg(\gamma_{12}) = 0$ или темной $\arg(\gamma_{12}(\tau)) = \pi$ интерференционной полосе на экране равноудаленном от точек 1 и 2.

Если точки 1 и 2 лежат на одном луче, то комплексная степень когерентности будет зависеть от расстояния $l = c\tau$ между этими точками или от времени распространения τ света от точки 1 до точки 2

$$\gamma_{12}(\tau)=\left|\gamma_{12}(\tau)\right|e^{i\cdot\arg(\gamma_{12}(\tau))}\equiv\frac{\left\langle\left(\tilde{\vec{E}}_1(t),\tilde{\vec{E}}_1(t+\tau)\right)\right\rangle_t}{\left\langle\left(\tilde{\vec{E}}_1(t),\tilde{\vec{E}}_1(t)\right)\right\rangle_t}.$$

Конец факультативной вставки.

Факультативная вставка.

Обсудим параметры объема когерентности лазерного излучения.

Для лазерного излучения длина пространственной когерентности больше диаметра лазерного пучка лучей. То есть в направлении поперек луча все лазерное излучение когерентно.

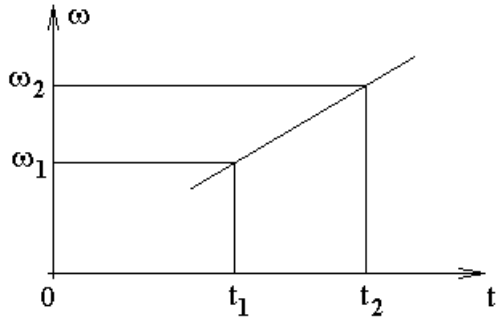
Длина когерентности вдоль лазерного луча может быть очень велика. Наибольшая длина когерентности лазера соответствует излучению в одной поперечной и одной продольной моде. Это излучение лазера в так называемом одномодовом или одночастотном режиме. Максимальные длины когерентности составляют величину порядка десяти тысяч километров.

Для нелазерных источников света при низком давлении газа, когда ширина спектральной линии определяется эффектом Доплера, характерная длина когерентности составляет полметра. Для обычных давлений газа газоразрядного источника света длина когерентности составляет несколько сантиметров. С увеличением давления светящегося газа длина когерентности уменьшается.

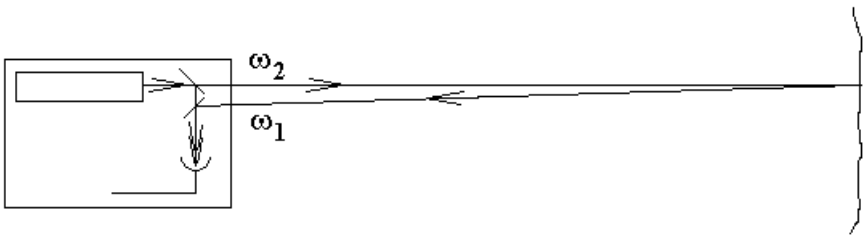
Конец факультативной вставки.

Факультативно. Лазерный дальномер.

Рассмотрим лазер, частота излучения которого линейно нарастает во времени.



Излучение лазера проходит неизвестный путь L, рассеивается поверхностью, до которой измеряют расстояние, и проходит путь L в обратном направлении. Это излучение заставляют интерферировать на приемнике с излучением, которое попадает на приемник сразу из лазера.



Пусть в некоторый момент времени t_2 к приемнику возвращается рассеянное излучение с частотой ω_1, которое было излучено лазером в более ранний момент времени t_1. В момент времени t_2 лазер излучает большую частоту ω_2. В результате интерференции двух волн в приемнике излучения формируется фототок с разностной частотой $(\omega_2 - \omega_1)$. Если точно знать скорость изменения частоты генерации лазера $\frac{d\omega}{dt}$, то по величине разностной частоты $(\omega_2 - \omega_1)$ можно рассчитать время распространения лазерного излучения до объекта рассеивающего свет и обратно $t_2 - t_1 = \frac{(\omega_2 - \omega_1)}{\frac{d\omega}{dt}}$. А через время распространения можно рассчитать расстояние до рассеивающего свет объекта $L = c\frac{t_2 - t_1}{2}$.

