

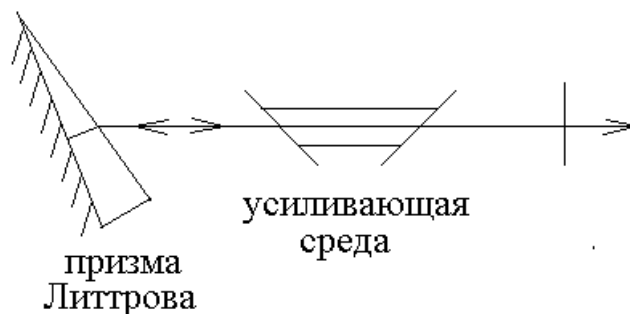
Радиооптический мост (продолжение).

Селекция лазерных мод.

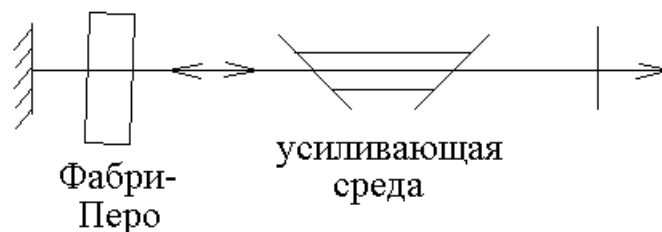
Каждый из лазеров радиооптического моста должен работать в одночастотном режиме генерации. Для получения одночастотного режима используются различные методы селекции лазерных мод.

Поперечные моды устраняются с помощью внутрирезонаторной ирисовой диафрагмы.

Для грубой селекции продольных мод вместо одного из зеркал, например, для лазера на красителях часто используют призму Литтрова (призма с зеркальной гранью) или отражательную дифракционную решетку в автоколлимационном режиме для CO_2 -лазера.

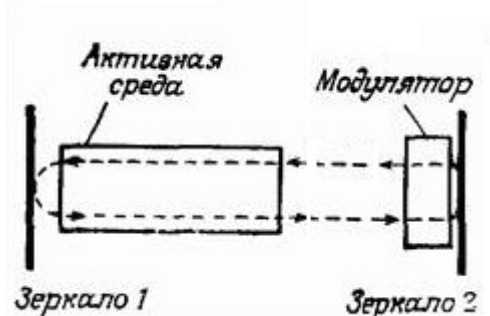


Для выделения генерации на одной продольной моде используются внутрирезонаторный интерферометр Фабри — Перо или пара таких интерферометров разной ширины.



Фемтосекундный лазер.

Режим синхронизации лазерных мод. Гелий-неоновый лазер с кристаллом KDP (эффект Поккельса) с синхронизацией мод.



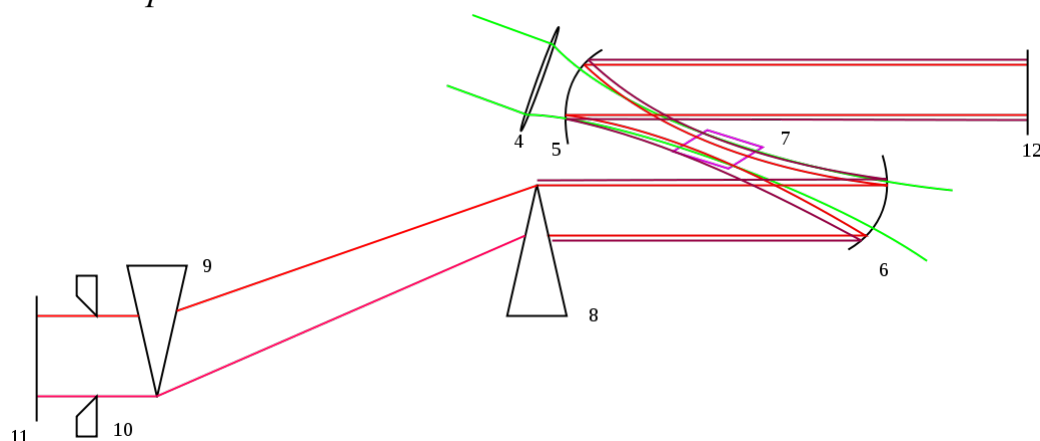
Окна Брюстера — линейная поляризация света. Модулятор — фазовая пластинка управляемая электрическим напряжением. На модулятор подается

синусоида с частотой биений продольных мод (межмодовых биений) и постоянное напряжение. Пусть экстремальное напряжение на модуляторе соответствует нулевой разности показателей преломления модулятора. В эти моменты времени модулятор оставляет линейную поляризацию света и не вносит потерь. При остальных напряжениях модулятор пропускает эллиптически поляризованный свет, а в усилении участвует только линейно поляризованный свет, который брестерские окна пропускают без потерь. То есть при остальных напряжениях модулятор вносит потери. Потери синусоидально модулированы на частоте межмодовых биений.

Представим себе, что в резонаторе лазера бегает короткий световой импульс, отражаясь между зеркалами лазера. Этот световой импульс может проходить через внутррезонаторный модулятор в те моменты, когда модулятор имеет максимальное пропускание. В таком случае модулятор не будет ослаблять световой импульс в резонаторе лазера. Излучение лазера будет представлять собой световые импульсы с частотой межмодовых биений лазера. Спектр этого излучения — монохроматические линии, отстоящие друг от друга на частоту межмодовых биений. Именно такой спектр продольных мод и представляет собой излучение лазера независимо от какой-либо синхронизации мод. Синхронизация же мод состоит в том, что фазы продольных мод лазера автоматически подстраиваются друг под друга таким образом, чтобы сформировать из синусоид мод короткий импульс, который проходит через модулятор как раз в момент его максимального пропускания света.

Чем шире частотная полоса усиления лазера, тем более узкий во времени световой импульс можно получить.

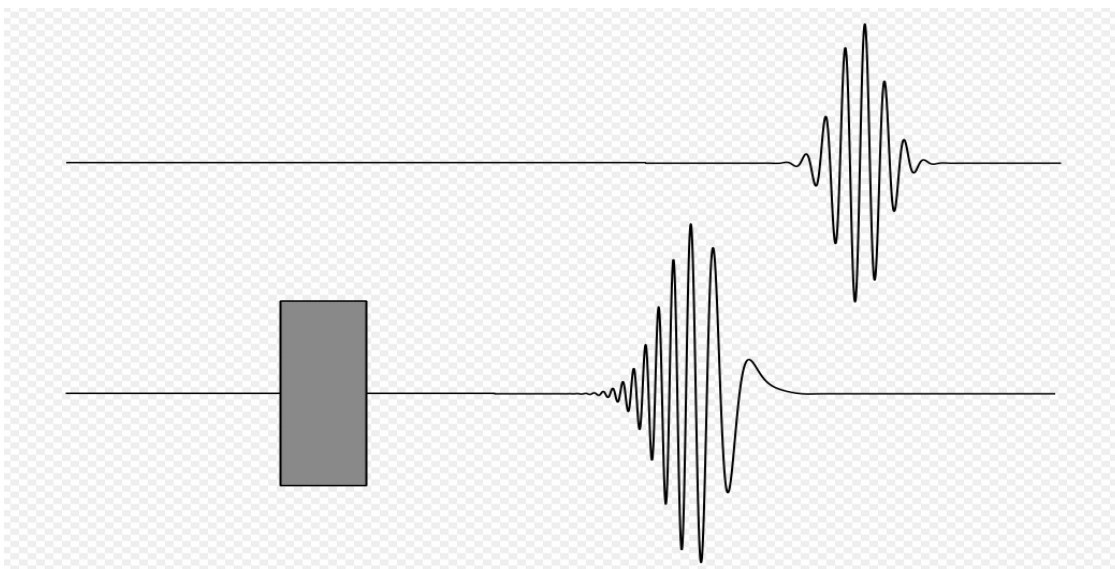
Титан-сапфировый лазер $\text{Al}_2\text{O}_3 : \text{Ti}^{3+}$, полоса усиления $\lambda = (700 - 1100) \text{ нм}$ ширина спектра излучения $\Delta\lambda = 20 \text{ нм}$, длительность импульса $\tau = 60 \text{ фс}$.



Оптическая накачка титан-сапфирового лазера осуществляется аргоновым лазером.

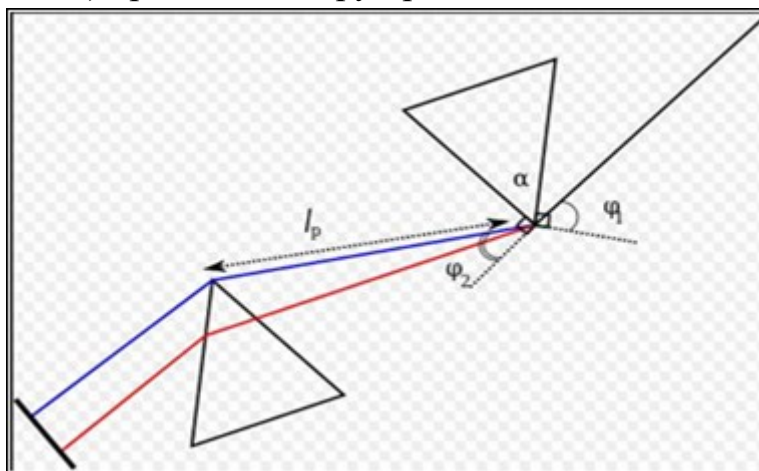
Положение диафрагмы 10 по вертикали осуществляет перестройку средней длины волны генерации по контуру линии усиления. Если диафрагму 10 сдвинуть вниз, то генерация лазера будет на тех длинах волн, для которых призмы 8,9 преломляют свет сильнее, это более короткие длины волн.

Призмы 8,9 служат для компенсации дисперсии групповых скоростей (ДГС) — control of group velocity dispersion. Рассмотрим работу призм 8, 9 подробнее.



Если световой импульс пропустить через прозрачную среду с нормальной дисперсией, то низкие частоты импульса с меньшим показателем преломления проходят среду быстрее и оказываются в голове прошедшего светового импульса. Внутри линии поглощения — аномальная дисперсия света, и будет обратный эффект. Но внутри линии усиления дисперсия окажется нормальной, и эффект снова будет таким, как для прозрачной среды.

Чтобы устранить расползание импульса (для компенсации дисперсии групповых скоростей) применяют пару призм.

