

Качественный вид решений уравнений Блоха.

Сначала максимально упростим уравнения Блоха и рассмотрим решения этих упрощенных уравнений. Затем поэтапно будем возвращаться к рассмотрению настоящих уравнений Блоха, и будем следить, как при этом изменяются их решения.

Для начала рассмотрим уравнения Блоха

$$\dot{\vec{B}} + \gamma \vec{B} = [\vec{B}, \vec{R}_\Omega] + \gamma \vec{B}^0$$

без накачки $\vec{B}^0 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \rho_{22}^0 - \rho_{11}^0 \end{pmatrix} = 0$ и без затухания $\gamma = 0$. Тогда уравнения Блоха

примут следующий вид:

$$\dot{\vec{B}} = [\vec{B}, \vec{R}_\Omega],$$

где $\vec{R}_\Omega = \begin{pmatrix} R \\ 0 \\ \Omega \end{pmatrix}$, $R = \frac{p\mathcal{E}_0}{\hbar}$ — частота Раби, $\Omega = \omega' - \omega_{21}$ — расстройка частоты

светового поля ω' в системе отсчета молекулы относительно частоты перехода ω_{21} .

Сравним уравнения Блоха без накачки и затухания с уравнением вращения твердого тела вокруг фиксированной оси.

Если начало координат расположено на оси вращения, то

$\vec{V} = [\vec{\omega}, \vec{r}]$, где \vec{V} — скорость произвольной точки твердого тела с радиус-вектором \vec{r} при вращении твердого тела с угловой скоростью $\vec{\omega}$.

Скорость — это производная от радиус-вектора по времени, тогда

$$\dot{\vec{r}} = [\vec{\omega}, \vec{r}].$$

Сравним последнее уравнение с уравнением для вектора Блоха

$$\dot{\vec{B}} = [-\vec{R}_\Omega, \vec{B}].$$

В результате сравнения приходим к выводу, что вектор Блоха \vec{B} вращается с угловой скоростью $(-\vec{R}_\Omega)$, или вектор Блоха вращается вокруг вектора \vec{R}_Ω в левую сторону.

Рассмотрим это вращение.

Пусть в начальный момент времени молекула находилась на уровне 1, тогда

$$\rho_{11} = 1 \quad \Rightarrow \quad \rho_{22} = \left\langle a_2^* a_2 \right\rangle_{\text{по молекулам}} = 0 \quad \Rightarrow \quad a_2 = 0$$

$$\rho_{21} \equiv \left\langle a_1^* a_2 e^{-i\omega_{21}t} \right\rangle_{\text{по молекулам}} = 0 \Rightarrow$$

$$\begin{cases} B_1 \equiv 2 \operatorname{Re} \tilde{\rho}_{21} = 0 \\ B_2 \equiv -2 \operatorname{Im} \tilde{\rho}_{21} = 0 \\ B_3 \equiv \rho_{22} - \rho_{11} = -1 \end{cases} \Rightarrow \quad \vec{B}(0) = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}$$

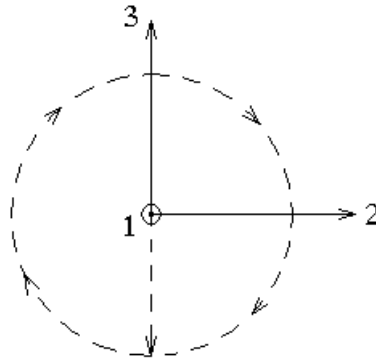
— вектор Блоха смотрит вниз в начальный момент времени. Можно показать, что конец вектора Блоха не выходит за пределы сферы единичного радиуса.

Пусть еще и расстройка частоты света в системе отсчета молекулы относительно частоты перехода равна нулю $\Omega = 0$. Тогда

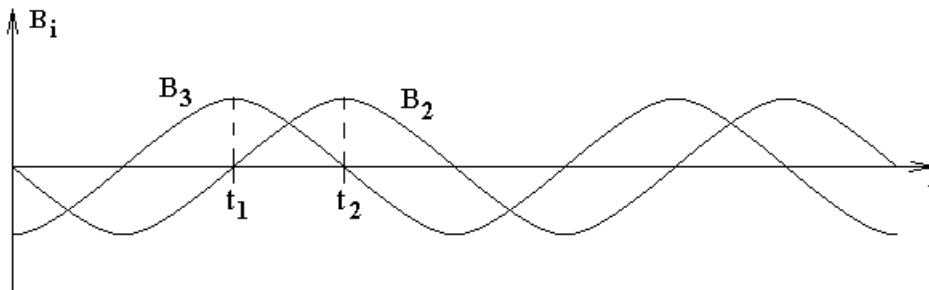
$$\vec{R}_\Omega \equiv \begin{pmatrix} R \\ 0 \\ \Omega \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} R \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \text{ — вектор, вокруг которого вектор Блоха вращается в}$$

левую сторону, направлен вдоль оси 1.

Тогда конец вектора Блоха \vec{B} движется по окружности в плоскости 2,3, как это показано на рисунке:



Рассмотрим соответствующее этому вращению изменение во времени второй и третьей компонент вектора Блоха B_2, B_3 .



Оказывается, что наличие инверсии заселенностей среды B_3 вовсе не означает, что среда имеет усиление B_2 . Так например, в момент времени t_1 инверсия максимальна $B_3 = 1$, а усиления нет $B_2 = 0$. И, наоборот, в момент времени t_2 инверсии нет $B_3 = 0$, а усиление максимально $B_2 = 1$.

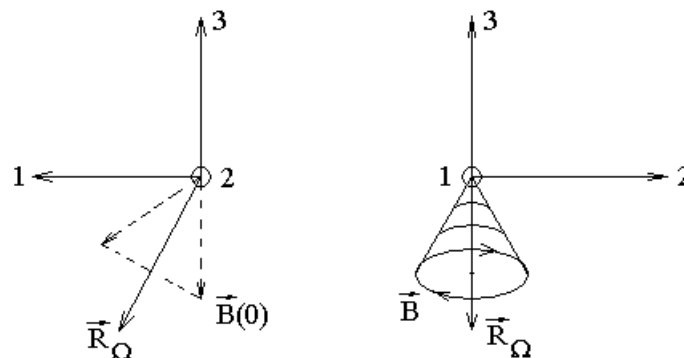
Поясним, почему так происходит. В момент времени t_2 инверсия быстрее всего убывает, то есть молекулы переходят из верхнего состояния в нижнее состояние. Энергия, которую теряют молекулы, расходуется на усиление света. Поэтому усиление максимально, когда инверсия быстрее всего убывает, а не когда инверсия максимальна. Это справедливо только в нестационарном случае, а в стационарном же или квазистационарном случае, когда изменения амплитуды светового поля малы за время $\frac{1}{R}$, усиление среды \propto пропорционально инверсии $(N_2 - N_1) \sim (\rho_{22} - \rho_{11}) = B_3$.

Частота осцилляций инверсии и усиления R_Ω равна частоте Раби $R_\Omega = R = \frac{p\mathcal{E}_0}{\hbar}$. С этой частотой молекула переходит с нижнего уровня энергии на верхний уровень и обратно.

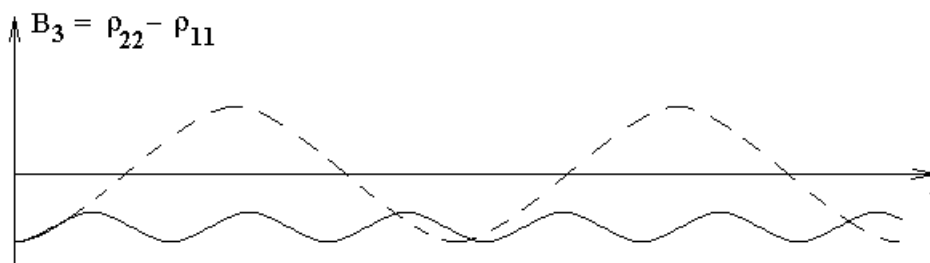
Пусть теперь расстройка Ω отлична от нуля. Тогда

$$\vec{R}_\Omega = \begin{pmatrix} R \\ 0 \\ \Omega \end{pmatrix}.$$

И пусть для определенности расстройка отрицательная $\Omega < 0$. Изобразим вектор \vec{R}_Ω и покажем, как вокруг него вращается вектор Блоха.



Рассмотрим соответствующее этому вращению вектора Блоха изменение во времени инверсии среды — третьей компоненты вектора Блоха.



Здесь пунктирная линия — изменение инверсии при нулевой расстройке частоты света относительно частоты перехода $\Omega = 0$, сплошная линия — отличная от нуля расстройка $\Omega \neq 0$. При $\Omega \neq 0$ частота осцилляций становится больше $|R_\Omega| = \sqrt{R^2 + \Omega^2}$, а амплитуда — меньше.

При резком включении светового поля возникают осцилляции инверсии среды с частотой Раби. Осцилляции постепенно затухают.

Рассмотрим теперь уравнения Блоха с учетом затухания $\gamma \neq 0$:

$$\dot{\vec{B}} + \gamma \vec{B} = [\vec{B}, \vec{R}_\Omega].$$

При вращении твердого тела $\vec{V} = [\vec{\omega}, \vec{r}]$, где \vec{V} — скорость любой точки, которая неподвижна относительно тела $\vec{V}' = 0$. Если относительно твердого тела точка движется $\vec{V}' \neq 0$, то в неподвижной системе координат скорость относительно твердого тела \vec{V}' и скорость точки самого твердого тела $[\vec{\omega}, \vec{r}]$ складываются:

$$\vec{V} = \vec{V}' + [\vec{\omega}, \vec{r}] \quad \Rightarrow \quad \frac{d\vec{r}}{dt} = \frac{d'\vec{r}}{dt} + [\vec{\omega}, \vec{r}],$$

где $\frac{d'\vec{r}}{dt}$ — производная по времени во вращающейся системе координат.

Аналогично связаны друг с другом производные по времени для любого вектора \vec{A} в неподвижной и вращающейся системах координат:

$$\frac{d\vec{A}}{dt} = \frac{d'\vec{A}}{dt} + [\vec{\omega}, \vec{A}].$$

Обсудим, чем отличаются производные по времени в неподвижной и вращающейся системах координат: $\frac{d\vec{A}}{dt}$ и $\frac{d'\vec{A}}{dt}$.

Вектор $\frac{d\vec{A}}{dt}$ в проекциях на неподвижные оси (оси координат неподвижной системы координат) имеет три компоненты равные производным

по времени от соответствующих проекций: $\frac{d\vec{A}}{dt} = \begin{pmatrix} \dot{A}_x \\ \dot{A}_y \\ \dot{A}_z \end{pmatrix}$.

Аналогично вектор $\frac{d'\vec{A}}{dt}$ в проекциях на вращающиеся оси координат

имеет вид $\frac{d'\vec{A}}{dt} = \begin{pmatrix} \dot{A}_{x'} \\ \dot{A}_{y'} \\ \dot{A}_{z'} \end{pmatrix}$ вектора, состоящего из трех компонент, равных

производным по времени от соответствующих проекций на вращающиеся оси координат.

Производную по времени во вращающейся системе координат от произвольного вектора \vec{A}

$$\frac{d'\vec{A}}{dt} = \frac{d\vec{A}}{dt} - [\vec{\omega}, \vec{A}]$$

сравним с двумя первыми слагаемыми уравнения для вектора Блоха, переписанного в следующей форме:

$$\dot{\vec{B}} - [-\vec{R}_\Omega, \vec{B}] + \gamma \vec{B} = 0.$$

Из сравнения следует, что два первых слагаемых можно представить, как производную от вектора Блоха по времени в системе координат, которая вращается с угловой скоростью $(-\vec{R}_\Omega)$:

$$\dot{\vec{B}} - [-\vec{R}_\Omega, \vec{B}] = \frac{d'\vec{B}}{dt}.$$

Тогда в этой вращающейся системе координат уравнение для вектора Блоха примет вид:

$$\frac{d'\vec{B}}{dt} + \gamma \vec{B} = 0.$$

Решение этого уравнения экспоненциально затухает во времени:

$$\vec{B}_{зам}(t) = \vec{B}(0) \cdot e^{-\gamma t}.$$

Тогда решение для вектора Блоха в неподвижной системе координат — это вектор, вращающийся с угловой скоростью $(-\vec{R}_\Omega)$ и одновременно укорачивающийся пропорционально экспоненте $e^{-\gamma t}$.

Учтем теперь и накачку $\gamma \vec{B}^0$ в уравнении для вектора Блоха:

$$\dot{\vec{B}} + \gamma \vec{B} - [\vec{B}, \vec{R}_\Omega] = \gamma \vec{B}^0.$$

Общее решение этого неоднородного уравнения равно сумме общего решения однородного уравнения и частного решения неоднородного уравнения.

Общее решение однородного уравнения мы только что обсудили. Это решение уравнения Блоха без накачки.