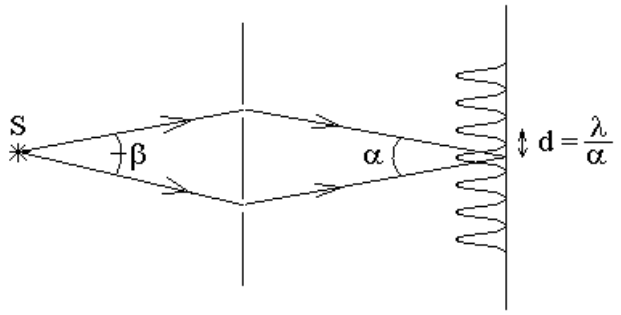
На самом деле сделать строго линейное во времени изменение частоты генерации лазера очень трудно. Вместо этого лазерное излучение модулируют по амплитуде и изменяют частоту модуляции Ω. Если частота модуляции линейно растет во времени, то аналогично предыдущим рассуждениям получаем, что в каждый момент времени излучение лазера модулировано с большей частотой Ω_2, чем частота модуляции Ω_1 принимаемого отраженного объектом излучения. Расстояние до объекта отражения света можно найти по аналогичной формуле $L = c\frac{t_2 - t_1}{2} = \frac{c}{2} \cdot \frac{(\Omega_2 - \Omega_1)}{\frac{d\Omega}{dt}}$.

Проблема в том, что строго линейно изменять во времени частоту модуляции Ω тоже слишком сложно. К тому же разность частот $(\Omega_2 - \Omega_1)$ оказывается слишком малой величиной. Выход нашли в том, чтобы частоту модуляции изменять ступеньками, а вместо разности частот измерять фазовый сдвиг модуляции света вернувшегося к дальномеру относительно модуляции излучаемого света. На каждой ступеньке частота модуляции строго фиксирована и определяется кварцевым резонатором.

По фазовым сдвигам $\Delta\varphi$ для разных частот модуляции Ω находят $\frac{d\varphi}{d\Omega}$. Далее с учетом соотношения $\Delta\varphi = \Omega(t_2 - t_1)$, получаем $\frac{d\varphi}{d\Omega} = t_2 - t_1$, откуда $L = c\frac{t_2 - t_1}{2} = \frac{c}{2} \cdot \frac{d\varphi}{d\Omega}$.

<u>Экзамен. Механизм смазывания интерференционной картины за счет немонохроматичности и за счет протяженности источника света на примере опыта Юнга.</u>

Обсудим влияние немонохроматичности света на контрастность или видность $V = \dfrac{I_{\max} - I_{\min}}{I_{\max} + I_{\min}}$ интерференционной картины.



Ширина интерференционных полос $d = \dfrac{\lambda}{\alpha}$. Если длина волны λ шумит, то соответственно шумит и ширина интерференционных полос d.

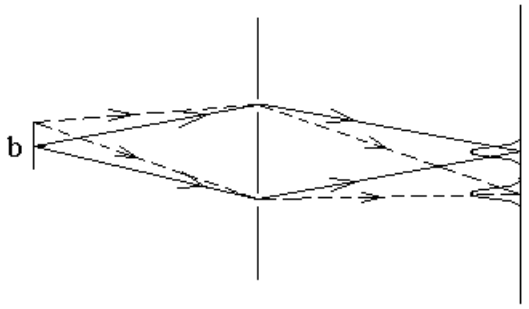
Нулевая интерференционная полоса $m = 0$ соответствует нулевой разности хода $\Delta = m\lambda = 0$ и остается на месте неподвижно. При шумовом изменении ширины полос интерференционная картина сжимается и растягивается, оставляя неподвижной нулевую полосу. Интерференционная картина шумовым образом меняет масштаб и играет, как гармошка.

Полосы, расположенные около нулевой полосы не смазываются. Полосы, расположенные далеко от нулевой полосы, полностью смазываются.

Условие на границе смазывания состоит в том, что оптическая разность хода равна длине когерентности $\Delta \approx l_{||}$.

Нулевую интерференционную полосу можно увидеть даже в белом свете, первая полоса в белом свете уже сильно смазана. Если же на интерференционную картину в белом света посмотреть через цветное стекло (светофильтр), то можно увидеть больше полос в одну сторону от нулевой полосы, например m. Спектральная ширина полосы пропускания светофильтра $\delta\lambda = \dfrac{\lambda}{m}$.

Обсудим теперь влияние размеров источника света на интерференционную картину.

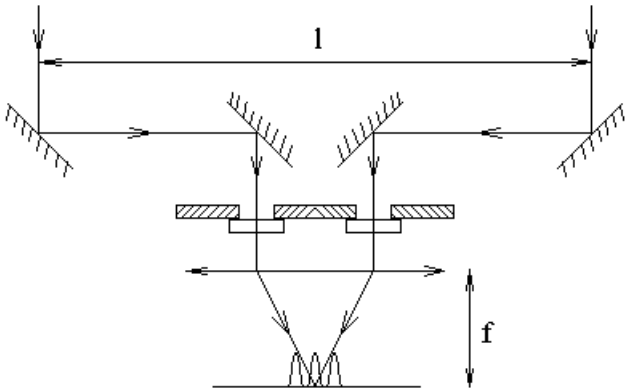


Нулевая полоса $m = 0$ соответствует нулевой разности хода $\Delta = m\lambda = 0$.