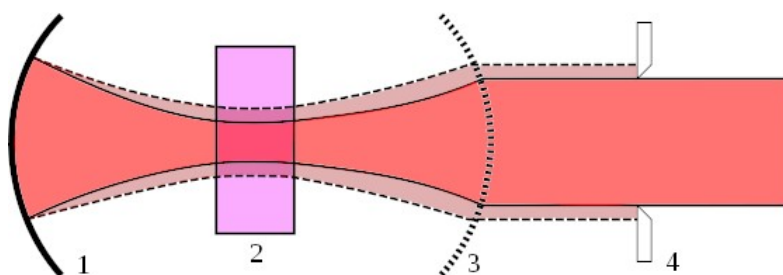
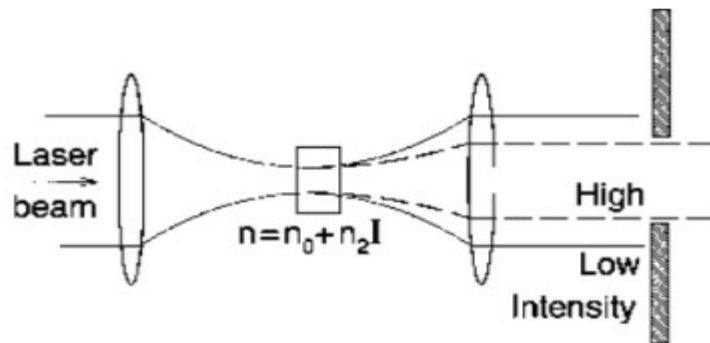


Здесь красный свет долго проходит внутри призмы. Для красного луча получается большая длина оптического пути. Красный свет задерживается относительно синего света и компенсирует дисперсию групповых скоростей.

Синхронизация мод.

Диаметр диафрагмы 10 на оптической схеме титан-сапфирового лазера служит для управления синхронизацией лазерных мод и настройки длительности импульса, подробнее — ниже.

Мощный свет наводит в усиливающей среде оптическую линзу. Кривизна зеркал подобрана так, чтобы условия генерации (условия прохождения света через диафрагму 10) были оптимальны с учетом наведенной светом линзы. На следующем рисунке свет проходит диафрагму без потерь только в случае большой интенсивности света.

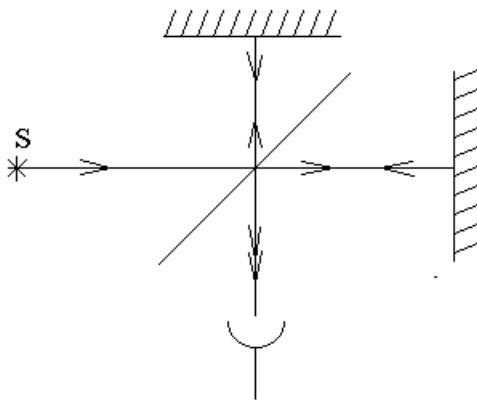


Этот принцип работает для диафрагмы 10 титан-сапфирового лазера. В результате происходит синхронизация мод лазера для формирования короткого импульса с большой интенсивностью света, так как именно такой импульс пройдет диафрагму с минимальными потерями.

Сначала диафрагму делают широкой, чтобы генерация началась. Затем диафрагму сжимают, так чтобы генерация была возможна только при большой интенсивности излучения. В результате продольные моды лазера синхронизируются так, чтобы сформировать короткий световой импульс с большой интенсивностью.

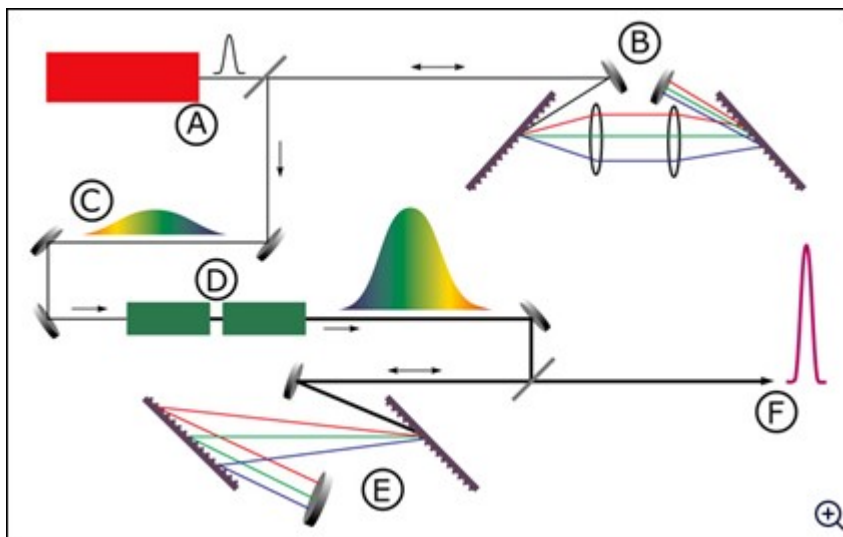
Измерение длительности импульса.

Световой импульс пропускают через интерферометр Майкельсона. При нулевой разности хода наблюдается максимум интерференции двух лучей. При перемещении одного из зеркал на четверть длины волны разность хода меняется на половину длины волны и наблюдается минимум мощности на приемнике света. Перемещая одно из зеркал, смотрят, когда пропадают колебания мощности на приемнике. Колебания пропадают из-за того, что два импульса приходят последовательно во времени, а не одновременно. Это позволяет оценить длительность импульса.



Усиление импульса.

Чирпирование импульса на дифракционной решетке (растяжение во времени) перед усилением вне резонатора и обратное чирпирование после усиления.



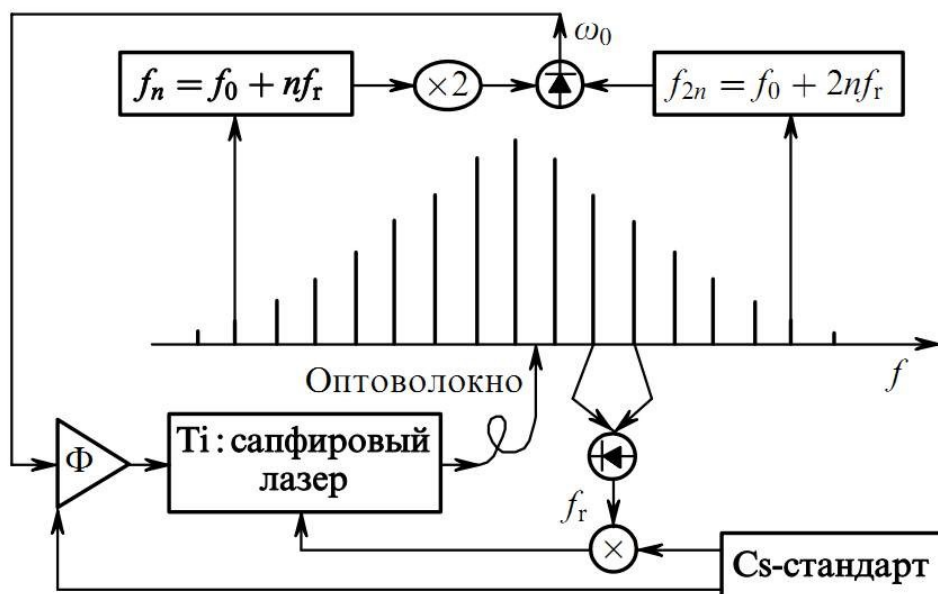
Свет проходит пару решеток (B) туда и обратно. Красный свет отклоняется решетками сильнее и длина пути для него меньше, чем для синего света. В результате импульс растягивается во времени. В голове импульса бегут низкие частоты (красный свет). Это процесс чирпирования импульса.

Далее чирпированный импульс проходит среду оптического усилителя (D).

После этого усиленный импульс проходит систему (E) обратного чирпирования из других двух решеток. На этих решетках красный свет проходит более длинный путь, и импульс укорачивается.

Стабилизация частоты генерации фемтосекундного лазера.

Стабилизация лазера по нулю f_0 и получения гребня частот (frequency comb — гребень частот).



Лазерный импульс проходит по специальному стекловолокну. При этом импульс укорачивается, а его спектр расширяется так, чтобы в излучении присутствовали частоты, различающиеся в два раза. Излучение низкой частоты проходит нелинейный кристалл с удвоением частоты.

На верхнем приемнике света регистрируют частоту биений $2f_n - f_{2n}$.

Частота f_n генерации n -ой продольной моды равна

$$f_n = f_0 + nf_r,$$

где f_0 — дробная часть от деления несущей частоты генерации лазера f_n на частоту следования импульсов генерации f_r , n — целое число. Тогда

$$2f_n - f_{2n} = f_0.$$

Именно эту частоту регистрирует верхний приемник света.

На нижнем приемнике света регистрируют частоту биений соседних продольных мод f_r . Титан-сапфировый лазер стабилизируется (привязывается к цезиевому стандарту частоты) по частоте биений продольных мод f_r и одновременно стабилизируется по условию $f_0 = 0$. Для выполнения обоих условий нужны две разные регулировки частоты генерации лазера. Одна регулировка — изменение длины резонатора лазера перемещением вдоль луча зеркала лазера установленного на пьезокерамике. Вторая возможная регулировка — небольшой поворот усиливающей среды вокруг оси перпендикулярной лучу. Перемещение во встречном направлении перпендикулярно лучу пары призм компенсации дисперсии групповых скоростей или небольшой одинаковый поворот этих призм вокруг оси перпендикулярной лучу, видимо, хуже подходит в качестве второй регулировки, так как эти варианты регулировки нужны для подстройки компенсации дисперсии групповых скоростей.

Световая пуля.

Сжатие лазерного импульса поперек луча происходит в результате явления самофокусировки, если световое поле увеличивает показатель преломления среды. Сжатие светового импульса вдоль луча происходит при распространении импульса через насыщаемый поглотитель (специальное стекловолокно). В таком стекловолокне края импульса поглощаются существенно сильнее, чем центр (амплитуда которого намного больше). Это приводит к уменьшению длительности импульса. В экспериментах в плавленом кварце фемтосекундного лазерного импульса (волоконный тулиевый Tm лазер) на длине волны 1800 нм минимальная длительность световой пули достигла 13.5 фс, что составляет около двух осцилляций светового поля. Диаметр световой пули порядка 10 мкм, длина — 5 мкм, энергия — 0.1 Дж. Световая пуля сопровождается излучением суперконтинуума.

Optics Letters, **38** (1), 16, (2013).

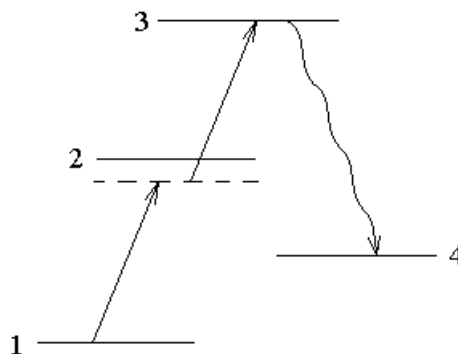
Laser Physics Letters **10**, 105401 (2013).

Квантовая электроника **43**, 326, (2013).

Резонансы двухфотонного поглощения без доплеровского уширения.

Рассмотрим неоднородно уширенные линии спектральных переходов $\Gamma \ll kU$.

Рассмотрим следующую схему уровней энергии.