Ищем частное решение неоднородного уравнения в виде векторной константы. Это так называемое стационарное решение:

$$\vec{B}_{стат}(t) = \overrightarrow{const} \quad \Rightarrow \quad \dot{\vec{B}}_{стат} = 0.$$

Тогда уравнение для стационарной части вектора Блоха примет следующий вид:

$$\gamma \vec{B}_{стат} = [\vec{B}_{стат}, \vec{R}_\Omega] + \gamma \vec{B}^0.$$

Это три линейных уравнения для трех неизвестных проекций вектора Блоха. Три линейных уравнения с тремя неизвестными можно решить в общем виде:

$$\begin{cases} B_{1стац} = \frac{R\Omega(\rho_{22}^0 - \rho_{11}^0)}{\gamma^2 + R^2 + \Omega^2} \\ B_{2стац} = \frac{\gamma R(\rho_{22}^0 - \rho_{11}^0)}{\gamma^2 + R^2 + \Omega^2} \\ B_{3стац} = \frac{(\gamma^2 + \Omega^2)(\rho_{22}^0 - \rho_{11}^0)}{\gamma^2 + R^2 + \Omega^2} \end{cases} .$$

Общее решение неоднородного уравнения для вектора Блоха имеет решение в следующем виде:

$$\vec{B}(t) = \vec{B}_{стац} + \vec{B}_{зат}(t).$$

Динамический Штарк-эффект или эффект Штарка в поле световой волны или одетый атом.

(эффект может быть рассмотрен аналогично сдвигу Блоха — Зигерта)

Динамический эффект Штарка состоит в том, что уровни энергии атома или молекулы расщепляются и сдвигаются в световом поле. Проявляется расщепление уровней в том, что атом, находясь в сильном световом поле, имеет для еще одного пробного светового поля три линии поглощения вместо одной.

Атом находится в двух световых полях в общем случае разной частоты. При этом два световых поля складываются то синфазно, то противофазно. В результате атом оказывается в световом поле, амплитуда которого испытывает биения на разностной частоте двух полей. То есть, атом находится в нестационарном световом поле.

Покажем, что атом в нестационарном световом поле имеет три линии поглощения вместо одной линии.

Проведем рассмотрение с помощью вектора Блоха.

Две первых компоненты вектора Блоха связаны с поляризацией среды:

$$P_{V_z} = pN_{0V_z} (B_1(V_z) \cdot \cos(\varphi) - B_2(V_z) \cdot \sin(\varphi)),$$

где $\varphi = \omega't + \varphi_0 = (\omega - kV_z)t + \varphi_0$ — фаза световой волны в системе отсчета молекулы (вообще то, фаза — скаляр по группе Лоренца).

Рассмотрим вектор Блоха без затухания и накачки: $\dot{\vec{B}} = [-\vec{R}_\Omega, \vec{B}]$. Вектор

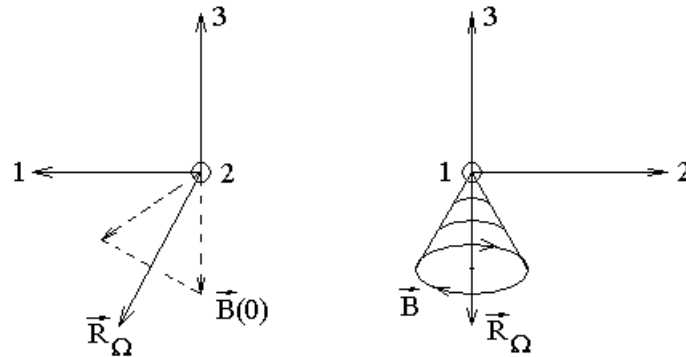
Блоха \vec{B} вращается вокруг вектора $(-\vec{R}_\Omega)$, где $\vec{R}_\Omega = \begin{pmatrix} R \\ 0 \\ \Omega \end{pmatrix}$.

Тогда первые две компоненты B_1 и B_2 вектора Блоха \vec{B} , входящие в выражение для поляризации P_{V_z} , осциллируют с частотой $R_\Omega = \sqrt{R^2 + \Omega^2}$.

Рассмотрим вращение вектора Блоха для атомов (или молекул), которые в начальный момент времени находятся на нижнем уровне энергии. Тогда в нулевой момент времени вероятность обнаружить атом на нижнем уровне энергии равна единице $\rho_{11}(0) = 1$, и вектор Блоха в нулевой момент времени

направлен вертикально вниз $\vec{B}(0) = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}$.

Вращение вектора Блоха вокруг вектора \vec{R}_Ω в левую сторону изображено на нижеследующем рисунке для случая $\Omega < 0$:



Из рисунка видно, что

$$\begin{cases} B_1 = B_{10} - B_{10} \cdot \cos(R_\Omega t) \\ B_2 = -B_{20} \cdot \sin(R_\Omega t) \end{cases}.$$

Подставим B_1 и B_2 в уравнение

$$P_{V_z} = pN_{0V_z} (B_1(V_z) \cdot \cos(\varphi) - B_2(V_z) \cdot \sin(\varphi)), \text{ где } \varphi = \omega't + \varphi_0.$$

Выберем начало отсчета времени так, чтобы $\varphi_0 = 0$ и $\varphi = \omega't$:

$$\begin{aligned} P_{V_z} &= pN_{0V_z} \left((B_{10} - B_{10} \cos(R_\Omega t)) \cdot \cos(\omega't) + B_{20} \sin(R_\Omega t) \cdot \sin(\omega't) \right) = \\ &= pN_{0V_z} \left(B_{10} \cos(\omega't) - \frac{B_{10}}{2} \cos((\omega' + R_\Omega)t) - \frac{B_{10}}{2} \cos((\omega' - R_\Omega)t) \right) + \\ &+ pN_{0V_z} \left(\frac{B_{20}}{2} \cos((\omega' - R_\Omega)t) - \frac{B_{20}}{2} \cos((\omega' + R_\Omega)t) \right) = \\ &= pN_{0V_z} B_{10} \cos(\omega't) - pN_{0V_z} \frac{B_{10} + B_{20}}{2} \cos((\omega' + R_\Omega)t) + pN_{0V_z} \frac{B_{20} - B_{10}}{2} \cos((\omega' - R_\Omega)t) \end{aligned}$$

Следовательно, поляризация P_{V_z} состоит из трех слагаемых, которые осциллируют на частотах ω' , $\omega' + R_\Omega$ и $\omega' - R_\Omega$. Здесь $\omega' = \omega - kV_z$ — частота света в системе отсчета атома.

Поляризация — это объемная плотность дипольного момента. Осциллирующие диполи среды излучают свет на тех же трех частотах.

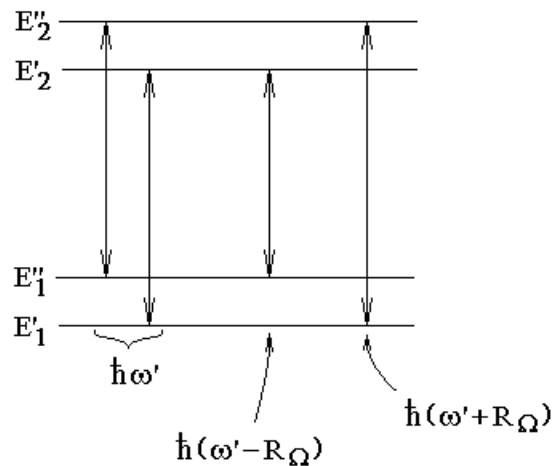
Пусть через такую среду проходит еще одна пробная световая волна. Если частота пробной волны совпадает с одной из трех частот излучения диполей среды, то волна излученная диполями интерферирует с пробной волной.

В результате интерференции изменяется амплитуда пробной волны. То есть пробная волна поглощается или усиливается средой.

Следовательно, среда имеет три линии поглощения для пробной световой волны с частотами ω' , $\omega' + R_\Omega$ и $\omega' - R_\Omega$. В этом и состоит динамический эффект Штарка.

Рассуждения проведены для случая $\Omega < 0$, когда получаем $B_{10} > 0$ и $B_{20} > 0$. Если $\Omega > 0$, то $B_{10} < 0$, но $B_{20} > 0$.

Для описания трех линий поглощения нужно не менее 4-х уровней энергии. Схема уровней энергии приведена ниже на рисунке.



Чтобы линий поглощения было только три необходимо, чтобы расщепление двух верхних подуровней энергии было бы равно расщеплению двух нижних подуровней.

Из рисунка видно, что энергии уровней связаны с частотами переходов следующими соотношениями:

$$\begin{cases} E''_2 - E'_1 = \hbar\omega' \\ E'_2 - E''_1 = \hbar(\omega' - R_\Omega) \\ E''_2 - E'_1 = \hbar(\omega' + R_\Omega) \end{cases}$$

Уравнение для четвертого возможного перехода не является линейно независимым по отношению к трем предыдущим уравнениям.

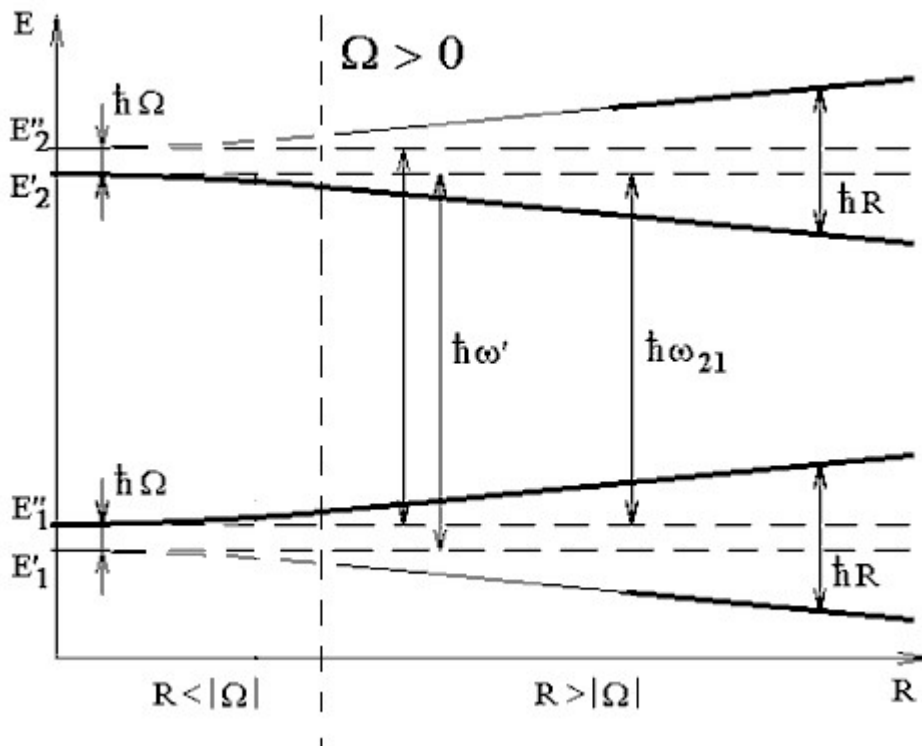
В качестве четвертого уравнения для 4-х неизвестных энергий потребуем из симметрии задачи сохранения центра тяжести 4-х уровней энергии:

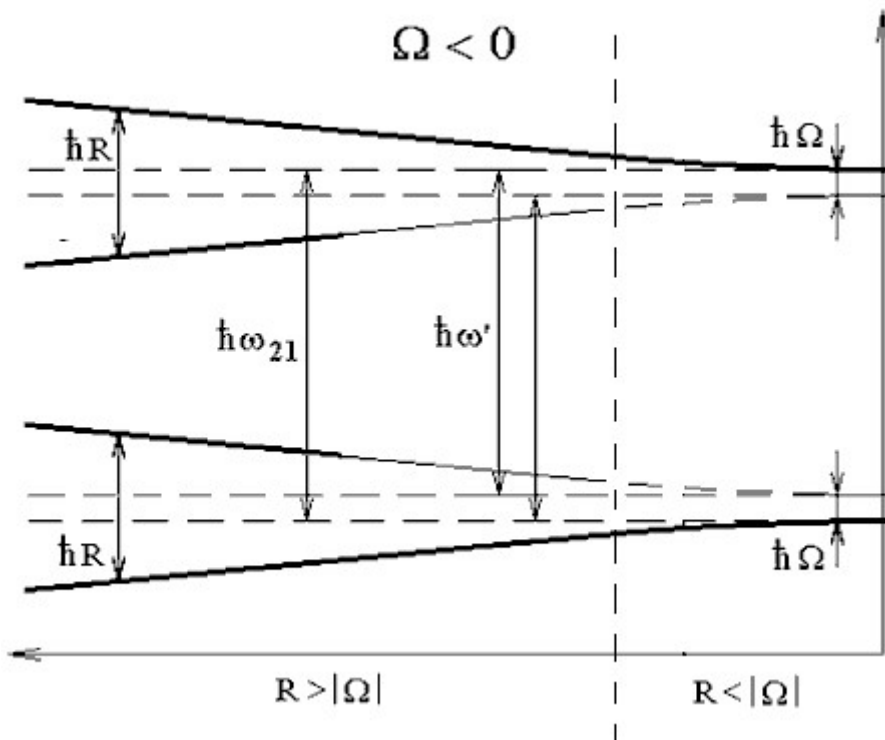
$$\frac{E'_1 + E''_1 + E'_2 + E''_2}{4} = \frac{E'_1 + E'_2}{2}$$

Решаем систему из 4-х уравнений и получаем энергии уровней:

$$\left\{ \begin{array}{l} E_1' = E_1 - \frac{\hbar\Omega}{2} - \frac{\hbar R_\Omega}{2} \\ E_1'' = E_1 - \frac{\hbar\Omega}{2} + \frac{\hbar R_\Omega}{2} \\ E_2' = E_2 + \frac{\hbar\Omega}{2} - \frac{\hbar R_\Omega}{2} \\ E_2'' = E_2 + \frac{\hbar\Omega}{2} + \frac{\hbar R_\Omega}{2} \end{array} \right., \text{ где } \left\{ \begin{array}{l} \Omega = \omega - kV_z - \omega_{21} = \omega' - \omega_{21} \\ R_\Omega = \sqrt{R^2 + \Omega^2} \\ R = \frac{p\mathcal{E}_0}{\hbar} \end{array} \right.$$

Поведение уровней энергии в зависимости от частоты Раби R , которая пропорциональна амплитуде светового поля \mathcal{E}_0 , приведено на нижеследующих рисунках.