Атомы источника света излучают по очереди, а не одновременно, так как для нелазерного источника света среднее число фотонов в объеме когерентности (параметр вырождения света) всегда гораздо меньше единицы (а для лазерного источника — гораздо больше единицы). При перемещении излучающей точки вверх по источнику света полоса, соответствующая нулевой разности хода, сдвигается вниз. Вся интерференционная картина сдвигается вместе с нулевой полосой как целое без изменения масштаба картины. Когда излучает то один атом, то другой, интерференционная картина дрожит, как целое, и смазывается.

Из-за протяженности источника света полосы смазываются одинаково независимо от номера полосы.

Экзамен. Звездный интерферометр Майкельсона. Измерение угловых размеров звезд.



Свет далекой звезды падает на два зеркала, расположенных на довольно большом расстоянии l друг от друга. Отраженные от зеркал лучи идут навстречу друг другу и отражаются второй парой зеркал. После второй пары зеркал лучи вновь идут параллельно, но на небольшом расстоянии друг от друга таком, что их можно будет пропустить через одну линзу. До линзы лучи проходят через узкополосные светофильтры. Светофильтры пропускают свет в узкой полосе частот. После линзы лучи совмещаются на экране, расположенном в фокальной плоскости линзы.

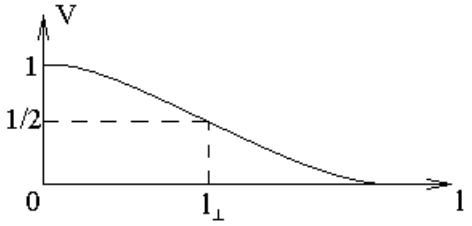
Свет далекой звезды идет почти параллельным пучком лучей. В таком случае по законам геометрической оптики в фокальной плоскости линзы должно получиться почти точечное изображение звезды. На самом деле благодаря дифракционным эффектам радиус пятна изображения будет многократно большим и примерно равен $\frac{\lambda}{D}f$, где D — диаметр диафрагмы, ограничивающей каждый из интерферирующих лучей, f — фокусное расстояние линзы.

На экране в пределах пятна дифракционного изображения звезды будут видны интерференционные полосы. Однако полосы будут наблюдаться только в том случае, если расстояние l между первой парой зеркал будет меньше

длины пространственной когерентности $l_{\perp} = \dfrac{\lambda}{\gamma}$ света далекой звезды, так как только в этом случае интерферирующие волны когерентны. Здесь γ — угловой размер звезды.

Вторым условием наблюдения интерференционной картины является условие, что оптическая разность хода двух интерферирующих лучей меньше длины временной когерентности или когерентности вдоль луча $l_{\parallel} = \dfrac{c}{\delta\nu}$, где $\delta\nu$ — спектральная ширина источника света. Величину длины временной когерентности удается сделать достаточно большой путем уменьшения $\delta\nu$ — частотной полосы пропускания светофильтров.

Если увеличивать расстояние l между первой парой зеркал, то видность V интерференционной картины будет уменьшаться.



Раздвигая зеркала, можно найти такое расстояние $l = l_{\perp} = \dfrac{\lambda}{\gamma}$ между ними, при котором видность падает примерно вдвое. Таким образом, измеряют длину пространственной когерентности $l_{\perp}$. Через длину пространственной когерентности $l_{\perp}$ находят угловой размер звезды:

$$\gamma = \frac{\lambda}{l_{\perp}}.$$

Для ближайших к нам звезд длина пространственной когерентности — величина порядка одного метра, для далеких звезд — гораздо больше.

Этим методом можно измерять угловые размеры только ближайших звезд. Причина — влияние атмосферных потоков над прибором.

Из-за воздушных потоков изменяется плотность воздуха, его показатель преломления и оптическая длина пути в атмосфере Земли каждого из двух интерферирующих лучей.

Другими словами в атмосфере над прибором возникает шумовой оптический клин, который сдвигает нулевую полосу и вместе с ней — остальные полосы интерференционной картины.

Полосы сдвигаются медленно, но света мало, и сигнал на матрице фотодиодов экрана приходится накапливать.

Света мало, поэтому не используются светофильтры ограничивающие полосу регистрируемых световых частот. Видность интерференционной картины определяется по нулевой полосе, которая не смазывается и при широком спектре света.

Влияние этих медленных сдвигов удается устранить в другом опыте, который является оптическим аналогом радиочастотного опыта Брауна — Твисса. Подробнее об этом можно посмотреть в лекциях по оптике за 2017 год.

Экзамен. Локализация интерференционной картины на примере наблюдения интерференции с бипризмой Френеля.

Если на экране видна интерференционная картина, то она там и локализована.

С помощью линзы можно наблюдать интерференционную картину, локализованную в другой плоскости, например в плоскости, в которую невозможно поставить экран.