Пусть переходы $1 \rightarrow 2$ и $2 \rightarrow 3$ разрешены в дипольном приближении. Как показывает теория, в таком случае переход $1 \rightarrow 3$ обязательно запрещен. То есть

$$\begin{cases} p_{12} \neq 0 \\ p_{23} \neq 0 \\ p_{13} = 0 \end{cases}$$

Пусть лазерное излучение имеет такую частоту ω , что энергия двух фотонов $2\hbar\omega$ примерно равна энергии перехода с 1-го уровня на 3-й:

$$|2\omega - \omega_{31}| \approx kU, \text{ где } k = \frac{2\pi}{\lambda} \text{ — волновое число, } U = \sqrt{\frac{2k_B T}{m}} \text{ — наиболее}$$

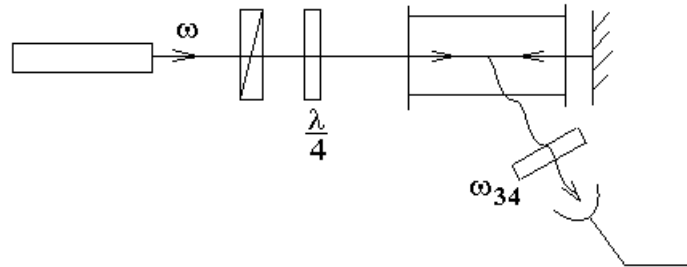
вероятная скорость молекул газа.

Пусть уровень энергии 2 находится близко к середине между уровнями 1 и 3, но различие гораздо больше доплеровской ширины линий:

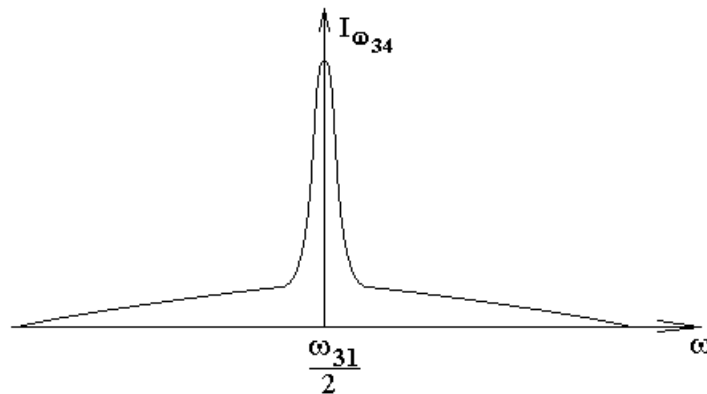
$$\left| \frac{\omega_{31}}{2} - \omega_{21} \right| \gg kU.$$

В эксперименте регистрируется мощность спонтанного излучения на переходе $3 \rightarrow 4$.

Оптическая схема эксперимента.



В эксперименте получают следующую зависимость интенсивности на приемнике света от частоты генерации лазера.



Качественное объяснение вида зависимости.

Сигнал состоит из двух контуров: узкого высокого и широкого низкого.

Если два фотона поглощаются по одному из встречных световых волн, то в системе отсчета молекулы частоты фотонов будут иметь значения $(\omega - kV_z)$ и $(\omega + kV_z)$. Тогда из баланса энергии получим:

$$\hbar(\omega - kV_z) + \hbar(\omega + kV_z) = \hbar\omega_{31} \quad \Rightarrow$$

$\omega = \frac{\omega_{31}}{2}$ — узкий по частоте лазера ω сигнал; V_z — любое, то есть в формировании сигнала участвуют молекулы со всеми возможными скоростями, поэтому сигнал имеет большую амплитуду.

Если два фотона поглощаются из одной световой волны, то из баланса энергии в системе отсчета молекулы получим:

$$2\hbar(\omega - kV_z) = \hbar\omega_{31} \quad \Rightarrow$$

ω — любое, следовательно, сигнал — широкий контур; $V_z = \frac{2\omega - \omega_{31}}{2k}$, то есть в формировании сигнала на каждой частоте ω участвует небольшой набор

молекул с фиксированной лучевой скоростью, следовательно, сигнал имеет малую амплитуду.

Количественное описание.

Рассмотрим уравнение Неймана для матрицы плотности ρ :

$$i\hbar \dot{\hat{\rho}} = [\hat{H}, \hat{\rho}],$$

где $\hat{H} = \hat{H}_0 - (\hat{p}, \vec{E}(t)) = \hat{H}_0 - \hat{p}E(t)$ — оператор Гамильтона, \hat{H}_0 — невозмущенный световым полем оператор Гамильтона, \hat{p} — оператор дипольного момента молекулы, $\vec{E}(t)$ — напряженность светового поля, \hat{p} — оператор проекции дипольного момента молекулы на единичный вектор поляризации световой волны.

Пусть для простоты встречные световые волны имеют одинаковую вещественную амплитуду \mathcal{E}_0 , тогда

$$E(t) = \mathcal{E}_0 \cdot \cos(\omega'_1 t + \varphi_{10}) + \mathcal{E}_0 \cdot \cos(\omega'_2 t + \varphi_{20})$$

$$\text{Здесь } \begin{cases} \omega'_1 = \omega - kV_z \\ \omega'_2 = \omega + kV_z \end{cases}$$

Возьмем уравнение Неймана

$$i\hbar \dot{\hat{\rho}} = [\hat{H}_0 - \hat{p}E(t), \hat{\rho}]$$

и раскроем коммутатор

$$i\hbar \dot{\hat{\rho}} = \hat{H}_0 \hat{\rho} - \hat{\rho} \hat{H}_0 - E(t) \cdot (\hat{p} \hat{\rho} - \hat{\rho} \hat{p}).$$

Подставим в это уравнение матрицы операторов в представлении собственных функций невозмущенного оператора Гамильтона \hat{H}_0 .

Матрица плотности будет иметь вид произвольной эрмитовой матрицы:

$$\hat{\rho} = \begin{pmatrix} \rho_{11} & \rho_{12} & \rho_{13} \\ \rho_{21} & \rho_{22} & \rho_{23} \\ \rho_{31} & \rho_{32} & \rho_{33} \end{pmatrix}, \text{ где } \rho_{ik} = \rho_{ki}^*.$$

Невозмущенный оператор Гамильтона примет в этом представлении диагональный вид:

$$\hat{H}_0 = \begin{pmatrix} E_1 & 0 & 0 \\ 0 & E_2 & 0 \\ 0 & 0 & E_3 \end{pmatrix}.$$

Оператор проекции дипольного момента перехода на единичный вектор поляризации световой волны, наоборот, имеет нулевые диагональные элементы:

$$\hat{p} = \begin{pmatrix} 0 & p_{12} & 0 \\ p_{21} & 0 & p_{23} \\ 0 & p_{32} & 0 \end{pmatrix}.$$

Здесь учтено, что $p_{13} = p_{31} = 0$.

Напомним, что матричные элементы оператора проекции дипольного момента могут быть вычислены по следующим формулам:

$$p_{nk} = \int \psi_n^* \cdot (\vec{p}, \vec{e}) \cdot \psi_k \cdot dV,$$

где $\vec{p} = \sum_i q_i \vec{r}_i$ — дипольный момент молекулы, \vec{e} — единичный вектор поляризации световой волны.

Выберем фазы собственных функций ψ_1 и ψ_3 невозмущенного оператора Гамильтона так, чтобы все матричные элементы проекции дипольного момента

были вещественными $\begin{cases} p_{12} = p_{21} \\ p_{23} = p_{32} \end{cases}$, тогда

$$\hat{p} = \begin{pmatrix} 0 & p_{12} & 0 \\ p_{12} & 0 & p_{23} \\ 0 & p_{23} & 0 \end{pmatrix} \text{ — оператор проекции дипольного момента на}$$

единичный вектор поляризации световой волны.

Подставим матрицы операторов $\hat{H}_0, \hat{\rho}, \hat{p}$ в уравнение

$i\hbar \dot{\hat{\rho}} = \hat{H}_0 \hat{\rho} - \hat{\rho} \hat{H}_0 - E(t) \cdot (\hat{p} \hat{\rho} - \hat{\rho} \hat{p})$, перемножим матрицы, добавим феноменологическое затухание и накачку и получим:

$$\begin{cases} \dot{\rho}_{11} + \gamma_1 \rho_{11} = \gamma_1 \rho_{11}^0 - i \frac{p_{12} E(t)}{\hbar} (\rho_{12} - \rho_{21}) \\ \dot{\rho}_{22} + \gamma_2 \rho_{22} = \gamma_2 \rho_{22}^0 + i \frac{p_{12} E(t)}{\hbar} (\rho_{12} - \rho_{21}) - i \frac{p_{23} E(t)}{\hbar} (\rho_{23} - \rho_{32}) \\ \dot{\rho}_{33} + \gamma_3 \rho_{33} = \gamma_3 \rho_{33}^0 + i \frac{p_{23} E(t)}{\hbar} (\rho_{23} - \rho_{32}) \\ \dot{\rho}_{21} + i\omega_{21} \rho_{21} + \Gamma_{12} \rho_{21} = i \frac{p_{12} E(t)}{\hbar} (\rho_{11} - \rho_{22}) + i \frac{p_{23} E(t)}{\hbar} \rho_{31} \\ \dot{\rho}_{31} + i\omega_{31} \rho_{31} + \Gamma_{13} \rho_{31} = i \frac{p_{23} E(t)}{\hbar} \rho_{21} - i \frac{p_{12} E(t)}{\hbar} \rho_{32} \\ \dot{\rho}_{32} + i\omega_{32} \rho_{32} + \Gamma_{23} \rho_{32} = i \frac{p_{23} E(t)}{\hbar} (\rho_{22} - \rho_{33}) - i \frac{p_{12} E(t)}{\hbar} \rho_{31} \end{cases}.$$

Далее нужно выполнить два пункта:

1). Решить уравнения и найти ρ_{33} .

2). Взять интеграл $I_{\omega_{34}} \sim N_3 \gamma_{34} = \gamma_{34} \cdot \int_{-\infty}^{+\infty} N_{0V_z} \cdot \rho_{33}(V_z) \cdot dV_z$. Здесь γ_{34} —

частота спонтанных переходов с уровня энергии 3 на уровень 4.

Для упрощения решения системы уравнений нужно учитывать принятые приближения:

$$\begin{cases} \Gamma \ll kU \\ |2\omega - \omega_{31}| \approx kU \\ |\omega - \omega_{21}| \gg kU \\ |\omega - \omega_{32}| \gg kU \end{cases}$$

Чтобы решение не было слишком громоздким, будем считать, что $\rho_{22}^0 = \rho_{33}^0 = 0$.

Будем искать стационарное решение системы: $\dot{\rho}_{11} = \dot{\rho}_{22} = \dot{\rho}_{33} = 0$. Тогда

$$\begin{cases} \gamma_1 \rho_{11} = \gamma_1 \rho_{11}^0 - i \frac{p_{12} E(t)}{\hbar} (\rho_{12} - \rho_{21}) \\ \gamma_2 \rho_{22} = i \frac{p_{12} E(t)}{\hbar} (\rho_{12} - \rho_{21}) - i \frac{p_{23} E(t)}{\hbar} (\rho_{23} - \rho_{32}) \\ \gamma_3 \rho_{33} = i \frac{p_{23} E(t)}{\hbar} (\rho_{23} - \rho_{32}) \\ \rho_{21} + i\omega_{21} \rho_{21} + \Gamma_{12} \rho_{21} = i \frac{p_{12} E(t)}{\hbar} (\rho_{11} - \rho_{22}) + i \frac{p_{23} E(t)}{\hbar} \rho_{31} \\ \rho_{31} + i\omega_{31} \rho_{31} + \Gamma_{13} \rho_{31} = i \frac{p_{23} E(t)}{\hbar} \rho_{21} - i \frac{p_{12} E(t)}{\hbar} \rho_{32} \\ \rho_{32} + i\omega_{32} \rho_{32} + \Gamma_{23} \rho_{32} = i \frac{p_{23} E(t)}{\hbar} (\rho_{22} - \rho_{33}) - i \frac{p_{12} E(t)}{\hbar} \rho_{31} \end{cases} \quad (1)$$

Ищем решение в духе приближения вращающейся волны.