Верхний рисунок относится к случаю положительной расстройки частоты света относительно частоты перехода $\Omega > 0$, а нижний рисунок — к случаю отрицательной расстройки $\Omega < 0$. Жирными линиями в области слабого поля $R < |\Omega|$ показаны исходные уровни энергии, которые были и без светового поля.

Рассмотрим подробнее верхний рисунок, где $\Omega = \omega' - \omega_{21} > 0$.

Левая область графиков верхнего рисунка $R < |\Omega|$ — это область слабого поля или нерезонансная область.

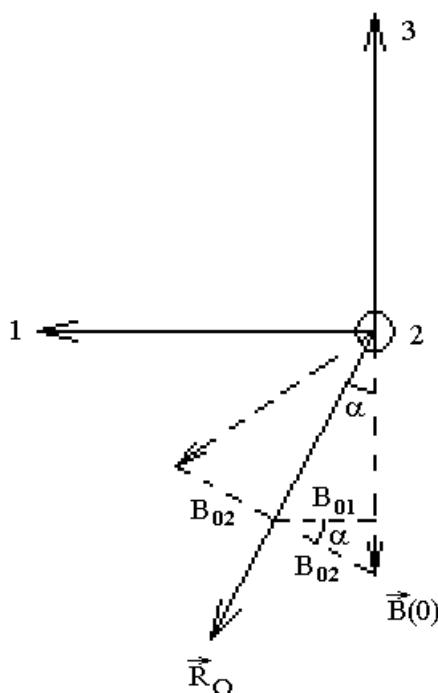
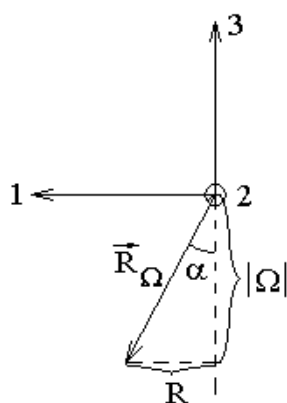
Правая область графиков $R > |\Omega|$ верхнего рисунка — это область сильного поля или резонансная область.

Заметим, что исходные уровни энергии E_1'' и E_2' в случае $\Omega > 0$ приближаются друг к другу при увеличении светового поля. Если же $\Omega < 0$, то исходными уровнями будут уровни E_1' и E_2'' , и они будут удаляться друг от друга с увеличением поля световой волны. То есть концы вертикальной стрелки энергии светового поля отталкивают от себя уровни энергии перехода. Если вертикальная стрелка светового поля длиннее перехода между уровнями, то уровни сближаются, если короче — разбегаются.

Обсудим теперь правила отбора.

Обозначим угловой радиус при вершине конуса за α , тогда $\operatorname{tg}(\alpha) = \left| \frac{R}{\Omega} \right|$,

как это видно из нижеследующего рисунка.



Радиус в основании конуса равен B_{20} :

$$B_{20} = B(0) \cdot \sin(\alpha) = \sin(\alpha) = \operatorname{tg}(\alpha) \cdot \cos(\alpha) = \frac{\operatorname{tg}(\alpha)}{\sqrt{1 + \operatorname{tg}^2(\alpha)}} = \frac{\frac{R}{|\Omega|}}{\sqrt{1 + \frac{R^2}{\Omega^2}}} = \frac{R}{\sqrt{R^2 + \Omega^2}}$$

Из рисунка видно, что $B_{10} = B_{20} \cos(\alpha)$. Тогда

$$B_{10} = B_{20} \cos(\alpha) = B_{20} \frac{1}{\sqrt{1 + \operatorname{tg}^2(\alpha)}} = \frac{R}{\sqrt{R^2 + \Omega^2}} \cdot \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{R^2}{\Omega^2}}} = -\frac{R\Omega}{R^2 + \Omega^2}.$$

Здесь минус появляется, так как на рисунке $\Omega < 0$, а величина $B_{10} > 0$.
 Формулы справедливы и при условии $\Omega > 0$. Далее будет удобнее рассматривать случай $\Omega > 0$.

Напомним, что поляризация содержит колебания на трех частотах:

$$P_{V_z} = pN_{0_{V_z}} B_{10} \cos(\omega' t) - pN_{0_{V_z}} \frac{B_{10} + B_{20}}{2} \cos((\omega' + R_{\Omega})t) + pN_{0_{V_z}} \frac{B_{20} - B_{10}}{2} \cos((\omega' - R_{\Omega})t)$$

Тогда амплитуды на частотах $\begin{cases} \omega' \\ \omega' + R_{\Omega} \\ \omega' - R_{\Omega} \end{cases}$ пропорциональны величинам

$$\begin{cases} B_{10} \\ -\frac{B_{10} + B_{20}}{2} \\ \frac{B_{20} - B_{10}}{2} \end{cases}, \text{ а с учетом } \begin{cases} B_{10} = -\frac{R\Omega}{R^2 + \Omega^2} \\ B_{20} = \frac{R}{\sqrt{R^2 + \Omega^2}} \end{cases} \text{ амплитуды на трех частотах}$$

пропорциональны $\begin{cases} -\frac{R\Omega}{R^2 + \Omega^2} \\ \frac{1}{2} \frac{R\Omega}{R^2 + \Omega^2} - \frac{1}{2} \frac{R}{\sqrt{R^2 + \Omega^2}} \\ \frac{1}{2} \frac{R\Omega}{R^2 + \Omega^2} + \frac{1}{2} \frac{R}{\sqrt{R^2 + \Omega^2}} \end{cases}.$

Чтобы было удобнее проводить анализ формул, введем безразмерную амплитуду светового поля $\xi \equiv \frac{R}{\Omega}$ или частоту Раби, отнесенную к частоте расстройки светового поля $\Omega = \omega' - \omega_{21}$, и для определенности будем считать, что $\Omega > 0$. Тогда амплитуды поляризации на трех частотах пропорциональны величинам:

$$\begin{cases} -\frac{\xi}{1 + \xi^2} \\ \frac{1}{2} \frac{\xi}{1 + \xi^2} - \frac{1}{2} \frac{|\xi|}{\sqrt{1 + \xi^2}} \\ \frac{1}{2} \frac{\xi}{1 + \xi^2} + \frac{1}{2} \frac{|\xi|}{\sqrt{1 + \xi^2}} \end{cases}.$$

Чтобы избавиться от модулей перейдем к рассмотрению трех частот другом в виде:

$$\left\{ \begin{array}{l} \omega' \longrightarrow \omega' \\ \omega' + R_{\Omega} = \omega'^2 + \sqrt{R^2 + \Omega^2} \longrightarrow \omega' + \Omega \sqrt{1 + \frac{R^2}{\Omega^2}} \\ \omega' - R_{\Omega} = \omega'^2 - \sqrt{R^2 + \Omega^2} \longrightarrow \omega' - \Omega \sqrt{1 + \frac{R^2}{\Omega^2}} \end{array} \right.$$

с амплитудами поляризации $\left\{ \begin{array}{l} -\frac{\xi}{1 + \xi^2} \\ \frac{1}{2} \frac{\xi}{1 + \xi^2} - \frac{1}{2} \frac{\xi}{\sqrt{1 + \xi^2}} \\ \frac{1}{2} \frac{\xi}{1 + \xi^2} + \frac{1}{2} \frac{\xi}{\sqrt{1 + \xi^2}} \end{array} \right.$ на этих частотах.

Рассмотрим, что происходит в слабом световом поле при $\xi \rightarrow 0$.

В этом случае все три амплитуды стремятся к нулю. Разделим все три амплитуды на безразмерную амплитуду поля ξ и получим коэффициенты пропорциональные амплитудам колебаний поляризации, но такие, что некоторые коэффициенты при этом не будут стремиться к нулю при $\xi \rightarrow 0$.

Коэффициенты будут равны $\left\{ \begin{array}{l} -\frac{1}{1 + \xi^2} \\ \frac{1}{2} \frac{1}{1 + \xi^2} - \frac{1}{2} \frac{1}{\sqrt{1 + \xi^2}} \\ \frac{1}{2} \frac{1}{1 + \xi^2} + \frac{1}{2} \frac{1}{\sqrt{1 + \xi^2}} \end{array} \right.$ $\xrightarrow{\xi \rightarrow 0} \left\{ \begin{array}{l} -1 \\ 0 \\ +1 \end{array} \right.$.

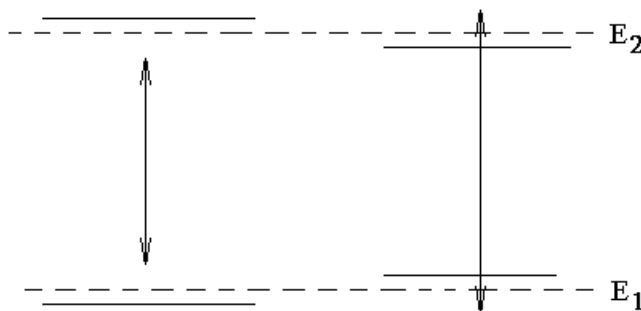
То есть правила отбора оставляют разрешенными только две крайние частоты.

$$\left\{ \begin{array}{l} \omega' \\ \omega' + \Omega \sqrt{1 + \frac{R^2}{\Omega^2}} \approx \omega' + \Omega \\ \omega' - \Omega \sqrt{1 + \frac{R^2}{\Omega^2}} \approx \omega' - \Omega \approx \omega_{21} \end{array} \right.$$

при $\xi \rightarrow 0$. Разрешенные частоты ω' и ω_{21} , где $\omega' = \omega_{21} + \Omega$.

В относительно слабом световом поле для второй пробной световой волны разрешены переходы на частоте первого светового поля ω' и на частоте перехода ω_{21} . Переходы на частоте ω' удобнее рассматривать, не как переходы между новыми уровнями энергии, а как результат интерференции двух световых полей на частоте ω' и результат взаимодействия суммарного поля со средой. То есть, в слабом световом поле переходов с частотой ω' как бы и нет. В слабом поле для второй световой волны остаются только два исходных уровня энергии, слегка сдвинутые световым полем первой волны.

В относительно слабом световом поле можно считать, что новых уровней энергии не возникает, а старые уровни сдвигаются, как бы отталкиваясь от вертикальной стрелки с длиной равной энергии кванта света.



Рассмотрим теперь, правила отбора в сильном световом поле при $\xi \rightarrow \infty$.

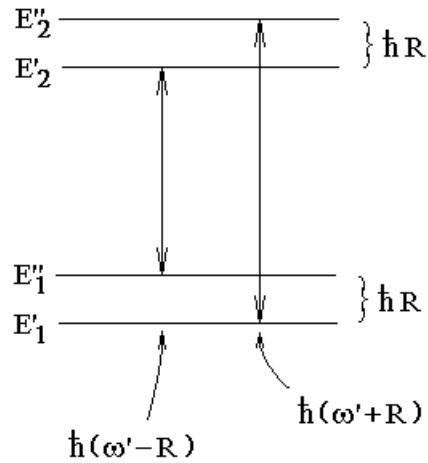
В этом случае нет необходимости делить амплитуды на ξ , так как некоторые из них и так стремятся к ненулевой константе.

$$\text{Амплитуды на частотах } \begin{cases} \omega' \\ \omega' + R_{\Omega} \\ \omega' - R_{\Omega} \end{cases} \text{ равны } \begin{cases} -\frac{\xi}{1 + \xi^2} \\ \frac{1}{2} \frac{\xi}{1 + \xi^2} - \frac{1}{2} \frac{|\xi|}{\sqrt{1 + \xi^2}} \\ \frac{1}{2} \frac{\xi}{1 + \xi^2} + \frac{1}{2} \frac{|\xi|}{\sqrt{1 + \xi^2}} \end{cases} \text{ и стремятся}$$

$$\text{к величинам } \begin{cases} 0 \\ -\frac{1}{2} \\ +\frac{1}{2} \end{cases}, \text{ при } \xi \rightarrow \infty.$$

В сильном световом поле $R_{\Omega} \approx R$.

В сильном световом поле для пробной световой волны разрешены переходы с частотами $\omega' + R$ и $\omega' - R$, где ω' — частота первого светового поля, $\hbar R$ — расщепление уровней энергии первым световым полем. Разрешенные в сильном световом поле переходы указаны на следующем рисунке:



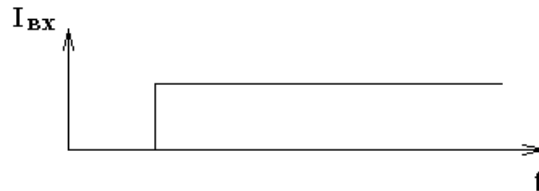
Оптические нутации.

Рассмотрим оптическую схему:



Рассмотрим интенсивность света на выходе кюветы при быстром включении светового поля на входе в кювету.