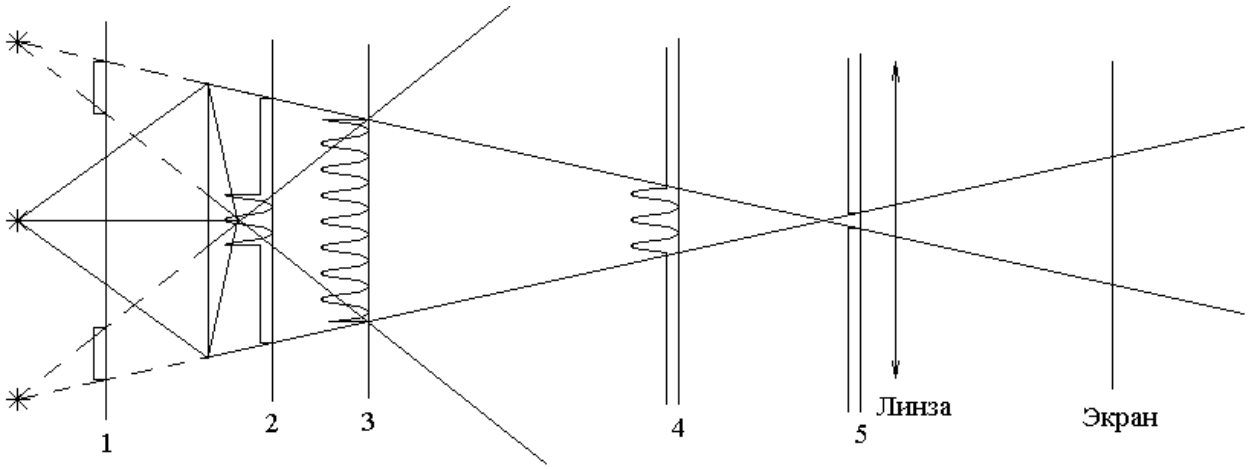
Можно показать, что оптическая длина пути вдоль любого луча от точечного источника света до его изображения в линзе одна и та же. Поэтому световые волны, приходя в точку изображения разными путями, складываются синфазно и дают большую суммарную амплитуду в точке изображения. Это же свойство приводит к тому, что линза отображает интерференционную картину по законам геометрической оптики.

И действительно, пусть в какую-то точку плоскости локализации интерференционной картины, в которой нет экрана, приходят две волны в одинаковой фазе. В этой точке, если туда поставить экран, будет середина светлой интерференционной полосы. После этой точки два интерферирующих луча расходятся, но любые лучи, выходящие из этой точки, обязаны собраться в одну точку в сопряженной плоскости — плоскости изображения интерференционной картины. В эту плоскость изображения поместим экран. Оптические длины путей от точки в плоскости локализации до точки ее изображения равны. Тогда синфазные волны в точке плоскости локализации останутся синфазными и в точке изображения. Следовательно, светлая интерференционная полоса в плоскости локализации отображается в светлую же полосу в плоскости экрана. Темные полосы отображаются в темные.

Рассмотрим оптическую схему с бипризмой Френеля.

За бипризмой поместим линзу и экран. Каждая половина бипризмы поворачивает свет на угол $\gamma = (n-1)\delta$, где δ — малый угол в равнобедренном треугольнике основания призмы. После бипризмы свет идет так, как будто это свет от двух когерентных источников.

Плоскость локализации интерференционной картины, сопряженная плоскости экрана, может находиться как после бипризмы, так и до нее. В каждой возможной плоскости локализации интерференционной картины изобразим зависимость интенсивности от вертикальной координаты.



Здесь 1, 2, 3, 4, 5 — различные возможные положения плоскости локализации интерференционной картины. Будем перемещать экран вместе с линзой, оставляя расстояние между ними неизменным. Плоскость локализации интерференционной картины будет перемещаться вместе с линзой и экраном. Для каждого положения плоскости локализации будет свое положение линзы с экраном. На рисунке, чтобы его не загромождать, изображено одно положение линзы и экрана.

В плоскостях 1 и 5 интерференции нет. Интерференция есть только там, где преломленные бипризмой пучки лучей перекрываются.

Экзамен. Полосы равного наклона.

Рассмотрим отражение света от прозрачной плоскопараллельной пластинки, например стеклянной.

Будем рассматривать двулучевую интерференцию волн отраженных от двух граней пластинки. Многолучевой интерференцией можно пренебречь, если отражение от одной грани мало.

Можно рассматривать интерференционную картину, локализованную в разных плоскостях. Два положения плоскости локализации, один из которых рассматривается в этом вопросе, представляют особый интерес.

Полосы равного наклона — это полосы, локализованные на бесконечности.

Полосы, локализованные на бесконечности, можно наблюдать в фокальной плоскости линзы.