Будем искать решение методом последовательных приближений по амплитуде светового поля. Амплитуда светового поля — малый параметр.

При нулевой амплитуде светового поля (в нулевом приближении по амплитуде поля) отличен от нуля единственный член матрицы плотности

$$\rho_{11} = \rho_{11}^0.$$

Будем говорить, что он пропорционален нулевой степени амплитуды светового поля:

$$\rho_{11} \sim \mathcal{E}_0^0.$$

В следующем приближении, в первом приближении по амплитуде поля, правая часть уравнений системы (1) для элементов матрицы плотности отлична от нуля только в 4-ом уравнении

$$\dot{\rho}_{21} + i\omega_{21}\rho_{21} + \Gamma_{12}\rho_{21} = i\frac{p_{12}E(t)}{\hbar}(\rho_{11} - \rho_{22}) + i\frac{p_{23}E(t)}{\hbar}\rho_{31}$$

и только за счет слагаемого $i\frac{p_{12}E(t)}{\hbar}\rho_{11}$ в правой части, где $\rho_{11} \neq 0$. То есть уравнение в первом приближении имеет вид:

$$\dot{\rho}_{21} + i\omega_{21}\rho_{21} + \Gamma_{12}\rho_{21} = i\frac{p_{12}E(t)}{\hbar}\rho_{11}^0.$$

Здесь

$$E(t) = \mathcal{E}_0 \cdot \frac{e^{i\omega_1 t} + e^{-i\omega_1 t}}{2} + \mathcal{E}_0 \cdot \frac{e^{i\omega_2 t} + e^{-i\omega_2 t}}{2}.$$

Будем искать решение для элемента ρ_{21} в виде соответствующих четырех комплексных экспонент с неизвестными коэффициентами. В духе приближения вращающейся волны два из четырех слагаемых будут очень малы и могут быть отброшены.

С двумя оставшимися комплексными экспонентами из четырех экспонент светового поля уравнение примет вид:

$$\dot{\rho}_{21} + i\omega_{21}\rho_{21} + \Gamma_{12}\rho_{21} = i\frac{p_{12}\mathcal{E}_0}{2\hbar}\rho_{11}^0 \left(e^{-i\omega_1 t} + e^{-i\omega_2 t} \right).$$

Ищем решение в виде двух слагаемых пропорциональных этим двум экспонентам, приравниваем друг другу коэффициенты при этих экспонентах в правой и левой частях равенства и получаем:

$$\rho_{21} = i\frac{p_{12}\mathcal{E}_0\rho_{11}^0}{2\hbar} \cdot \left(\frac{e^{-i\omega_1 t}}{\Gamma_{12} + i(\omega_{21} - \omega_1)} + \frac{e^{-i\omega_2 t}}{\Gamma_{12} + i(\omega_{21} - \omega_2)} \right),$$

что пропорционально амплитуде светового поля \mathcal{E}_0 .

Тогда в 1-м приближении по амплитуде поля \mathcal{E}_0 получаем

$$\begin{cases} \rho_{11} = \rho_{11}^0 \sim \mathcal{E}_0^0 \\ \rho_{21} = \rho_{12}^* \sim \mathcal{E}_0^1 \end{cases}. \text{ Остальные элементы матрицы плотности в этом}$$

приближении остаются нулевыми.

Чтобы получить второе приближение по амплитуде светового поля нужно решение в первом приближении подставить в правую часть уравнений системы (1) для матрицы плотности.

Теперь к уравнениям с отличной от нуля правой частью добавляются 2-е и 5-е уравнения, которые в правой части содержат слагаемые пропорциональные ρ_{21} или ρ_{12} :

$$\begin{cases} \gamma_2\rho_{22} = i\frac{p_{12}E(t)}{\hbar}(\rho_{12} - \rho_{21}) - i\frac{p_{23}E(t)}{\hbar}(\rho_{23} - \rho_{32}) \\ \dot{\rho}_{31} + i\omega_{31}\rho_{31} + \Gamma_{13}\rho_{31} = i\frac{p_{23}E(t)}{\hbar}\rho_{21} - i\frac{p_{12}E(t)}{\hbar}\rho_{32} \end{cases}.$$

Соответственно во втором приближении по амплитуде светового поля отличными от нуля становятся элементы матрицы плотности ρ_{22} и ρ_{31} , которые содержатся в левой части уравнений.

В этом приближении в правой части равенства $\rho_{32} = \rho_{23} = 0$. Тогда

$$\begin{cases} \gamma_2 \rho_{22} = i \frac{p_{12} E(t)}{\hbar} (\rho_{12} - \rho_{21}) \\ \rho_{31} + i \omega_{31} \rho_{31} + \Gamma_{13} \rho_{31} = i \frac{p_{23} E(t)}{\hbar} \rho_{21} \end{cases}.$$

Решение для элементов ρ_{22} и ρ_{31} опять ищем в духе приближения вращающейся волны. Тогда решение для элемента матрицы плотности ρ_{22}

$$\rho_{22} = \frac{p_{12}^2 \varepsilon_0^2 \rho_{11}^0}{4\hbar^2 \gamma_2} \cdot \left\{ \frac{2\Gamma_{12} + \left(e^{i(\omega'_1 - \omega'_2)t} + e^{i(\omega'_2 - \omega'_1)t} \right) \Gamma_{12}}{\Gamma_{12}^2 + (\omega'_1 - \omega_{21})^2} + i \frac{\left(e^{i(\omega'_1 - \omega'_2)t} - e^{i(\omega'_2 - \omega'_1)t} \right) (\omega_{21} - \omega'_1)}{\Gamma_{12}^2 + (\omega'_1 - \omega_{21})^2} \right\} + \frac{p_{12}^2 \varepsilon_0^2 \rho_{11}^0}{4\hbar^2 \gamma_2} \cdot \left\{ \frac{2\Gamma_{12} + \left(e^{i(\omega'_2 - \omega'_1)t} + e^{i(\omega'_1 - \omega'_2)t} \right) \Gamma_{12}}{\Gamma_{12}^2 + (\omega'_2 - \omega_{21})^2} + i \frac{\left(e^{i(\omega'_2 - \omega'_1)t} - e^{i(\omega'_1 - \omega'_2)t} \right) (\omega_{21} - \omega'_2)}{\Gamma_{12}^2 + (\omega'_2 - \omega_{21})^2} \right\}$$

оказывается гораздо меньше модуля решения для элемента ρ_{31} :

$$\rho_{31} = -\frac{p_{12} p_{23} \varepsilon_0^2 \rho_{11}^0}{4\hbar^2} \cdot \frac{e^{-2i\omega'_1 t}}{\left(\Gamma_{12} + i(\omega_{21} - \omega'_1) \right) \cdot \left(\Gamma_{13} + i(\omega_{31} - 2\omega'_1) \right)} - \frac{p_{12} p_{23} \varepsilon_0^2 \rho_{11}^0}{4\hbar^2} \cdot \frac{e^{-2i\omega'_2 t}}{\left(\Gamma_{12} + i(\omega_{21} - \omega'_2) \right) \cdot \left(\Gamma_{13} + i(\omega_{31} - 2\omega'_2) \right)} - \frac{p_{12} p_{23} \varepsilon_0^2 \rho_{11}^0}{4\hbar^2} \cdot \frac{e^{-2i\omega t}}{\left(\Gamma_{12} + i(\omega_{21} - \omega'_1) \right) \cdot \left(\Gamma_{13} + i(\omega_{31} - 2\omega) \right)} - \frac{p_{12} p_{23} \varepsilon_0^2 \rho_{11}^0}{4\hbar^2} \cdot \frac{e^{-2i\omega t}}{\left(\Gamma_{12} + i(\omega_{21} - \omega'_2) \right) \cdot \left(\Gamma_{13} + i(\omega_{31} - 2\omega) \right)}.$$

Неравенство $\rho_{22} \ll |\rho_{31}|$ выполняется при условии $\left| \frac{\omega_{31}}{2} - \omega_{21} \right| \gg kU$ и в дальнейшем ρ_{22} можно не учитывать. Дело в том, что ρ_{22} содержит в знаменателе $(\omega' - \omega_{21})^2$, а ρ_{31} содержит в знаменателе $(\omega' - \omega_{21}) \cdot (\omega_{31} - 2\omega)$ гораздо меньшую величину, так как по условию рассмотрения $|\omega_{31} - 2\omega| \ll |\omega' - \omega_{21}|$.

В третьем приближении по амплитуде поля нужно второе приближение подставить в правую часть уравнений системы (1).

В этом приближении отличной от нуля становится правая часть шестого уравнения

$$\dot{\rho}_{32} + i\omega_{32}\rho_{32} + \Gamma_{23}\rho_{32} = i \frac{p_{23}E(t)}{\hbar} (\rho_{22} - \rho_{33}) - i \frac{p_{12}E(t)}{\hbar} \rho_{31}$$

В этом приближении $\rho_{33} = 0$, поэтому

$$\dot{\rho}_{32} + i\omega_{32}\rho_{32} + \Gamma_{23}\rho_{32} = i \frac{p_{23}E(t)}{\hbar} \rho_{22} - i \frac{p_{12}E(t)}{\hbar} \rho_{31},$$

а с учетом $\rho_{22} \ll |\rho_{31}|$ получим

$$\dot{\rho}_{32} + i\omega_{32}\rho_{32} + \Gamma_{23}\rho_{32} = -i \frac{p_{12}E(t)}{\hbar} \rho_{31}.$$