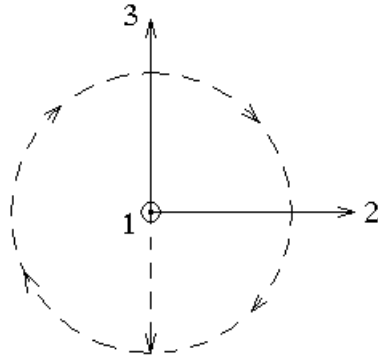
Пусть зависимость интенсивности света на входе в кювету имеет следующий вид:



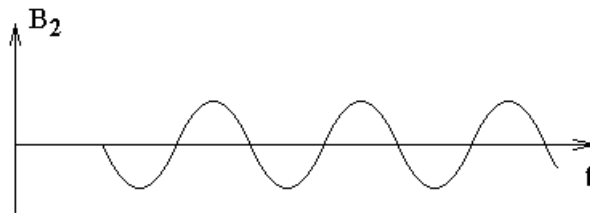
Как при этом выглядит зависимость интенсивности на выходе из кюветы, как функция времени?

Рассмотрим сначала частный случай без затухания и накачки и с нулевой расстройкой частоты светового поля относительно частоты перехода $\Omega = 0$.

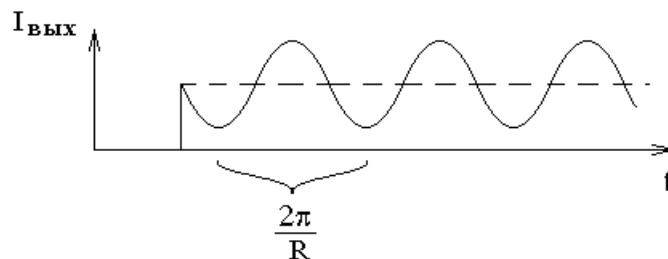
Вектор Блоха вращается вокруг вектора $\vec{R}_\Omega = \begin{pmatrix} R \\ 0 \\ \Omega \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} R \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$:



Такому вращению соответствует следующая зависимость второй координаты вектора Блоха от времени:

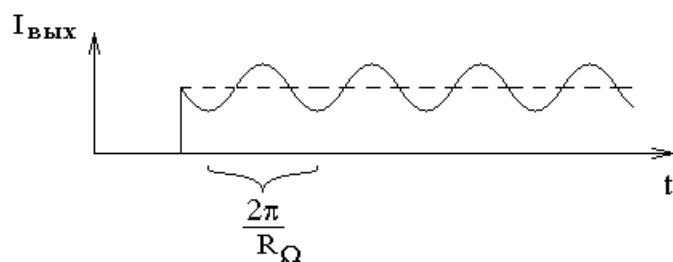


Эта координата отвечает за усиление света средой. Соответственно зависимость интенсивности на выходе из кюветы, как функция времени примет следующий вид:



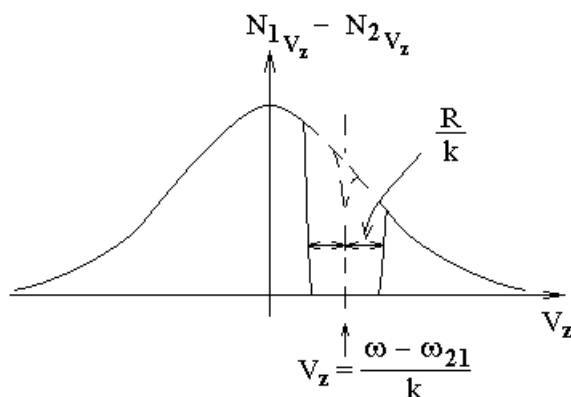
Угловая скорость вращения вектора Блоха и циклическая частота колебаний усиления среды равна R . Тогда период колебаний интенсивности света на выходе из кюветы равен $\frac{2\pi}{R}$.

В случае ненулевой расстройки частоты света относительно частоты перехода $\Omega \neq 0$, как это уже обсуждалось ранее, амплитуда колебаний усиления среды становится меньше, а частота $R_\Omega = \sqrt{R^2 + \Omega^2}$ — больше. Тогда зависимость интенсивности света на выходе из кюветы примет следующий вид:



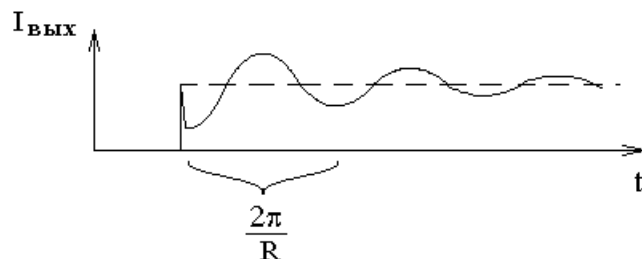
В случае доплеровского уширения спектральной линии $kU \gg \Gamma$ расстройка $\Omega = \omega - kV_z - \omega_{21}$ зависит от лучевой скорости молекул V_z . Синусоиды зависимости усиления света от времени при различных расстройках Ω имеют разную частоту R_{Ω} и поэтому быстро расходятся по фазам. Усиление света всей средой представляет собой сумму синусоид с весовыми множителями равными распределению молекул по лучевой скорости. Сумма синусоид — затухающая синусоида, затухающая во времени в результате расфазировки отдельных синусоид слагаемых.

В зависимости от соотношения доплеровской ширины спектральной линии $2kU$ и частоты Раби R время расфазировки τ синусоид усиления различается. Время расфазировки $\tau = \frac{1}{R}$ при условии $R \ll kU$



и время расфазировки $\tau = \frac{1}{kU}$ при условии $kU \ll R$.

Зависимость интенсивности света на выходе из кюветы от времени в случае $R \ll kU$ имеет следующий вид:



Название эффекта — оптические нутации связано с аналогией с нутациями гироскопа. Ассоциация вызвана тем, что первоначально

определение первых двух компонент B_1 и B_2 вектора Блоха несколько отличалось. Определением было равенство $2\rho_{21} = B_1 - iB_2$ вместо более позднего определения $2\tilde{\rho}_{21} = B_1 - iB_2$. Величины ρ_{21} и $\tilde{\rho}_{21}$ связаны соотношением $\rho_{21} = \tilde{\rho}_{21}e^{-i\omega't}$. Тогда при первоначальном определении вектора Блоха кроме рассмотренного нами вращения вектора Блоха $(-\vec{R}_\Omega)$ происходит быстрое его вращение вокруг оси 3 с частотой ω' .

Тогда вращение $(-\vec{R}_\Omega)$ выглядит, как медленные колебания на фоне быстрого вращения ω' вокруг вертикальной оси. Эти медленные колебания похожи на нутации гироскопа. Отсюда и название явления.

Количественное описание оптических нутаций.

Чтобы найти зависимость интенсивности света на выходе кюветы, как функцию времени, нужно сначала найти усиление среды, которое пропорционально второй компоненте вектора Блоха. Чтобы найти вторую компоненту решим уравнения для вектора Блоха:

$$\dot{\vec{B}} + \gamma\vec{B} = [\vec{B}, \vec{R}_\Omega] + \gamma\vec{B}^0.$$

Здесь $\vec{R}_\Omega = \begin{pmatrix} R \\ 0 \\ \Omega \end{pmatrix}$ — вектор, вокруг которого в левую сторону вращается

вектор Блоха; $\vec{B}^0 \equiv \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ B_3^0 \end{pmatrix} \equiv \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \rho_{22}^0 - \rho_{11}^0 \end{pmatrix}$ — накачка; ρ_{11}^0 и ρ_{22}^0 — вероятность

обнаружить молекулу на нижнем и на верхнем уровне без светового поля в результате баланса накачки и распада уровней, $\Omega = \omega - kV_z - \omega_{21}$ — расстройка частоты светового поля в системе отсчета молекулы относительно частоты

перехода, $R = \frac{p\varepsilon_0}{\hbar}$ — частота Раби, ε_0 — амплитуда светового поля,

$p = \int \psi_1^*(\vec{p}, \vec{e})\psi_2 d\vec{r}$ — недиагональный матричный элемент проекции дипольного момента перехода на единичный вектор поляризации световой волны.

До включения светового поля решение уравнения для вектора Блоха имеет вид:

$$\vec{B} = \vec{B}^0 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \rho_{22}^0 - \rho_{11}^0 \end{pmatrix}.$$

После включения светового поля в соответствии с рассмотренными ранее возможными решениями уравнений Блоха ищем решение в виде:

$\vec{B}(t) = \vec{B}_{cmau} + \vec{A}(t) \cdot e^{-\gamma t}$, где вектор \vec{B}_{cmau} — решение уравнения $\gamma \vec{B}_{cmau} = [\vec{B}_{cmau}, \vec{R}_\Omega] + \vec{B}^0$, вектор $\vec{A}(t)$ — решение уравнения $\dot{\vec{A}} = [\vec{A}, \vec{R}_\Omega]$, вектор $\vec{A}(t)$ вращается вокруг вектора \vec{R}_Ω в левую сторону.

Сначала решим систему из трех уравнений с тремя неизвестными:

$\gamma \vec{B}_{cmau} = [\vec{B}_{cmau}, \vec{R}_\Omega] + \vec{B}^0$ и получим

$$\begin{cases} B_{1cmau} = \frac{R\Omega(\rho_{22}^0 - \rho_{11}^0)}{\gamma^2 + R^2 + \Omega^2} \\ B_{2cmau} = \frac{\gamma R(\rho_{22}^0 - \rho_{11}^0)}{\gamma^2 + R^2 + \Omega^2} \\ B_{3cmau} = \frac{(\gamma^2 + \Omega^2)(\rho_{22}^0 - \rho_{11}^0)}{\gamma^2 + R^2 + \Omega^2} \end{cases} .$$

Теперь решим дифференциальное уравнение $\dot{\vec{A}} = [\vec{A}, \vec{R}_\Omega]$ с начальным условием для нулевого момента времени в виде:

$$\vec{B}^0 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ (\rho_{22}^0 - \rho_{11}^0) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} B_{1cmau} \\ B_{2cmau} \\ B_{3cmau} \end{pmatrix} + \vec{A}(0) \cdot e^{-\gamma \cdot 0} \quad \Rightarrow$$

$$\vec{A}(0) = \begin{pmatrix} -\frac{R\Omega(\rho_{22}^0 - \rho_{11}^0)}{\gamma^2 + R^2 + \Omega^2} \\ \frac{\gamma R(\rho_{22}^0 - \rho_{11}^0)}{\gamma^2 + R^2 + \Omega^2} \\ \frac{R^2(\rho_{22}^0 - \rho_{11}^0)}{\gamma^2 + R^2 + \Omega^2} \end{pmatrix} .$$

Система уравнений $\dot{\vec{A}} = [\vec{A}, \vec{R}_\Omega]$ или
$$\begin{cases} \dot{A}_1 = A_2\Omega \\ \dot{A}_2 = A_3R - A_1\Omega \\ \dot{A}_3 = -A_2R \end{cases}$$
 решается

стандартным образом. Одна из переменных выражается через остальные и подставляется в оставшиеся уравнения. В результате для каждой координаты

получается уравнение гармонических колебаний с частотой R_Ω , что вполне естественно, так как вектор \vec{A} вращается с угловой скоростью $-\vec{R}_\Omega$.

Для каждой переменной получаем решение в виде:

$A_i = a_i \cos(R_\Omega t) + b_i \sin(R_\Omega t)$, где a_i и b_i — произвольные константы интегрирования, которые находятся из начальных условий и самих уравнений.

Произвольные константы интегрирования a_i можно найти из условия

$$\vec{A}(0) = \begin{pmatrix} -\frac{R\Omega(\rho_{22}^0 - \rho_{11}^0)}{\gamma^2 + R^2 + \Omega^2} \\ -\frac{\gamma R(\rho_{22}^0 - \rho_{11}^0)}{\gamma^2 + R^2 + \Omega^2} \\ \frac{R^2(\rho_{22}^0 - \rho_{11}^0)}{\gamma^2 + R^2 + \Omega^2} \end{pmatrix},$$

а константы b_i из величины $\dot{\vec{A}}(0)$, которую можно найти, подставив $\vec{A}(0)$ в правую часть равенства:

$$\begin{cases} \dot{A}_1 = A_2 \Omega \\ \dot{A}_2 = A_3 R - A_1 \Omega \\ \dot{A}_3 = -A_2 R \end{cases}$$

В результате получим:

$$\vec{A} = \frac{R(\rho_{22}^0 - \rho_{11}^0)}{\gamma^2 + R^2 + \Omega^2} \begin{pmatrix} -\Omega \cdot \cos(R_\Omega t) - \frac{\Omega \gamma}{R_\Omega} \cdot \sin(R_\Omega t) \\ -\gamma \cdot \cos(R_\Omega t) + R_\Omega \cdot \sin(R_\Omega t) \\ R \cdot \cos(R_\Omega t) + \frac{R \gamma}{R_\Omega} \cdot \sin(R_\Omega t) \end{pmatrix}.$$

Нас интересует только усиление среды, которое связано со второй компонентой вектора Блоха $B_2 = B_{2cmau} + A_2(t) \cdot e^{-\gamma t}$.