Решая уравнение в духе приближения вращающейся волны, получим:

$$\rho_{32} = i \frac{p_{12}^2 p_{23} \mathcal{E}_0^3 \rho_{11}^0}{8\hbar^3}.$$

$$\cdot \frac{1}{\Gamma_{13} + i(\omega_{31} - 2\omega)} \left\{ \frac{e^{-i\omega'_2 t}}{\Gamma_{23} + i(\omega_{32} - \omega'_2)} + \frac{e^{-i\omega'_1 t}}{\Gamma_{23} + i(\omega_{32} - \omega'_1)} \right\}.$$

$$\cdot \left(\frac{1}{2\Gamma_{12} + i(\omega_{21} - \omega'_1)} + \frac{1}{2\Gamma_{12} + i(\omega_{21} - \omega'_2)} \right) +$$

$$+ i \frac{p_{12}^2 p_{23} \mathcal{E}_0^3 \rho_{11}^0}{8\hbar^3}.$$

$$\cdot \frac{e^{-i\omega'_1 t}}{\left(\Gamma_{12} + i(\omega_{21} - \omega'_1) \right) \cdot \left(\Gamma_{31} + i(\omega_{31} - 2\omega'_1) \right) \cdot \left(\Gamma_{23} + i(\omega_{32} - \omega'_1) \right)} +$$

$$+ i \frac{p_{12}^2 p_{23} \mathcal{E}_0^3 \rho_{11}^0}{8\hbar^3}.$$

$$\cdot \frac{e^{-i\omega'_2 t}}{\left(\Gamma_{12} + i(\omega_{21} - \omega'_2) \right) \cdot \left(\Gamma_{31} + i(\omega_{31} - 2\omega'_2) \right) \cdot \left(\Gamma_{23} + i(\omega_{32} - \omega'_2) \right)}.$$

В четвертом приближении по амплитуде светового поля нужно в правую часть уравнений системы (1) для элементов матрицы плотности подставить результат третьего приближения. В результате в третьем уравнении системы (1) появляется отличная от нуля правая часть:

$$\gamma_3 \rho_{33} = i \frac{p_{23} E(t)}{\hbar} (\rho_{23} - \rho_{32}).$$

Решая это уравнение в духе приближения вращающейся волны, получим:

$$\rho_{33} = \frac{p_{12}^2 p_{23}^2 \mathcal{E}_0^4 \rho_{11}^0 \Gamma_{13}}{2\hbar^4 \gamma_3} \cdot \frac{1}{(\omega_{21} - \omega_{32})^2} \cdot \left\{ \frac{4}{\Gamma_{13}^2 + (2\omega - \omega_{31})^2} + \frac{1}{\Gamma_{13}^2 + (2\omega'_1 - \omega_{31})^2} + \frac{1}{\Gamma_{13}^2 + (2\omega'_2 - \omega_{31})^2} \right\}.$$

Во втором приближении по амплитуде светового поля или в первом приближении по интенсивности получаем

$$\left\{ \begin{array}{l} \rho_{11} = \rho_{11}^0 \sim \mathcal{E}_0^0 \\ \rho_{21} \sim \mathcal{E}_0^1 \\ \rho_{22} \sim \mathcal{E}_0^2 \\ \rho_{31} \sim \mathcal{E}_0^2 \end{array} \right. , \text{ где } \left\{ \begin{array}{l} \rho_{12} = \rho_{21}^* \\ \rho_{13} = \rho_{31}^* \end{array} \right. .$$

В третьем приближении по амплитуде светового поля получаем

$$\left\{ \begin{array}{l} \rho_{11} = \rho_{11}^0 \sim \mathcal{E}_0^0 \\ \rho_{21} \sim \mathcal{E}_0^1 \\ \rho_{22} \sim \mathcal{E}_0^2 \\ \rho_{31} \sim \mathcal{E}_0^2 \\ \rho_{32} \sim \mathcal{E}_0^3 \end{array} \right. , \text{ где } \left\{ \begin{array}{l} \rho_{12} = \rho_{21}^* \\ \rho_{13} = \rho_{31}^* \\ \rho_{23} = \rho_{32}^* \end{array} \right. .$$

В четвертом приближении по амплитуде светового поля или во втором приближении по интенсивности получим:

$$\left\{ \begin{array}{l} \rho_{11} = \rho_{11}^0 \sim \mathcal{E}_0^0 \\ \rho_{21} \sim \mathcal{E}_0^1 \\ \rho_{22} \sim \mathcal{E}_0^2 \\ \rho_{31} \sim \mathcal{E}_0^2 \\ \rho_{32} \sim \mathcal{E}_0^3 \\ \rho_{33} \sim \mathcal{E}_0^4 \end{array} \right. , \text{ где } \left\{ \begin{array}{l} \rho_{12} = \rho_{21}^* \\ \rho_{13} = \rho_{31}^* \\ \rho_{23} = \rho_{32}^* \end{array} \right. .$$

В приведенных выше выкладках просматриваются два процесса заселения третьего уровня энергии: ступенчатый и двухфотонный.

Ступенчатый процесс заселения третьего уровня энергии:

$$\left(\rho_{11} \sim \mathcal{E}_0^0\right) \rightarrow \left(\rho_{21} \sim \mathcal{E}_0^1\right) \rightarrow \left(\rho_{22} \sim \mathcal{E}_0^2\right) \rightarrow \left(\rho_{32} \sim \mathcal{E}_0^3\right) \rightarrow \left(\rho_{33} \sim \mathcal{E}_0^4\right).$$

Двухфотонный процесс заселения третьего уровня энергии:

$$\left(\rho_{11} \sim \mathcal{E}_0^0\right) \rightarrow \left(\rho_{21} \sim \mathcal{E}_0^1\right) \rightarrow \left(\rho_{31} \sim \mathcal{E}_0^2\right) \rightarrow \left(\rho_{32} \sim \mathcal{E}_0^3\right) \rightarrow \left(\rho_{33} \sim \mathcal{E}_0^4\right).$$

Два процесса отличаются только во втором приближении по амплитуде светового поля. В ступенчатом процессе появляется вероятность обнаружить молекулу на промежуточном 2-ом уровне энергии ρ_{22} , в двухфотонном процессе появляется когерентность первого и третьего уровней ρ_{31} .

При условии того, что второй уровень достаточно далеко расположен по энергии относительно середины между первым и третьим уровнями $\left|\frac{\omega_{31}}{2} - \omega_{21}\right| \gg kU$, выполняется неравенство $\rho_{22} \ll |\rho_{31}|$, и в этом случае ступенчатым заселением третьего уровня энергии можно пренебречь по сравнению с двухфотонным заселением.

Основные свойства двухфотонного процесса:

1. Невозможен в чистом виде двухфотонный процесс без примеси ступенчатого процесса. Двухфотонный процесс — это просто часть вклада в заселенность верхнего уровня энергии в виде слагаемых, которые получаются при решении системы уравнений для матрицы плотности методом последовательных приближений по амплитуде светового поля. Слагаемые, которые получаются через промежуточную величину ρ_{31} — это вклад двухфотонного процесса в заселенность верхнего уровня энергии. Слагаемые, которые получаются через ρ_{22} — это вклад ступенчатого процесса. Разделение на двухфотонное и ступенчатое возбуждение возможно только при рассмотрении задачи методом последовательных приближений по амплитуде поля.

2. Двухфотонный процесс — это такой процесс, в котором вероятность заселения промежуточного уровня энергии пренебрежимо мала по сравнению с вероятностью заселения конечного уровня энергии $\rho_{22} \ll \rho_{33}$.

3. Двухфотонный процесс эффективнее ступенчатого при условии $|\rho_{31}| \gg \rho_{22}$, что выполняется при условии того, что второй уровень достаточно далеко расположен по энергии относительно середины между первым и третьим уровнями $\left|\frac{\omega_{31}}{2} - \omega_{21}\right| \gg kU$, и энергия двух фотонов примерно соответствует энергии перехода с первого уровня на третий $|2\omega - \omega_{31}| \approx kU$.

4. Заметим, что промежуточный уровень может быть совсем далеко от середины между первым и третьим уровнями энергии. Промежуточного уровня может совсем не быть, тогда его роль будут играть все остальные уровни

энергии. Каждый из остальных уровней очень плохо подходит на роль промежуточного уровня, но таких уровней бесконечно много, поэтому их вклад не так уж и мал.

Регистрируемый в опыте сигнал пропорционален заселенности третьего уровня энергии:

$$N_3 = \int_{-\infty}^{+\infty} N_{0V_z} \rho_{33}(V_z) dV_z, \quad \text{где } N_{0V_z} \text{ — распределение Максвелла}$$

концентрации N_0 по проекции скорости V_z . Заселенность верхнего уровня N_3 получается в результате интегрирования ρ_{33} , которое получается при решении системы уравнений (1):

$$\rho_{33} = \frac{p_{12}^2 p_{23}^2 \varepsilon_0^4 \rho_{11}^0 \Gamma_{13}}{2\hbar^4 \gamma_3} \cdot \frac{1}{(\omega_{21} - \omega_{32})^2} \cdot \left\{ \frac{4}{\Gamma_{13}^2 + (2\omega - \omega_{31})^2} + \frac{1}{\Gamma_{13}^2 + (2\omega'_1 - \omega_{31})^2} + \frac{1}{\Gamma_{13}^2 + (2\omega'_2 - \omega_{31})^2} \right\}, \quad \text{где нужно}$$

подставить

$$\begin{cases} \omega'_1 = \omega - kV_z \\ \omega'_2 = \omega + kV_z \end{cases}.$$

В результате интегрирования $N_3 = \int_{-\infty}^{+\infty} N_{0V_z} \rho_{33}(V_z) dV_z$, заменяя два последних лоренцевских контура в фигурных скобках дельта-функциями Дирака, можно получить:

$$N_3 = \frac{2N_0}{\gamma_3 \Gamma_{13}} \cdot \frac{p_{12}^2 p_{23}^2 \varepsilon_0^4 \rho_{11}^0}{\hbar^4} \cdot \frac{1}{(\omega_{21} - \omega_{32})^2} \cdot \left\{ \frac{\sqrt{\pi}}{4} \cdot \frac{\Gamma_{13}}{kU} \cdot e^{-\left(\frac{2\omega - \omega_{31}}{2kU}\right)} + \frac{\Gamma_{13}^2}{\Gamma_{13}^2 + (2\omega - \omega_{31})^2} \right\}$$

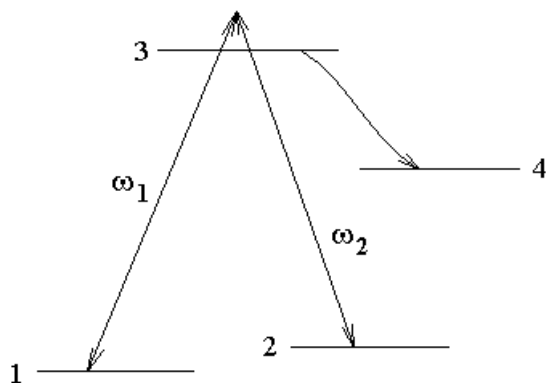
Здесь слагаемое гауссовой формы $\frac{\sqrt{\pi}}{4} \cdot \frac{\Gamma_{13}}{kU} \cdot e^{-\left(\frac{2\omega - \omega_{31}}{2kU}\right)}$ описывает широкий и низкий контур поглощения двух фотонов из одной световой волны, а лоренцевское слагаемое $\frac{\Gamma_{13}^2}{\Gamma_{13}^2 + (2\omega - \omega_{31})^2}$ описывает узкий и высокий контур поглощения двух фотонов из встречных световых волн.

Заметим, что узкий контур даже уже, чем в спектроскопии насыщения поглощения. Дело в том, что Γ_{13} должно быть малой величиной, так как переход между первым и третьим уровнями запрещен $p_{13} = 0$. В таком случае дефазирующие и деориентирующие столкновения молекул очень маловероятны, и величина Γ_{13} определяется только спонтанными переходами с уровней 1 и 3 и столкновениями тушащими уровни 1 и 3.

СРТ-резонанс.

Близким по своей природе к рассмотренному выше резонансу двухфотонного поглощения без доплеровского уширения является так называемый резонанс когерентного пленения населенности (КПН) или СРТ-резонанс (coherent population trapping).

Рассмотрим атом с Λ -схемой уровней энергии, в которой нижний уровень энергии слабо расщеплен, например, сверхтонким расщеплением, уровни которого различаются ориентацией магнитного момента ядра атома.

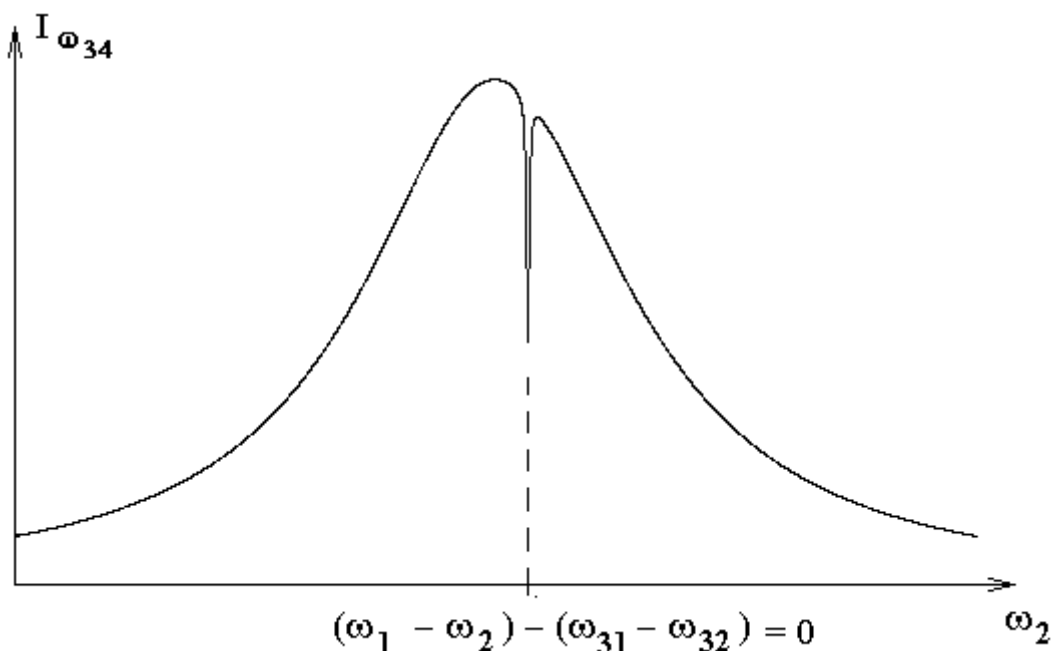


Условие резонанса состоит в том, что разность частот двух световых полей $(\omega_1 - \omega_2)$ совпадает с разностью частот двух переходов $(\omega_{31} - \omega_{32})$.

Если световые волны ω_1 и ω_2 — однонаправленные световые волны, то в разности частот $(\omega_1 - \omega_2)$ доплеровские сдвиги сокращаются. Тогда резонанс наблюдается сразу на всех молекулах, что обеспечивает большой сигнал.

Если условие резонанса не выполнено, то оба световых поля не слишком эффективно, но перебрасывают атомы с нижних уровней 1 и 2 на верхний уровень 3. Если условие резонанса выполнено, то становятся возможными двухфотонные переходы с уровня 1 на уровень 2 и обратно с промежуточным уровнем 3. Как показывает решение уравнений для матрицы плотности, при таких переходах уровень 3 почти не заселяется. Можно сказать, что атомам становится некогда поглощать свет с уровней 1 и 2, так как они слишком заняты двухфотонными переходами 1-3-2 и 2-3-1. Населенность пленяется на нижних уровнях энергии (резонанс когерентного пленения населенности). Результатом такого процесса является возникновение когерентности подуровней 1 и 2 нижнего уровня энергии, когерентность означает наличие недиагонального элемента матрицы плотности ρ_{21} .

В результате зависимость населенности уровня 3 от частоты одного из световых полей, например ω_2 , имеет узкий резонансный провал на фоне широкого доплеровского контура линии поглощения. Резонанс представлен на следующем рисунке.



Регистрировать заселенность уровня 3 можно, наблюдая интенсивность флуоресценции с уровня 3 на какой-либо другой уровень, например 4.

В общем случае резонансный провал должен быть несколько смещен относительно широкого контура пика, но если ширина провала на порядки меньше ширины пика, то его смещение на величину порядка или несколько больше ширины провала не будет заметно по сравнению с шириной пика.

Здесь большая ширина пика определяется малым временем жизни верхнего уровня, а малая ширина провала определяется большим временем поперечной релаксации (недиагонального элемента матрицы плотности) подуровней нижнего уровня. Если уровни 1 и 2 являются подуровнями нижнего уровня энергии атома, то время жизни нижнего уровня бесконечно, а ширина провала определяется временем разрушения когерентности подуровней нижнего уровня, то есть временем затухания недиагонального элемента матрицы плотности, соответствующего подуровням 1 и 2.

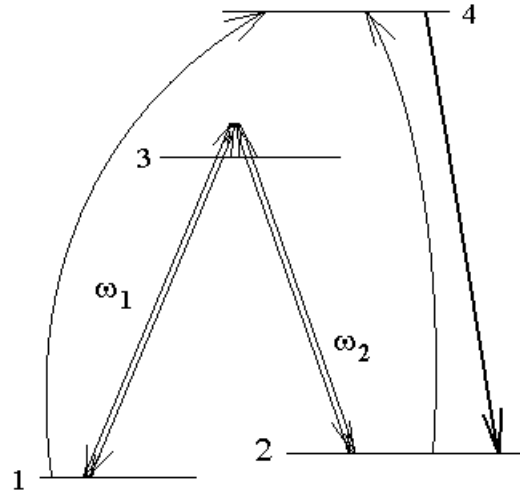
Ширина резонанса может составлять несколько Герц, что является очень малой величиной по сравнению с оптической частотой переходов 13 и 23.

Оба резонанса и резонанс двухфотонного поглощения без доплеровского уширения и резонанс когерентного пленения населенности связаны с наличием недиагонального элемента матрицы плотности и двух световых полей. В обоих случаях недиагональный элемент связывает конечные уровни двухфотонного перехода. В первом случае это элемент ρ_{31} , который связывает верхний и нижний уровни каскадной схемы, а во втором случае — ρ_{21} , который связывает подуровни нижнего уровня оптического перехода. В новосибирской научной школе эти явления, как и любые другие явления, основанные на

появлении недиагонального элемента матрицы плотности при взаимодействии с двумя световыми полями, объединяются термином нелинейный интерференционный эффект.

Лазеры без инверсии.

Механизм усиления света в лазерах без инверсии похож на механизм формирования СРТ-резонанса (КПН — когерентного пленения населенности).



В условиях резонанса $\omega_1 - \omega_2 = \omega_{21}$ двухфотонные переходы между уровнями 1-3-2 (и обратно) вызывают пленение населенностей на уровнях 1 и 2, и затрудняют поглощение света атомом с уровня 1 и уровня 2, так как атом слишком занят двухфотонными переходами. В результате для какого-либо другого перехода 1-4 или 2-4 поглощение света с уровней 1 и 2 будет затруднено, и небольшой заселенности уровня 4, созданной, например, разрядом в газе, будет достаточно для усиления света на переходе 4-1 или 4-2. Это усиление света и позволяет сделать лазер без инверсии между уровнем 4 и уровнем 1 или уровнем 2 с излучением на переходе 4-1 или 4-2.

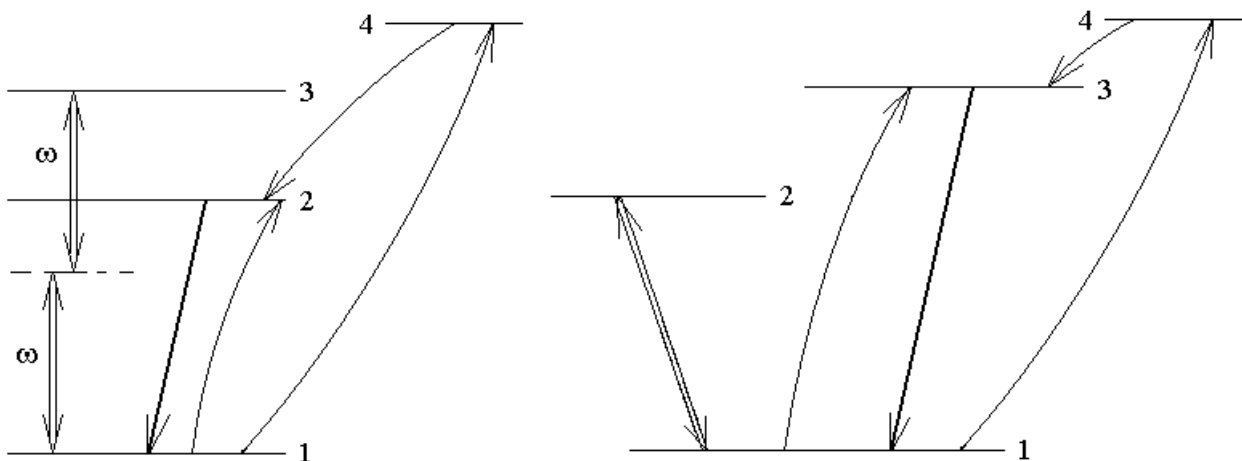
Если световые волны ω_1 и ω_2 — однонаправленные световые волны, то в разности частот $(\omega_1 - \omega_2)$ доплеровские сдвиги сокращаются. Тогда усиление без инверсии наблюдается сразу на всех молекулах с любой проекцией скорости на луч.

На левом нижеследующем рисунке представлена каскадная схема уровней лазера без инверсии. Два сильных встречных световых поля с частотой ω в условиях резонанса в результате двухфотонных переходов вызывают пленение населенности на уровнях 1 и 3, что затрудняет поглощение света с уровня 1 на уровень 2, так как атом занят двухфотонными переходами 1-2-3. В результате, если каким-либо некогерентным образом заселить уровень 2, например, электрическим разрядом в газе (кривые линии на рисунке), то переходы с уровня 2 на уровень 1 с усилением света на этом переходе ничем не будут затруднены, а поглощение света на переходе 1-2 затруднено двухфотонными переходами 1-2-3. В таком случае даже при значительном

превышении населенности уровня 1 над населенностью уровня 2 свет на переходе 2-1 будет усиливаться.