Соответственно

$$B_2 = \frac{R(\rho_{22}^0 - \rho_{11}^0)}{\gamma^2 + R^2 + \Omega^2} \left(\gamma - \gamma \cdot \cos(R_\Omega t) \cdot e^{-\gamma t} + R_\Omega \cdot \sin(R_\Omega t) \cdot e^{-\gamma t} \right).$$

Как было получено при рассмотрении физического смысла компонент вектора Блоха:

$$\aleph = -\frac{4\pi\omega}{n_0c} \cdot p \cdot \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{B_2(V_z)}{\epsilon_0} N_{0V_z} dV_z.$$

Подставим сюда B_2 и $R = \frac{p\epsilon_0}{\hbar}$ и получим:

$$\aleph = -\frac{4\pi\omega p^2}{n_0c\hbar R} \cdot \int_{-\infty}^{+\infty} B_2(V_z) \cdot N_{0V_z} dV_z.$$

При условиях $\begin{cases} \gamma \ll kU \\ R \ll kU \end{cases}$ интеграл можно взять. Под интегралом три

слагаемых. В первом слагаемом лоренцевский контур можно рассматривать, как дельта-функцию Дирака. Интеграл от второго слагаемого гораздо меньше интеграла от третьего слагаемого и это второе слагаемое можно отбросить. Интеграл от третьего слагаемого выражается через функцию Бесселя.

Функция Бесселя с произвольным целым индексом m :

$$J_m(z) = \frac{1}{\pi} \int_0^\pi \cos(mt - z \cdot \sin(t)) \cdot dt.$$

$$J_0(z) = \frac{1}{\pi} \int_0^\pi \cos(z \cdot \sin(t)) \cdot dt = \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\sin(\sqrt{z^2 + x^2})}{\sqrt{z^2 + x^2}} dx$$

В результате:

$$\aleph = \frac{4\pi\sqrt{\pi}\omega p^2 N_0}{n_0c\hbar kU} \cdot e^{-\left(\frac{\omega - \omega_{21}}{kU}\right)} \cdot \left(\frac{\gamma(\rho_{22}^0 - \rho_{11}^0)}{\sqrt{\gamma^2 + R^2}} + e^{-\gamma t} \cdot J_0(Rt) \right).$$

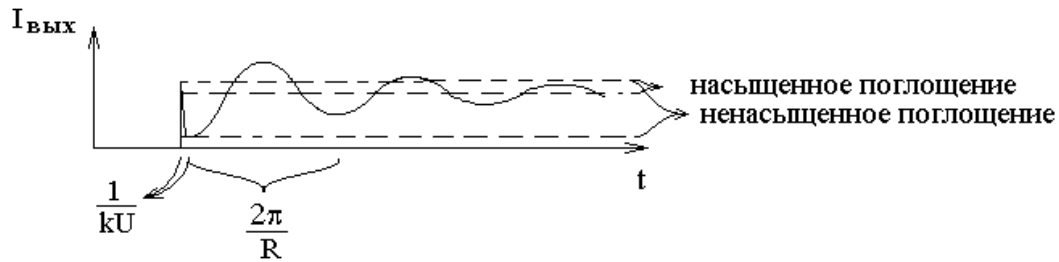
Здесь слагаемое независящее от времени — это стационарное насыщенное светом поглощение, слагаемое пропорциональное $e^{-\gamma t}$ — это нестационарное поглощение, J_0 — функция Бесселя с нулевым значком.

Интенсивность на выходе кюветы для оптически тонкого слоя среды толщиной L :

$$I_{\text{вых}} = I_{\text{вх}}(1 - \aleph L).$$

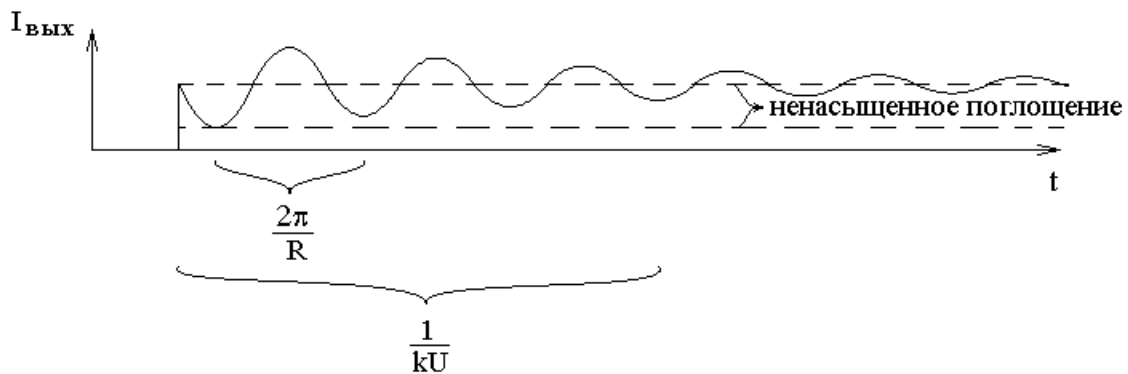
Как уже говорилось выше, вид зависимости интенсивности света на выходе из кюветы от времени различается при условии $R \ll kU$ и при условии $kU \ll R$.

В случае относительно слабого поля $\gamma \ll R \ll kU$:



Быстрый спад интенсивности за первый промежуток времени $\frac{1}{kU}$ полученная нами выше формула не описывает, так как она была получена при предположении, что доплеровская ширина линии kU велика $kU \gg R$.

В случае сильного светового поля $R \gg kU$:

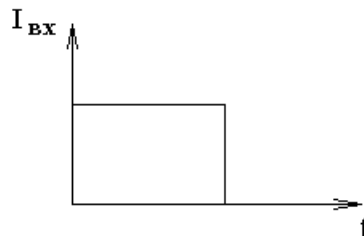


Затухание свободной поляризации (ЗСП). Сверхизлучение.

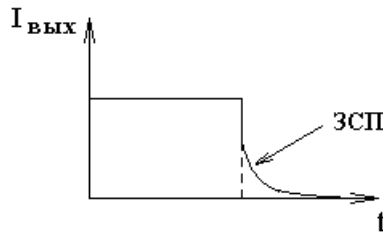
Оптическая схема опыта для наблюдения сигнала затухания свободной поляризации обычна для нестационарной лазерной спектроскопии:



На входе в кювету свет резко выключают.



Как показывает опыт, зависимость интенсивности света на выходе кюветы от времени имеет следующий вид:



Сигнал ЗСП — это послесвечение диполей, раскачанных световым полем. Особенность сигнала состоит в том, что он спадает гораздо быстрее, чем затухает излучение каждого диполя: $I \sim e^{-\gamma t}$.

Причина быстрого спада в том, что сначала диполи молекул излучают синфазно, и их излучения складываются по амплитуде, а затем происходит расфазировка диполей. При полной расфазировке излучение диполей складывается по интенсивности.

Если складываются амплитуды, то амплитуда суммарной волны в N раз больше, чем амплитуда излучения одной молекулы, здесь N — общее число молекул. Интенсивность света суммарной волны пропорциональна квадрату амплитуды и, следовательно, пропорциональна N^2 .

Если излучение разных молекул складывается по интенсивности, то суммарная интенсивность в N раз больше интенсивности излучения одной молекулы.

Следовательно, при расфазировке диполей интенсивность света уменьшается примерно в N раз за время расфазировки, которое может быть гораздо меньше времени $\frac{1}{\gamma}$, за которое затухает, как $e^{-\gamma t}$, излучение одной молекулы.

Обсудим подробнее механизм и время расфазировки.

Колебания диполя похожи на колебания механического маятника. Пока есть вынуждающая сила со стороны светового поля, вынужденные колебания диполя происходят на частоте светового поля. Как только световое поле выключают, колебания продолжают с той же фазы, но уже на собственной частоте колебаний диполя, на частоте перехода ω_{21} .

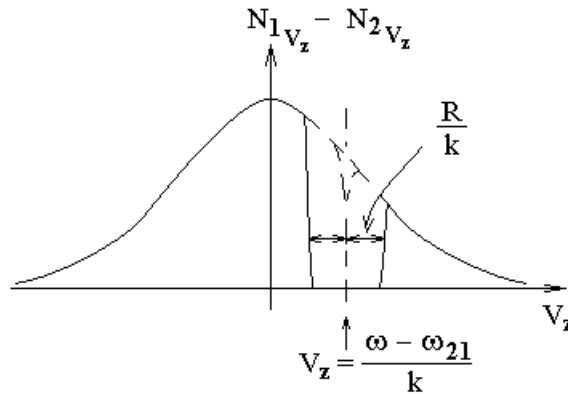
В системе отсчета диполя каждый диполь после выключения поля совершает колебания и излучает на частоте перехода ω_{21} , но в лабораторной системе отсчета частоты излучений диполей в направлении приемника света оказываются различными из-за различных доплеровских сдвигов kV_z .

Частота излучения диполя в лабораторной системе отсчета равна $\omega_{21} + kV_z$, где V_z — проекция скорости диполя на направление к приемнику света.

Время затухания сигнала ЗСП — это время расфазировки диполей. Время расфазировки зависит от разности частот излучения разных диполей в направлении приемника света, от ширины спектра излучения $\Delta\omega$.

Тогда время затухания ЗСП равно $\Delta t \approx \frac{1}{\Delta\omega}$.

Величина $\Delta\omega$ определяется возможными значениями kV_z . Ситуация различается в двух случаях. Если частота Раби меньше доплеровской ширины спектральной линии $R < kU$, то до выключения света резонансно со светом взаимодействовали молекулы, для которых расстройка $\Omega = \omega - kV_z - \omega_{21}$ была меньше частоты Раби $|\Omega| < R$. Тогда $\Delta\omega \approx \Delta(kV_z) \approx R$ и $\Delta t \approx \frac{1}{R}$ — ожидаемое время затухания ЗСП.



Если частота Раби больше доплеровской ширины $R > kU$, то $\Delta\omega \approx kU$ и $\Delta t \approx \frac{1}{kU}$.

Что происходит с энергией запасенной диполями? Пропадает ли эта энергия за время $\frac{1}{R}$ (в случае $R < kU$) или за время $\frac{1}{\gamma}$?

Оказывается, что энергия пропадает медленно. Тогда куда же она пропадает?

Дело в том, что синфазно излучение диполей только в первый момент и только вперед по ходу луча. Расфазировка диполей (согласно монографии под ред. Дж. Стейнфелда. Лазерная и когерентная спектроскопия, — М.: Мир, 1982, 632с.) приводит к перераспределению излучения диполей по всем направлениям без изменения мощности излучения каждого диполя по всем направлениям и без изменения мощности излучения всей среды.

Сверхизлучение.

Сверхизлучение — это не ЗСП, а скорее наоборот.

Сверхизлучение — это ускоренное падение интенсивности за счет ускоренного распада возбуждения молекул, когда ρ_{22} спадает быстрее, чем $e^{-\gamma_2 t}$, а сигнал ЗСП — это ускоренное падение интенсивности на приемнике без изменения скорости распада возбуждения молекул $\rho_{22} \sim e^{-\gamma_2 t}$ (по монографии Стейнфелда).

Сверхизлучение — это синфазное излучение диполей во всех направлениях, и ускоренная потеря энергии диполей.

При сверхизлучении мощность излучения пропорциональна квадрату концентрации $\sim N_0^2$, а при обычном излучении пропорциональна первой степени концентрации $\sim N_0$.

Рассмотрим диполи молекул, расположенные в малом объеме $V < \left(\frac{\lambda}{2}\right)^3$.

Пусть молекулы неподвижны, а их диполи осциллируют во внешнем световом поле. После выключения света диполи осциллируют синфазно и почти синфазно излучают во всех направлениях, так как разность хода для излучения диполей в любом направлении меньше $\frac{\lambda}{2}$. При этом их излучения складываются по амплитуде. Амплитуда суммарной волны в N раз больше амплитуды излучения одного диполя, а интенсивность и мощность в N^2 раз больше.

Такое сверхизлучение проявляется и в случае излучения вынужденного светом и в случае спонтанного излучения молекул, предварительно заброшенных на верхний уровень энергии. В случае спонтанного излучения, появляющиеся осциллирующие диполи вынуждают синфазный спонтанный распад друг друга для диполей в объеме $V < \left(\frac{\lambda}{2}\right)^3$.

Заметим, что уравнения для матрицы плотности с феноменологическим затуханием не содержат сверхизлучения, так как феноменологически распад пропорционален $e^{-\gamma_2 t}$ по определению.

Факультативная вставка.

Утверждение в монографии Стейнфелда, что расфазировка диполей в явлении ЗСП приводит к перераспределению энергии излучения диполей по направлениям, вызывает некоторые сомнения.

Считается, например, в теории рэлеевского рассеяния света, что излучение диполей в одном направлении не зависит от излучения диполей в другом направлении. В таком случае убывание мощности излучения в направлении приемника не должно сказываться на мощности излучения в других направлениях, что противоречит утверждению (в монографии Стейнфелда) о перераспределении излучения диполей по другим направлениям при расфазировке диполей.

Если же предположить, что перераспределения излучения по другим направлениям не происходит, то скорость распада диполей при синфазном излучении в сторону приемника должна быть больше, чем γ спонтанного затухания. То есть должен присутствовать частичный эффект сверхизлучения. Этот возможный эффект нигде не обсуждается, а он должен влиять на амплитуду сигнала ЗСП и сигналов фотонного эхо.

Похоже, что теория не может дать ответ на поставленный вопрос. Нужно ставить эксперимент. Нужно регистрировать излучение диполей не совсем вдоль луча, а например, под углом 45° к исходному лучу. Если во время

уменьшения сигнала ЗСП излучение диполей под 45° к исходному лучу увеличивается, то справедливо утверждение, приведенное в монографии Стейнфелда, о перераспределении излучения диполей по направлениям при расфазировке диполей. В противном случае наблюдается частичное сверхизлучение и частично ускоренный распад диполей. В каждом из двух вариантов какую-то теорию (рэлеевского рассеяния или фотонного эха) придется изменять.

Конец факультативной вставки.

Количественное описание ЗСП — затухания свободной поляризации.

Сигнал ЗСП можно рассчитать согласно следующей логической цепочке:

$$\vec{B}_{стац}(V_z) \rightarrow \vec{B}_{зам}(V_z, t) \rightarrow \vec{P}_{V_z}(t) \rightarrow \vec{E}_{вых}(t) \rightarrow \mathcal{E}_{0_{вых}}(t).$$

Сначала найдем стационарное значение вектора Блоха $\vec{B}_{стац}$ перед выключением светового поля. Это стационарное значение является решением уравнения для вектора Блоха с нулевой производной по времени:

$$\gamma \vec{B}_{стац} = [\vec{B}_{стац}, \vec{R}_\Omega] + \vec{B}^0.$$

Решение этих трех линейных уравнений с тремя неизвестными координатами вектора Блоха имеет следующий вид:

$$\left\{ \begin{array}{l} B_{1стац} = \frac{R\Omega(\rho_{22}^0 - \rho_{11}^0)}{\gamma^2 + R^2 + \Omega^2} \\ B_{2стац} = \frac{\gamma R(\rho_{22}^0 - \rho_{11}^0)}{\gamma^2 + R^2 + \Omega^2} \\ B_{3стац} = \frac{(\gamma^2 + \Omega^2)(\rho_{22}^0 - \rho_{11}^0)}{\gamma^2 + R^2 + \Omega^2} \end{array} \right. .$$

После выключения светового поля вектор Блоха затухает к новому

стационарному значению $\vec{B}^0 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \rho_{22}^0 - \rho_{11}^0 \end{pmatrix}$. Как обсуждалось ранее в вопросе о

решениях уравнения для вектора Блоха, затухающее решение представляет собой вектор, вращающийся с угловой скоростью $-\vec{R}_\Omega$. Длина вектора затухающего решения экспоненциально убывает во времени, как $e^{-\gamma t}$.

Величину затухающего решения в нулевой момент времени выключения светового поля можно найти из начальных условий:

$$\vec{B}_{стац} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \rho_{22}^0 - \rho_{11}^0 \end{pmatrix} + \vec{B}_{зам}(0).$$

Откуда

$$\vec{B}_{зам}(0) = \begin{pmatrix} \frac{R\Omega(\rho_{22}^0 - \rho_{11}^0)}{\gamma^2 + R^2 + \Omega^2} \\ \frac{\gamma R(\rho_{22}^0 - \rho_{11}^0)}{\gamma^2 + R^2 + \Omega^2} \\ -\frac{R^2(\rho_{22}^0 - \rho_{11}^0)}{\gamma^2 + R^2 + \Omega^2} \end{pmatrix}.$$

Здесь $R = \frac{p\mathcal{E}_0}{\hbar}$ — частота Раби для светового поля перед его выключением.

Затухающее решение вращается вокруг вертикально оси, вокруг вектора:

$$-\vec{R}_\Omega = -\begin{pmatrix} R \\ 0 \\ \Omega \end{pmatrix} = -\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \Omega \end{pmatrix},$$

так как после выключения светового поля частота Раби равна нулю $R = 0$.

Нас будут интересовать только две первых компоненты B_1 и B_2 вектора Блоха, так как только от них зависит поляризация среды, и только от них зависит сигнал затухания свободной поляризации.

Вращение с частотой $(-\Omega)$ затухающей, как $e^{-\gamma t}$, составляющей вектора Блоха в горизонтальной плоскости \vec{B}_\perp означает, что первые две компоненты вектора Блоха подчиняются следующим уравнениям:

$$\begin{cases} B_{1зам} = e^{-\gamma t} B_\perp \cos(\beta - \Omega t) \\ B_{2зам} = e^{-\gamma t} B_\perp \sin(\beta - \Omega t) \end{cases}.$$

Сравнивая эти уравнения и значения первых двух проекций затухающей составляющей вектора Блоха в нулевой момент времени $\vec{B}_{зам}(0)$, можно найти константы B_\perp и β .

В результате получаем:

$$\begin{cases} B_{1зам} = \frac{R(\rho_{22}^0 - \rho_{11}^0)}{\gamma^2 + R^2 + \Omega^2} \cdot e^{-\gamma t} (\Omega \cdot \cos(\Omega t) + \gamma \cdot \sin(\Omega t)) \\ B_{2зам} = \frac{R(\rho_{22}^0 - \rho_{11}^0)}{\gamma^2 + R^2 + \Omega^2} \cdot e^{-\gamma t} (\gamma \cdot \cos(\Omega t) - \Omega \cdot \sin(\Omega t)) \end{cases}, \text{ где } \Omega = \omega - kV_z - \omega_{21}.$$

Распределение поляризации среды по проекции скорости молекул на луч выражается через две первые компоненты вектора Блоха:

$$P_{V_z} = p N_{0V_z} (B_1(V_z) \cdot \cos(\varphi) - B_2(V_z) \cdot \sin(\varphi)) = \text{Re} \left(p N_{0V_z} (B_1(V_z) - iB_2(V_z)) e^{-i\varphi} \right)$$

Откуда комплексная амплитуда поляризации среды выражается через первые две компоненты вектора Блоха:

$$\tilde{P}_0 = \int_{-\infty}^{+\infty} pN_{0V_z} (B_{1zam}(V_z) - iB_{2zam}(V_z)) dV_z.$$

Далее, амплитуду светового поля на выходе кюветы можно найти с помощью укороченного волнового уравнения:

$$\frac{d\tilde{E}_0}{dz} = \frac{i\omega}{2\varepsilon_0 n_0 c} \tilde{P}_0.$$

$$\text{В системе СГС Гаусса } \frac{d\tilde{E}_0}{dz} = 2\pi i \frac{\omega}{n_0 c} \tilde{P}_0.$$

Будем считать, что длина кюветы Δz мала. Тогда производная от амплитуды света по координате почти постоянна вдоль луча, и

$$\Delta\tilde{E}_0 = \frac{i\omega}{2\varepsilon_0 n_0 c} \tilde{P}_0 \cdot \Delta z.$$

Света на входе в кювету больше нет, поэтому

$$\tilde{E}_{0_{вых}} = \Delta\tilde{E}_0 = \frac{i\omega}{2\varepsilon_0 n_0 c} \tilde{P}_0 \cdot \Delta z$$

Попытаемся найти амплитуду светового поля на выходе кюветы при условии $R \ll kU$.

$$\text{Функция } B_{1zam} = \frac{R(\rho_{22}^0 - \rho_{11}^0)}{\gamma^2 + R^2 + \Omega^2} \cdot e^{-\gamma t} (\Omega \cdot \cos(\Omega t) + \gamma \cdot \sin(\Omega t)) \text{ — узкая в}$$

зависимости от Ω по сравнению с kU и нечетная функция от Ω , поэтому

интеграл $\int_{-\infty}^{+\infty} pN_{0V_z} B_{1zam} dV_z$ очень мал, и им можно пренебречь. Если считать,

что $N_{0V_z} = const$, то интеграл от нечетной функции просто равен нулю, но N_{0V_z} — медленная (широкая) функция от V_z и от $\Omega = \omega - kV_z - \omega_{21}$, поэтому интеграл просто очень мал.

Тогда

$$\tilde{E}_{0_{вых}} = \frac{\omega p \Delta z}{2\varepsilon_0 n_0 c} \int_{-\infty}^{+\infty} N_{0V_z} B_{2zam}(V_z) dV_z$$

$$B_{2zam} = \frac{R(\rho_{22}^0 - \rho_{11}^0)}{\gamma^2 + R^2 + \Omega^2} \cdot e^{-\gamma t} (\gamma \cdot \cos(\Omega t) - \Omega \cdot \sin(\Omega t)) \quad \Rightarrow$$

$$\tilde{E}_{0_{вых}} = \varepsilon_0 \frac{\omega p^2 N_0 (\rho_{22}^0 - \rho_{11}^0) \Delta z}{2\sqrt{\pi} \varepsilon_0 n_0 c \hbar k U} e^{-\gamma t} e^{-\left(\frac{\omega - \omega_{21}}{kU}\right)^2} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\Omega \cdot \sin(\Omega t) - \gamma \cdot \cos(\Omega t)}{\gamma^2 + R^2 + \Omega^2} d\Omega$$

Второе слагаемое под интегралом меньше первого при условии $\gamma \ll R$,
тогда

$$\tilde{E}_{0_{\text{вых}}} = \varepsilon_0 \frac{\omega p^2 N_0 (\rho_{22}^0 - \rho_{11}^0) \Delta z}{2\sqrt{\pi} \varepsilon_0 n_0 c \hbar k U} e^{-\gamma t} e^{-\left(\frac{\omega - \omega_{21}}{kU}\right)^2} F\left(\sqrt{\gamma^2 + R^2} t\right), \text{ где}$$

$$F(x) = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{t \cdot \sin(t)}{x^2 + t^2} dt.$$

Интеграл можно найти, как мнимую часть интеграла $\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{t \cdot e^{it}}{x^2 + t^2} dt$. Путь

интегрирования этого интеграла можно замкнуть на комплексной плоскости по полуокружности в верхней части комплексной полуплоскости. Интеграл по замкнутому контуру на комплексной плоскости равен коэффициенту $2\pi i$,

умноженному на вычет $\text{Res}_{t=ix} \frac{t \cdot e^{it}}{x^2 + t^2}$ в точке $t = ix$. В результате интеграл равен

$$F(x) = \pi \cdot e^{-x}.$$

$$F\left(\sqrt{\gamma^2 + R^2} t\right) \approx F(Rt) \text{ при } R \gg \gamma.$$

Тогда

$$\varepsilon_{0_{\text{вых}}} = \tilde{E}_{0_{\text{вых}}} = -\sqrt{\pi} \varepsilon_0 \frac{\omega p^2 N_0 (\rho_{11}^0 - \rho_{22}^0) \Delta z}{2 \varepsilon_0 n_0 c \hbar k U} e^{-(\gamma+R)t} e^{-\left(\frac{\omega - \omega_{21}}{kU}\right)^2}.$$

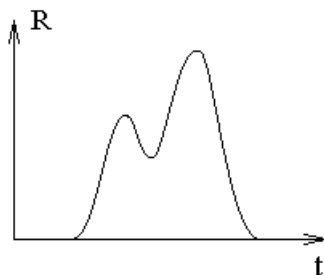
$$\text{В системе СГС Гаусса } \varepsilon_{0_{\text{вых}}} = \tilde{E}_{0_{\text{вых}}} = -2\pi\sqrt{\pi} \varepsilon_0 \frac{\omega p^2 N_0 (\rho_{11}^0 - \rho_{22}^0) \Delta z}{n_0 c \hbar k U} e^{-(\gamma+R)t} e^{-\left(\frac{\omega - \omega_{21}}{kU}\right)^2}.$$

Отметим, что сигнал ЗСП пропорционален $\varepsilon_{0_{\text{вых}}} \sim e^{-(\gamma+R)t}$, а оптические нутации пропорциональны $I \sim e^{-\gamma t} J_0(Rt)$. Тогда при условии $R \ll kU$ сигнал ЗСП, как и сигнал оптических нутаций, затухает примерно за один период колебаний с частотой Раби R .

Площадь светового импульса. Самоиндуцированная прозрачность.

Частота Раби R пропорциональна амплитуде света ε_0 , так как $R = \frac{p\varepsilon_0}{\hbar}$.

Рассмотрим световой импульс с некоторой зависимостью частоты Раби от времени представленной на нижеследующем рисунке:



Площадью светового импульса называется интеграл:

$$S = \int R(t) dt, \text{ который совпадает с площадью под графиком } R(t).$$

Площадь светового импульса рассматривается только в сильном световом поле, поэтому пусть $R \gg |\Omega|$. Тогда $R_\Omega = \sqrt{R^2 + \Omega^2} \approx R$.

Вектор Блоха вращается вокруг вектора $-\vec{R}_\Omega$ с угловой скоростью R_Ω . Тогда интеграл $\int R_\Omega dt$ равен углу поворота вектора Блоха вокруг вектора $-\vec{R}_\Omega$.

С учетом неравенства $R \gg |\Omega|$ получаем $\vec{R}_\Omega = \begin{pmatrix} R \\ 0 \\ \Omega \end{pmatrix} \approx \begin{pmatrix} R \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$, и площадь светового

импульса $S = \int R(t) dt$ равна углу поворота вектора Блоха вокруг оси 1 в левую сторону за время светового импульса.

Если площадь светового импульса равна $\frac{\pi}{2}$, то такой световой импульс называют $\frac{\pi}{2}$ импульсом. Такой импульс поворачивает вектор Блоха на угол $\frac{\pi}{2}$ вокруг оси 1 в левую сторону. Аналогично π импульс поворачивает вектор Блоха вокруг оси 1 на угол π . Импульс площадью 2π поворачивает вектор Блоха на полный оборот и возвращает его в исходное направление, ничего не изменяя в среде. Если в среде ничего не изменяется, значит, среда не поглощает свет.