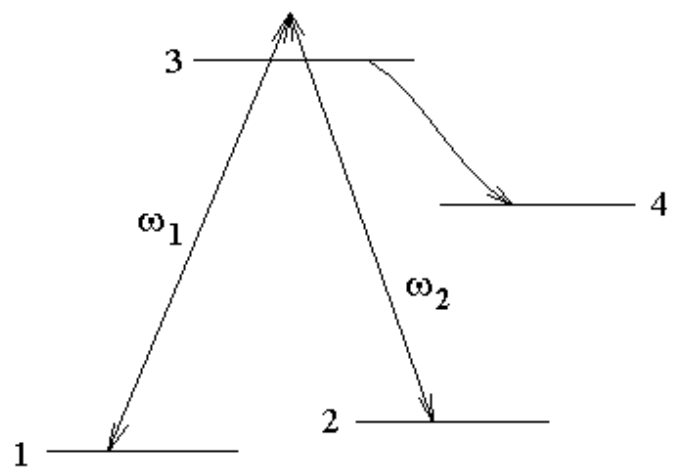
Если волны встречные и совпадают по частоте, то доплеровские сдвиги сокращаются и в двухфотонном процессе участвуют все молекулы.

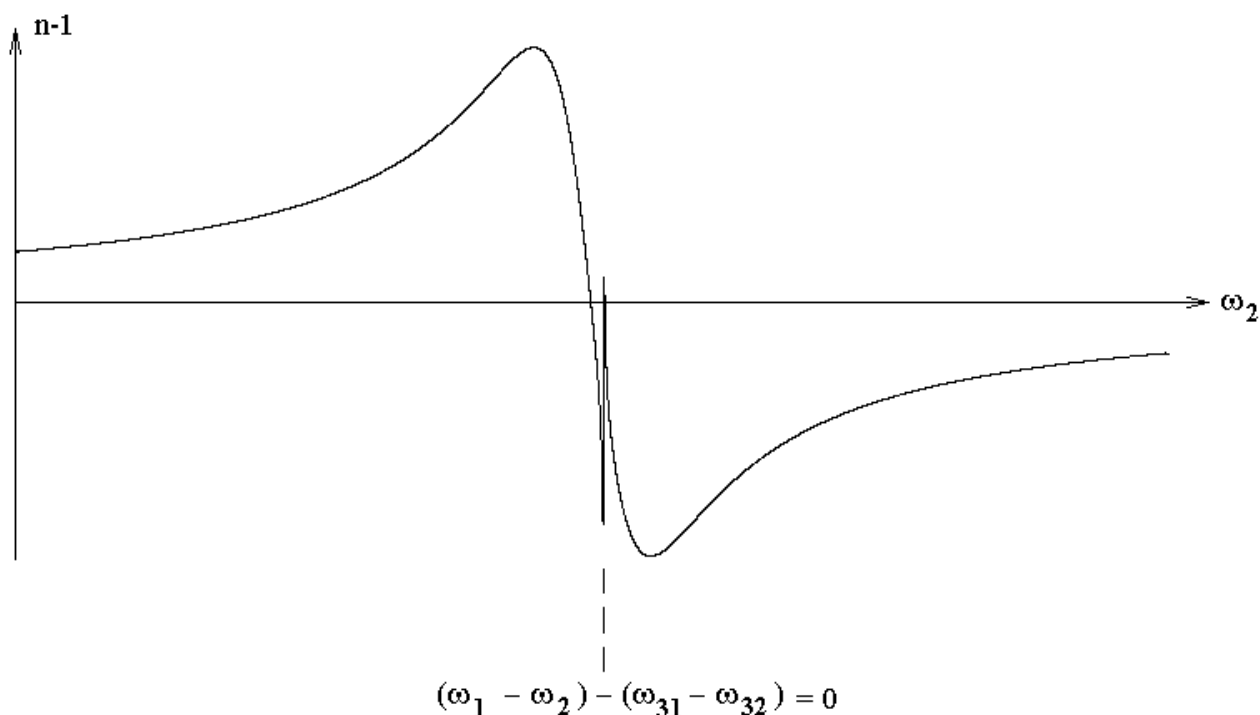
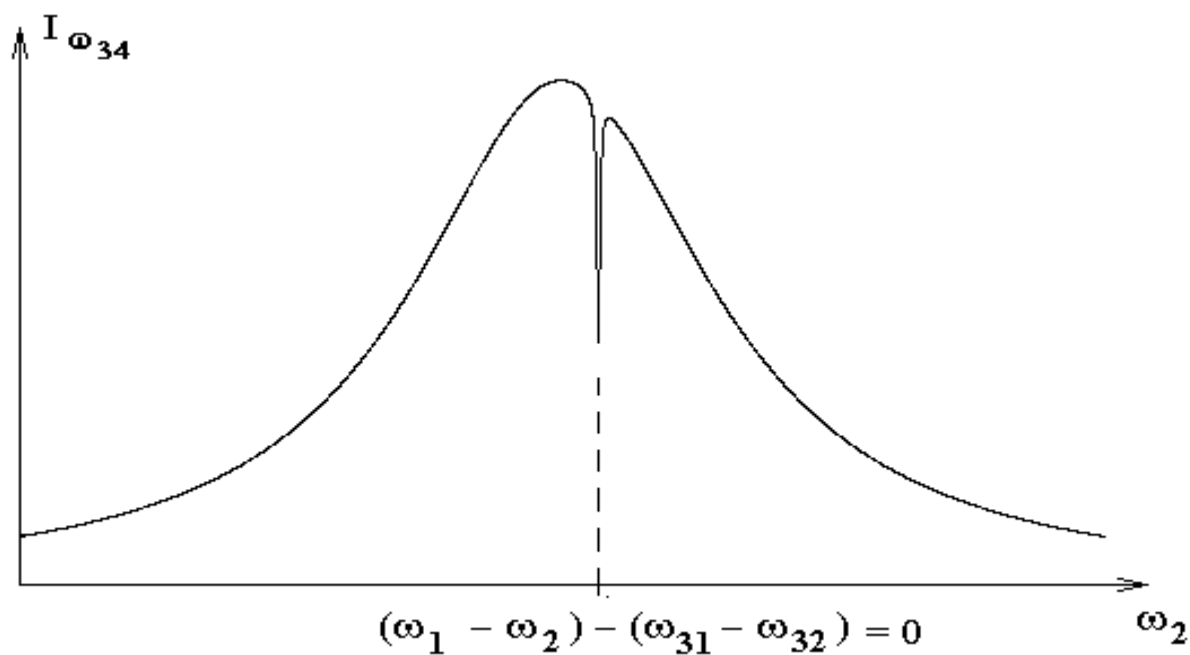
На правом нижеследующем рисунке приведена схема V уровней энергии лазера без инверсии, в которой генерация лазера без инверсии затруднена по сравнению с двумя предыдущими схемами уровней энергии. Сильное световое поле на переходе 1-2 затрудняет поглощение света с уровня 1 на уровень 3. В результате некогерентное заселение уровня 3 позволяет получить усиление света (и лазерную генерацию без инверсии) на переходе 3-1. В этой схеме уровней доплеровский сдвиг частоты ничем не компенсируется, поэтому в слабом поле в создании когерентности уровней 1 и 2 будет участвовать малая часть молекул с определенной проекцией скорости на луч. При этом усиление на переходе ω_{31} невозможно. Ситуация изменится, и возникнет усиление на переходе ω_{31} , если поле на частоте ω_{21} будет очень сильным $R > kU$. То есть генерация лазера без инверсии в этой схеме уровней возможна только при условии очень сильного поля на частоте ω_{21} .



Остановка света.

При наблюдении СРТ-резонанса (рисунок ниже) зависимость мощности излучения на переходе 3-4 от частоты ω_2 пропорциональна зависимости коэффициента поглощения света с уровня 2 на частоте ω_2 . Дисперсионные соотношения Крамерса — Кронига определяют частотную зависимость показателя преломления среды соответствующую частотной зависимости коэффициента поглощения.





В результате в частотной области очень узкого резонанса производная $\frac{dn}{d\omega}$ оказывается очень большой положительной величиной. Эта производная

определяет групповую скорость света $V_{gp} = \frac{c}{n + \frac{dn}{d\omega}\omega}$, которая в узкой полосе

частот СРТ-резонанса становится очень малой величиной, достигая десятков метров в секунду. Это явление и называют остановкой света.

Нестационарная нелинейная лазерная спектроскопия.
Оптические уравнения Блоха.

Уравнения Блоха были перенесены в оптику из теории ядерного магнитного резонанса (ЯМР).

Уравнения Блоха удобны для качественного "на пальцах" рассмотрения нестационарных оптических явлений в двухуровневой среде.

Рассмотрим уравнения для матрицы плотности двухуровневой системы в приближении вращающейся волны:

$$\begin{cases} \dot{\rho}_{11} + \gamma_1 \rho_{11} = \gamma_1 \rho_{11}^0 - i \frac{R}{2} (\tilde{\rho}_{12} - \tilde{\rho}_{21}) \\ \dot{\rho}_{22} + \gamma_2 \rho_{22} = \gamma_2 \rho_{22}^0 + i \frac{R}{2} (\tilde{\rho}_{12} - \tilde{\rho}_{21}) \\ \dot{\tilde{\rho}}_{21} - i\Omega \tilde{\rho}_{21} + \Gamma \tilde{\rho}_{21} = i \frac{R}{2} (\rho_{11} - \rho_{22}) \end{cases}$$

Пронумеруем эти уравнения, как уравнения (1), (2), (3).

Напомним, что в этих уравнениях $\Omega = \omega - kV_z - \omega_{21}$ — расстройка частоты светового поля относительно частоты перехода в системе отсчета молекулы; $\tilde{\rho}_{21}$ — амплитуда недиагонального элемента матрицы плотности, а сам недиагональный элемент связан с амплитудой соотношением $\rho_{21} = \tilde{\rho}_{21} e^{-i\varphi}$, где $\varphi = \omega t - kz + \varphi_0 = \omega' t + \varphi_0$ — фаза световой волны; $\tilde{\rho}_{12} = \tilde{\rho}_{21}^*$; $R = \frac{p\mathcal{E}_0}{\hbar}$ — частота Раби; $p = \int \psi_1^* (\vec{p}, \vec{e}) \psi_2 \cdot d\vec{r}$ — дипольный момент перехода (недиагональный матричный элемент проекции дипольного момента перехода на единичный вектор поляризации световой волны); $\vec{p} = \sum_i q_i \vec{r}_i$ — дипольный момент. Напомним, что в системе отсчета молекулы частота света сдвинута эффектом Доплера $\omega' = \omega - kV_z$.

От двух вещественных переменных ρ_{11} , ρ_{22} и одной комплексной переменной $\tilde{\rho}_{21}$ перейдем к 4-м новым вещественным переменным: B_1, B_2, B_3, B_4 .

Новые переменные определяются следующими уравнениями:

$$\begin{cases} 2\tilde{\rho}_{21} = B_1 - iB_2 \\ \rho_{22} - \rho_{11} = B_3 \\ \rho_{11} + \rho_{22} = B_4 \end{cases}$$

Будем считать, что новые переменные, как и старые не содержат множителя N_{0V_z} — распределения концентрации молекул по проекции скорости на луч.