Если площадь светового импульса меньше, чем 2π , то он заметно поглощается средой. Если площадь импульса больше, чем 2π , но меньше, чем 4π , то импульс поглощается средой до тех пор, пока его площадь не сравняется с 2π . После этого получившийся 2π импульс распространяется в среде, почти не поглощаясь. Следовательно, мощный свет распадается в среде на 2π импульсы, которые затем проходят среду почти без поглощения.

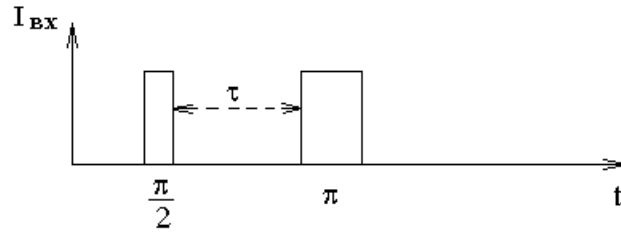
Такое распространение света в среде называют явлением самоиндуцированной прозрачности.

Двухимпульсное фотонное эхо.

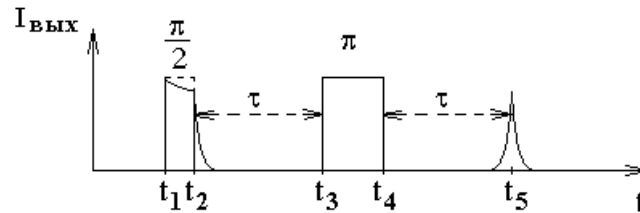
Оптическая схема регистрации фотонного эха — это обычная схема наблюдения нестационарных эффектов нелинейной лазерной спектроскопии:



Пусть на входе в кювету зависимость интенсивности от времени имеет следующий вид:



Экспериментально наблюдается следующая зависимость интенсивности света на выходе кюветы от времени:



После $\frac{\pi}{2}$ и π световых импульсов наблюдается еще один световой импульс, который называют фотонным эхо. Временной интервал между $\frac{\pi}{2}$ и π импульсами равен интервалу между π импульсом и фотонным эхо.

Оказывается, что сигнал фотонного эха можно рассматривать, как два сигнала ЗСП, первый из которых обращен во времени:

$$\text{Эхо} = 2 \text{ ЗСП.}$$

Прежде чем объяснить сигнал фотонного эха заметим, что первый $\frac{\pi}{2}$ импульс на выходе кюветы искажен. Вершина импульса искажена оптическими нутациями. В $\frac{\pi}{2}$ импульсе помещается четверть периода оптических нутаций. На рисунке изображен вариант оптических нутаций при условии $R \gg kU$. Задний фронт $\frac{\pi}{2}$ импульса растянут сигналом ЗСП. Любопытно, что если площадь первого импульса равно $\frac{\pi}{2}$, то второй импульс (π импульс) не должен иметь искажения вершины, а при площади второго импульса равно π второй импульс не должен иметь и сигнала ЗСП.

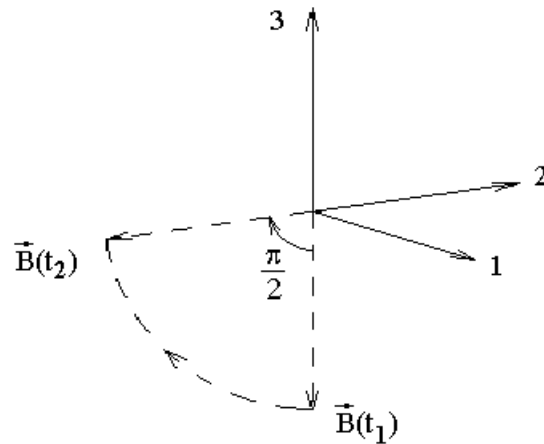
Рассмотрим, что происходит с вектором Блоха в ключевые моменты времени, обозначенные на последнем рисунке, как t_1, t_2, t_3, t_4, t_5 , и между этими моментами времени.

В начальный момент времени в среде нет поляризации, значит, первые две компоненты вектора Блоха равны нулю.

Обычно вероятность обнаружить молекулу на нижнем уровне энергии больше, чем вероятность обнаружить на верхнем уровне.

Следовательно, в момент времени t_1 вектор Блоха направлен вертикально вниз.

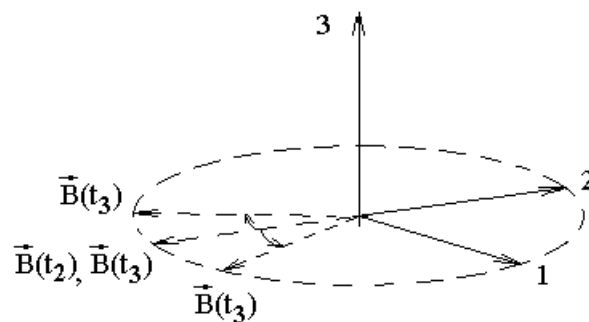
На промежутке времени (t_1, t_2) под действием $\frac{\pi}{2}$ импульса вектор Блоха поворачивается на угол $\frac{\pi}{2}$ вокруг оси 1 в левую сторону:



На промежутке времени (t_2, t_3) светового поля нет, поэтому вектор Блоха вращается в левую сторону вокруг вектора $\vec{R}_\Omega = \begin{pmatrix} R \\ 0 \\ \Omega \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \Omega \end{pmatrix}$. Для молекул с

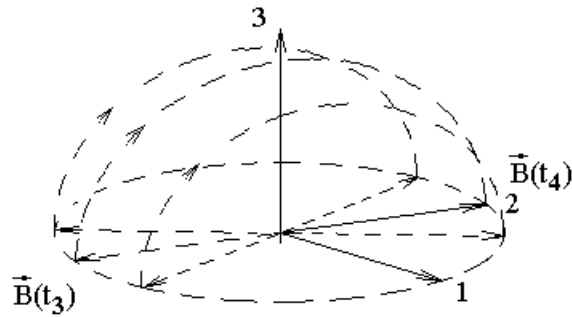
разной лучевой скоростью V_z расстройка $\Omega = \omega - kV_z - \omega_{21}$ принимает различные значения. В результате векторы Блоха для молекул с разными лучевыми скоростями вращаются вокруг вертикальной оси в разных направлениях и с разными угловыми скоростями Ω .

В начале промежутка времени (t_2, t_3) вектор Блоха направлен против оси 2 для всех молекул, как это показано на рисунке приведенном выше. Затем на промежутке (t_2, t_3) векторы Блоха разбегаются в горизонтальной плоскости веером вокруг минус оси 2:



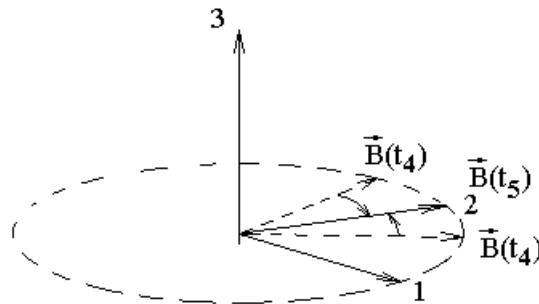
На рисунке в момент времени t_3 изображены только три вектора Блоха из всего веера векторов.

На промежутке времени (t_3, t_4) π импульс света поворачивает векторы Блоха вокруг оси 1 в левую сторону на угол π :



В начале этого промежутка времени вектор Блоха направлен против оси 2, в конце промежутка времени вектор Блоха направлен вокруг положительного направления оси 2.

На промежутке времени (t_4, t_5) векторы Блоха снова вращаются в левую сторону вокруг вектора $\vec{R}_\Omega = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \Omega \end{pmatrix}$. Для молекул с каждым значением лучевой скорости V_z вращение вектора Блоха происходит вокруг вертикальной оси в ту же сторону и с той же скоростью, что и на промежутке времени (t_2, t_3) :



Только теперь векторы Блоха не разбегаются, а наоборот сбегаются к положительному направлению оси 2.

К моменту времени t_5 векторы Блоха всех молекул направлены в одну и ту же сторону — в положительном направлении оси 2.

Вектор Блоха в горизонтальной плоскости означает наличие поляризации среды, а поворот вектора Блоха в горизонтальной плоскости равен сдвигу фазы поляризации относительно фазы светового поля.

Однонаправленность векторов Блоха в момент времени t_5 означает синфазность колебаний диполей всех молекул независимо от их лучевой скорости. Синфазные колебания приводят к синфазному излучению молекул в направлении прошедшей световой волны. Синфазные излучения складываются по амплитуде, а не по интенсивности. В результате получается свет с большой амплитудой и интенсивностью. Это и есть фотонное эхо.

После момента времени t_5 векторы Блоха продолжают вращения вокруг вертикальной оси с разными скоростями и разбегаются веером вокруг положительного направления оси 2. Разбегание векторов Блоха веером в горизонтальной плоскости означает расфазировку излучения диполей молекул. Расфазировка диполей приводит к появлению сигнала ЗСП. То есть вторая половина сигнала фотонного эха представляет собой обычный сигнал ЗСП.

Перед моментом времени t_5 веер векторов Блоха сбегаются вокруг положительного направления оси 2. Схлопывание веера векторов означает фазировку диполей и соответственное увеличение интенсивности света в направлении прошедшей световой волны. То есть перед моментом времени t_5 наблюдается тот же сигнал ЗСП только обращенный по времени. На этом промежутке времени вместо экспоненциального спада сигнала ЗСП наблюдается экспоненциальный рост с той же скоростью обращенного во времени сигнала ЗСП.

В результате можно сказать, что сигнал фотонного эха равен двум сигналам ЗСП.

В эксперименте трудно сделать так, чтобы площадь светового импульса была бы равна в точности $\frac{\pi}{2}$ или в точности π . Если в эксперименте по наблюдению фотонного эха площади двух световых импульсов не совсем

оптимальны $\begin{cases} S_1 \neq \frac{\pi}{2} \\ S_2 \neq \pi \end{cases}$, то сигнал фотонного эха все равно наблюдается, только

имеет меньшую амплитуду.

Измеряя зависимость амплитуды эха от времени задержки τ между двумя импульсами, можно измерить скорость затухания поляризации среды Γ и получить информацию о молекулярных столкновениях.

Константа Γ определяется из сравнения экспериментальной зависимости амплитуды напряженности светового поля эха от времени и зависимости:

$$S \sim e^{-2\Gamma \tau}.$$

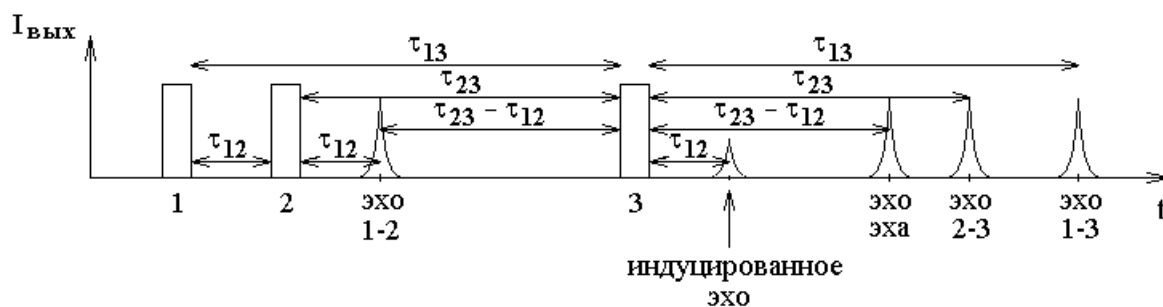
Показатель экспоненты содержит сомножитель 2τ , так как поляризация среды затухает как на промежутке времени τ между $\frac{\pi}{2}$ и π импульсами, так и на промежутке τ между π импульсом и сигналом эха.

Трехимпульсное фотонное эхо.

В опыте используется обычная для нелинейной лазерной спектроскопии оптическая схема:



Пусть зависимость интенсивности света на входе в кювету от времени представляет собой три световых импульса. Тогда зависимость интенсивности света на выходе кюветы, как функция времени, имеет следующий вид:



Три из пяти сигналов эха не нуждаются в особом объяснении. Это двухимпульсные эхо 1-2, эхо 2-3 и эхо 1-3. Представляют интерес индуцированное эхо и эхо эха, которое иначе называют еще эхо-изображение.

Ниже представлена таблица оптимальных площадей световых импульсов для регистрации каждого эха.

эхо \ импульсы	1	2	3
1-2	$\frac{\pi}{2}$	π	0
индуцированное	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{\pi}{2}$
эхо эха	$\frac{\pi}{2}$	π	π
2-3	0	$\frac{\pi}{2}$	π
1-3	$\frac{\pi}{2}$	0	π

Обсудим формирование эхо эха. Рассмотрим, что происходит с вектором Блоха, начиная с момента времени формирования эха 1-2.

В момент эха 1-2 векторы Блоха всех молекул имеют одинаковое направление — это положительное направление оси 2. Внешнего светового поля при этом нет, поэтому векторы Блоха, продолжая вращения вокруг вертикальной оси, расходятся веером в горизонтальной плоскости.

Третий световой импульс, если это π импульс, поворачивает веер векторов Блоха вокруг оси 1 на угол π . После этого веер снова оказывается в

горизонтальной плоскости только вокруг отрицательного направления оси 2. Вектор складывается и соберется в один вектор за то же время, в течение которого вектор раскрывался после эха 1-2.