Дифференциальные уравнения для новых переменных получаются из уравнений (1), (2), (3) для элементов матрицы плотности путем выполнения следующих операций:

$$\left\{ \begin{array}{l} 2\text{Re}(3) \\ -2\text{Im}(3) \\ (2)-(1) \\ (1)+(2) \end{array} \right. \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \dot{B}_1 + \Gamma B_1 - \Omega B_2 = 0 \\ \dot{B}_2 + \Gamma B_2 + \Omega B_1 - RB_3 = 0 \\ \dot{B}_3 + \gamma B_3 + \gamma' B_4 + RB_2 = \gamma B_3^0 \\ \dot{B}_4 + \gamma B_4 + \gamma' B_3 = \gamma B_4^0 \end{array} \right. ,$$

где для краткости введены следующие обозначения:

$$\left\{ \begin{array}{l} \gamma \equiv \frac{\gamma_1 + \gamma_2}{2} \\ \gamma' \equiv \frac{\gamma_2 - \gamma_1}{2} \\ \gamma B_3^0 \equiv \gamma_2 \rho_{22}^0 - \gamma_1 \rho_{11}^0 \\ \gamma B_4^0 \equiv \gamma_1 \rho_{11}^0 + \gamma_2 \rho_{22}^0 \end{array} \right. .$$

Далее введем упрощающие предположения, которые позволят дать качественную наглядную интерпретацию нестационарных оптических явлений.

Предположим:

$$\left\{ \begin{array}{l} \Gamma = \frac{\gamma_1 + \gamma_2}{2} \\ \gamma_1 = \gamma_2 \end{array} \right. .$$

Эти предположения более или менее справедливы для ИК молекулярных спектров. Обоснуем, почему так.

С одной стороны $\Gamma = \frac{\gamma_1 + \gamma_2}{2} + \Gamma_{\text{дефазировки}} + \Gamma_{\text{деориентации}}$. А с другой стороны, структура энергетических уровней молекул очень сложная и богатая, поэтому практически любое столкновение молекулы переводит ее с одного уровня энергии на другой. То есть тушащие столкновения происходят для молекул (в отличие от атомов) гораздо чаще, чем дефазирющие и деориентирующие столкновения. Тогда дефазирющими и деориентирующими столкновениями молекул можно пренебречь, и $\Gamma = \frac{\gamma_1 + \gamma_2}{2}$.

Кроме того, для ИК спектра молекул, если верхний и нижний уровни энергии оба возбужденные уровни, то они близки по энергии, поэтому часто оказывается, что $\gamma_1 \approx \gamma_2$.

С учетом принятых приближений получим:

$$\left\{ \begin{array}{l} \gamma_1 = \gamma_2 = \Gamma \equiv \gamma \\ \gamma' = 0 \end{array} \right. .$$

Тогда дифференциальные уравнения для 4-х новых переменных примут следующий вид:

$$\begin{cases} \dot{B}_1 + \gamma B_1 - \Omega B_2 = 0 \\ \dot{B}_2 + \gamma B_2 + \Omega B_1 - RB_3 = 0 \\ \dot{B}_3 + \gamma B_3 + RB_2 = \gamma B_3^0 \\ \dot{B}_4 + \gamma B_4 = \gamma B_4^0 \end{cases} .$$

Заметим, что 4-е уравнение для переменной B_4 оказывается несвязанным ни с другими уравнениями, ни с другими переменными.

Это уравнение

$$\dot{B}_4 + \gamma B_4 = \gamma B_4^0$$

имеет следующее решение:

$$B_4(t) = B_4^0 + A e^{-\gamma t} .$$

Следовательно, после включения накачки переменная $B_4(t)$ стремится к значению B_4^0 независимо от наличия света.

Нас интересует реакция среды на быстрые включения и выключения светового поля. В таком случае можно считать, что накачка была включена задолго до рассматриваемых манипуляций с амплитудой светового поля, и переменная B_4 успела прийти к стационарному значению B_4^0 :

$$B_4(t) = B_4^0 = const .$$

Для остальных трех переменных получаем систему следующих дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} \dot{B}_1 + \gamma B_1 = \Omega B_2 \\ \dot{B}_2 + \gamma B_2 = RB_3 - \Omega B_1 \\ \dot{B}_3 + \gamma B_3 = -RB_2 + \gamma B_3^0 \end{cases} .$$

Рассмотрим некоторое абстрактное трехмерное пространство и введем в рассмотрение в этом пространстве два вектора:

$$\vec{B} \equiv \begin{pmatrix} B_1 \\ B_2 \\ B_3 \end{pmatrix} \text{ — вектор Блоха,}$$

$$\vec{R}_\Omega = \begin{pmatrix} R \\ 0 \\ \Omega \end{pmatrix} .$$

Рассмотрим векторное произведение

$$[\vec{B}, \vec{R}_\Omega] = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ B_1 & B_2 & B_3 \\ R & 0 & \Omega \end{vmatrix} = B_2 \Omega \vec{i} + (B_3 R - B_1 \Omega) \vec{j} - B_2 R \vec{k}.$$

Сравним правую часть полученного равенства с правой частью системы уравнений

$$\begin{cases} \dot{B}_1 + \gamma B_1 = \Omega B_2 \\ \dot{B}_2 + \gamma B_2 = R B_3 - \Omega B_1 \\ \dot{B}_3 + \gamma B_3 = -R B_2 + \gamma B_3^0 \end{cases}$$

и получим:

$$\dot{\vec{B}} + \gamma \vec{B} = [\vec{B}, \vec{R}_\Omega] + \gamma \vec{B}^0$$

— дифференциальное уравнение для вектора Блоха. Здесь введено обозначение:

$$\gamma \vec{B}^0 \equiv \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \gamma B_3^0 \end{pmatrix} \equiv \gamma \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \rho_{22}^0 - \rho_{11}^0 \end{pmatrix}$$

— разность накачек заселенностей уровней 2 и 1.

Физический смысл компонент вектора Блоха.

Начнем с третьей компоненты вектора Блоха:

$B_3 \equiv \rho_{22} - \rho_{11}$ — разность вероятностей обнаружить молекулу на верхнем и на нижнем уровнях энергии.

Если вектор Блоха направлен вверх $B_3 = 1$, то молекула находится на верхнем уровне энергии. Если вектор Блоха направлен вниз $B_3 = -1$, то молекула находится на нижнем уровне энергии. То есть вертикальная проекция вектора Блоха показывает, в какой мере молекула находится на верхнем или на нижнем уровне энергии. Третья компонента вектора Блоха — это инверсия среды в том смысле, что $B_3 = +1$ соответствует полностью инвертированной среде, а $B_3 = -1$ соответствует полностью не инвертированной среде, когда заселенность верхнего уровня равна нулю.

Рассмотрим теперь две первых компоненты вектора Блоха B_1, B_2 . Эти компоненты имеют два наглядных физических смысла.

Первый смысл связан с поляризацией среды. Рассмотрим распределение поляризации по лучевой скорости молекул:

$$\begin{aligned}
P_{V_z} &= N_{0V_z} \cdot \langle p(V_z) \rangle = N_{0V_z} \cdot Sp(\hat{\rho}(V_z) \hat{p}) = \\
&= N_{0V_z} \cdot Sp\left(\begin{pmatrix} \rho_{11}(V_z) & \rho_{12}(V_z) \\ \rho_{21}(V_z) & \rho_{22}(V_z) \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 0 & p \\ p & 0 \end{pmatrix}\right) = N_{0V_z} \cdot p \cdot (\rho_{12}(V_z) + \rho_{21}(V_z)) = \\
&= N_{0V_z} p \cdot 2 \operatorname{Re}(\rho_{21}(V_z)) = N_{0V_z} p \cdot 2 \operatorname{Re}(\tilde{\rho}_{21}(V_z) e^{-i\varphi}) = \\
&= p N_{0V_z} (2 \operatorname{Re}(\tilde{\rho}_{21}) \cdot \cos(\varphi) + 2 \operatorname{Im}(\tilde{\rho}_{21}) \cdot \sin(\varphi)) = \\
&= p N_{0V_z} (B_1 \cos(\varphi) - B_2 \sin(\varphi)), \text{ где } \varphi \text{ — фаза световой волны.}
\end{aligned}$$

Две горизонтальные проекции вектора Блоха B_1 и B_2 можно выразить через горизонтальную составляющую вектора Блоха $B_{\perp} = \sqrt{B_1^2 + B_2^2}$ и угол поворота α в горизонтальной плоскости составляющей вектора Блоха \vec{B}_{\perp} относительно первой оси:

$$\begin{cases} B_1 = B_{\perp} \cos(\alpha) \\ B_2 = B_{\perp} \sin(\alpha) \end{cases}$$

Тогда

$$\begin{aligned}
P_{V_z} &= p N_{0V_z} (B_1 \cos(\varphi) - B_2 \sin(\varphi)) = \\
&= p N_{0V_z} B_{\perp} (\cos(\alpha) \cdot \cos(\varphi) - \sin(\alpha) \cdot \sin(\varphi)) = \\
&= p N_{0V_z} B_{\perp} \cos(\alpha + \varphi). \quad \Rightarrow
\end{aligned}$$

$$P_{V_z} = p N_{0V_z} B_{\perp} \cos(\alpha + \varphi)$$

Из этого равенства следует 1-й смысл первых двух компонент вектора Блоха.

Длина составляющей вектора Блоха в плоскости (1, 2) B_{\perp} определяет амплитуду поляризации среды, а угол поворота α вектора Блоха относительно оси 1 в плоскости (1, 2) равен фазовому сдвигу α поляризации относительно фазы световой волны φ .

Второй смысл двух первых компонент вектора Блоха определяется их связью с коэффициентом поглощения среды и показателем преломления среды.

Из 4-х следующих систем

$$\begin{cases} n - n_0 = \frac{2\pi}{n_0} \chi' \\ \kappa = \frac{4\pi\omega}{n_0 c} \chi'' \end{cases} \quad \begin{cases} P_c = \chi' \mathcal{E}_0 \\ P_s = \chi'' \mathcal{E}_0 \end{cases} \quad \begin{cases} P_c = \int_{-\infty}^{+\infty} P_{cV_z} dV_z \\ P_s = \int_{-\infty}^{+\infty} P_{sV_z} dV_z \end{cases} \quad \begin{cases} P_{cV_z} = p N_{0V_z} B_1(V_z) \\ P_{sV_z} = -p N_{0V_z} B_2(V_z) \end{cases}$$

получаем

$$\left\{ \begin{array}{l} n - n_0 = \frac{2\pi}{n_0} \cdot p \cdot \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{B_1(V_z)}{\mathcal{E}_0} N_{0V_z} dV_z \\ \mathfrak{N} = -\frac{4\pi\omega}{n_0 c} \cdot p \cdot \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{B_2(V_z)}{\mathcal{E}_0} N_{0V_z} dV_z \end{array} \right. .$$

Отсюда следует второй смысл двух первых компонент вектора Блоха. Компонента B_1 определяет добавку к показателю преломления среды. Компонента B_2 определяет усиление среды ($-\mathfrak{N}$).