В тот момент, когда вектор соберется, все диполи снова будут излучать свет синфазно. В направлении прошедшей световой волны излучения диполей складываются по амплитуде, и получается световой импульс эхо эха.

Эхо 1-2 и эхо эха симметрично расположены по оси времени относительно третьего светового импульса.

Обсудим теперь формирование индуцированного эха.

В обычном двухимпульсном эхе второй импульс должен иметь площадь равную π . При формировании индуцированного эха роль второго светового импульса площадью π играют второй и третий импульсы с площадями по $\frac{\pi}{2}$.

В промежуток времени между первым и вторым импульсами света вектор Блоха разворачивается в горизонтальный вектор вокруг отрицательного направления оси 2.

Второй световой импульс поворачивает вектор на угол $\frac{\pi}{2}$ в левом направлении вокруг оси 1. Центр вектора оказывается направленным вертикально вверх. Дальше внешнее световое поле выключается, и векторы Блоха начинают вращаться вокруг вертикальной оси. При этом края вектора вращаются во встречных направлениях, а середина вектора остается неподвижной. Если рассмотреть половину вектора от вертикальной оси до одного из краев вектора, то в процессе вращения части вектора, ближе расположенные к оси 3 вращаются медленнее. В результате половина вектора сворачивается вокруг оси 3 как бумага, неплотно свернутая в трубку конусом. Вторая половина вектора сворачивается в такую же трубку, но во встречном направлении. Две взаимопересекающиеся трубки образуют нечто вроде цветка розы.

Третий световой импульс поворачивает эту розу в положительном направлении оси 2.

Некоторая часть векторов Блоха образующих розу более или менее оказывается в горизонтальной плоскости, и после третьего светового импульса половина этих векторов собирается в направлении оси 2 за тот же промежуток времени, за который вектор расходился между первым и вторым световыми импульсами. Собираются те векторы, у которых вначале второго светового импульса и в конце третьего импульса одинаковая величина проекции вектора Блоха на ось 1. Вторая половина горизонтальных векторов Блоха — это те векторы Блоха, у которых проекция на ось 1 изменила знак.

Часть векторов Блоха собравшихся вокруг оси 2 создает синфазное излучение диполей и формирует индуцированное эхо.

Зависимость амплитуды индуцированного эха от временных задержек τ_{12} и τ_{23} между импульсами имеет следующий вид:

$$S \sim e^{-\Gamma \tau_{12}} \cdot (e^{-\gamma_1 \tau_{23}} + e^{-\gamma_2 \tau_{23}}) \cdot e^{-\Gamma \tau_{12}}.$$

Такая форма зависимости определяется тем, что в течение промежутка времени $2\tau_{12}$ векторы Блоха расположены почти в горизонтальной плоскости, что соответствует наличию поляризации среды, которая затухает со скоростью Γ . На протяжении промежутка времени τ_{23} векторы Блоха направлены вертикально. Вертикальная составляющая вектора Блоха — это инверсия среды, которая равна $\rho_{22} - \rho_{11}$. Разность заселенностей затухает со скоростями затухания уровней энергии γ_1 и γ_2 .

Сравнение результатов эксперимента с формулой позволяет определить величины констант Γ , γ_1 , γ_2 , что представляет интерес для исследования молекулярных столкновений.

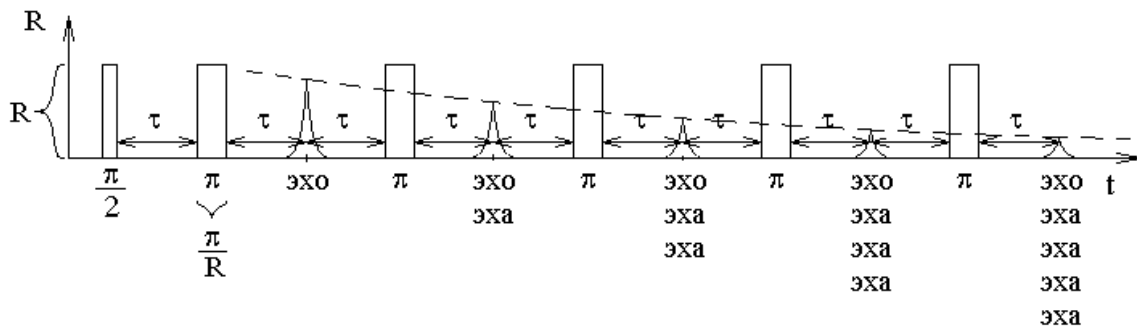
Цуг эха Карра — Парселла.

В обычной оптической схеме



рассмотрим реакцию среды на систему световых импульсов, в которой первый импульс имеет площадь $\frac{\pi}{2}$, а каждый из остальных импульсов имеет площадь π , причем π импульсы идут с одинаковым шагом по оси времени. Интервал между $\frac{\pi}{2}$ и первым π импульсом вдвое меньше интервалов между π импульсами.

Зависимость амплитуды света на приемнике излучения от времени имеет следующий вид:



При таком расположении световых импульсов индуцированное эхо совпадает по положению с эхо эха, но амплитуда индуцированного эха мала, и им можно пренебречь. В таком случае каждое следующее эхо является эхом предыдущего эха. Это и есть цуг эха Карра–Парселла.

Если вместо интенсивности света по вертикали отложить частоту Раби световых импульсов, то площадь импульса на рисунке равна площади светового импульса. Тогда если высота π импульсов равна R , то ширина равна $\frac{\pi}{R}$.

Амплитуда напряженности светового поля эха S_n зависит от его номера n и задержки τ следующим образом:

$$S_n \sim e^{-\Gamma\left(2\tau + \frac{2}{R}\right)n}.$$

Вектор Блоха почти все время находится в горизонтальной плоскости, поэтому скорость затухания амплитуды эха пропорциональна скорости затухания поляризации Γ . Период следования π импульсов равен $2\tau + \frac{\pi}{R}$, но в

показателе экспоненты мы видим сомножитель $2\tau + \frac{2}{R}$. Эффективное уменьшение времени связано с тем, что во время поворота векторов Блоха они не полностью находятся в горизонтальной плоскости. При выводе формулы предполагается, что скорости затухания уровней энергии малы по сравнению со скоростью затухания поляризации $\gamma_1, \gamma_2 \ll \Gamma$.

Измерение амплитуды эха в цуге эха Карра–Парселла позволяет определить константу Γ , величина которой несет информацию о столкновениях молекул.

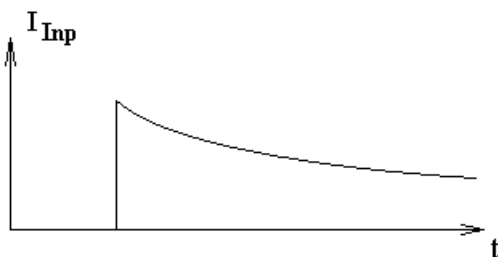
Три основных метода быстрого включения и выключения светового поля.

1-ый метод. Импульсный лазер.

Недостатки:

1. Амплитуда светового поля непостоянна и зависит от времени.

Так вместо прямоугольной ступеньки включения светового поля импульсный лазер дает ступеньку со сколом вершины. По мере насыщения усиления падает мощность генерации лазера:



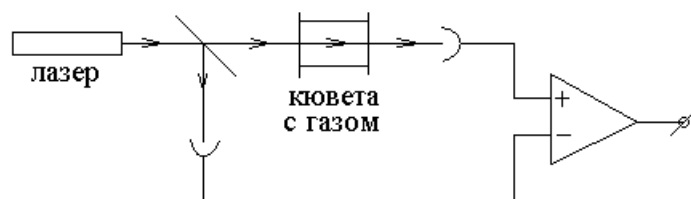
2. Плохо воспроизводится амплитуда излучения.

При этом теряет смысл накопление сигнала, особенно в случае оптических нутаций, где частота колебаний интенсивности на выходе из кюветы зависит от амплитуды света на входе в кювету.

Наряду с отмеченными недостатками использования импульсного лазера заметим, что при любом способе включения и выключения светового поля есть

общие трудности регистрации эффектов нестационарной лазерной спектроскопии. Все виды сигналов нестационарных эффектов стараются наблюдать в оптически тонком слое, так как в оптически толстом слое заметно изменяется интенсивность света, что приводит к трудностям интерпретации результатов.

В оптически тонком слое сигналы малы. Для оптических нутаций проблему удастся частично решить с помощью вычитания из сигнала на выходе кюветы входного сигнала. Вычитание производится после регистрации обеих интенсивностей. Вычитаются на дифференциальном усилителе электрические сигналы с двух приемников света:

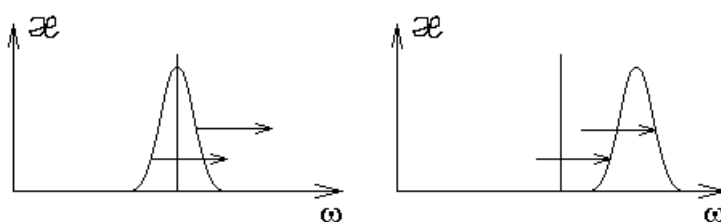


2-ой метод. Штарковское переключение частоты.



Если штарковские сдвиги верхнего и нижнего уровней энергии различаются, то сдвигается частота перехода.

Контур линии поглощения сдвигается по частоте относительно частоты генерации лазера:



Так можно выключить или включить поглощение для молекул, не изменяя параметров светового поля.

Преимущество штарковского переключения частоты.

1. Легкость управления. Как следствие — импульсы любой ширины и частоты.

2. Гетеродинный прием сигналов ЗСП и фотонного эха, но не оптических нутаций. Суть гетеродинного приема сигналов рассмотрим чуть позже.

Недостаток штарковского переключения частоты проявляется в случае вырожденных уровней энергии. Подуровни вырожденного уровня энергии

имеют различный штарковский сдвиг, что затрудняет интерпретацию результатов опытов.

3-й метод. Переключение частоты генерации.

Внутри резонатора лазера помещается электрооптический кристалл, например, KDP — дигидрофосфат калия: H_2KPO_4 .

В кристалле KDP показатели преломления двух лучей зависят от приложенного электрического напряжения (эффект Поккельса), что позволяет быстро управлять оптической длиной кристалла и, как следствие, оптической длиной резонатора лазера, а через нее и частотой генерации лазера.

Оказывается, сдвинуть частоту генерации лазера можно гораздо быстрее, чем изменить амплитуду генерации. Минимальное время изменения частоты 10^{-12} с — это постоянная времени эффекта Поккельса.

Вместо изменения частоты генерации лазера путем изменения оптической длины резонатора при изменении электрического напряжения на кристалле KDP рассмотрим эквивалентный, но более простой для анализа, метод изменения частоты — механическое перемещение зеркала вдоль оси резонатора лазера.

Пусть зеркало резонатора лазера движется (для определенности) навстречу лучу в течение времени $\frac{2L}{c}$. Такой промежуток времени интересен тем, что за это время весь свет, находящийся в резонаторе лазера, один и только один раз отразится от движущегося зеркала.

При отражении от набегающего зеркала частота света увеличивается за счет продольного эффекта Доплера:

$$\frac{\Delta\nu}{\nu} = 2\frac{V}{c}.$$

Причина изменения частоты света состоит в следующем. В системе отсчета зеркала частота падающего на зеркало света и отраженного света одна и та же, а при переходе в лабораторную систему отсчета частоты этих двух волн испытывают доплеровский сдвиг частоты $\frac{\Delta\nu}{\nu} = \frac{V}{c}$ в противоположные стороны.

Покажем, что частота отраженного зеркалом света в точности окажется соответствующей новой длине резонатора лазера в конце промежутка времени $\frac{2L}{c}$. Для этого найдем изменение частоты резонатора.

На удвоенной длине резонатора укладывается целое число длин волн $2L = m\lambda$. Только при выполнении этого условия, можно нарисовать зависимость напряженности световой волны от координаты резонатора лазера в один момент времени во всех точках резонатора. Если условие не выполнено, то функция получается неоднозначной.

Тогда при изменении длины резонатора отношение $\frac{L}{\lambda} = const$ остается неизменным. С учетом $\lambda \nu = c$ получаем, что $L\nu = const$. Продифференцируем это равенство и разделим результат на произведение $L\nu$. Тогда получим:

$$\frac{\Delta L}{L} = -\frac{\Delta \nu}{\nu}.$$

Найдем изменение длины резонатора ΔL за все время движения зеркала $\frac{2L}{c}$:

$$\Delta L = -V \Delta t = -V \frac{2L}{c} \quad \text{откуда}$$

$$\frac{\Delta L}{L} = -2 \frac{V}{c},$$

а с учетом $\frac{\Delta L}{L} = -\frac{\Delta \nu}{\nu}$ получим:

$$\frac{\Delta \nu}{\nu} = 2 \frac{V}{c} \quad \text{— это относительное изменение частоты резонатора лазера за}$$

время движения зеркала. Это изменение в точности совпадает с изменением частоты света при отражении от набегающего зеркала лазера. То есть отраженное зеркалом световое поле изменяется по частоте и оказывается в резонансе с новой частотой резонатора, которая окажется у резонатора после движения зеркала в течение времени $\frac{2L}{c}$. При этом не возникает никаких переходных процессов, и, следовательно, частоту генерации лазера можно переключить очень быстро.

Показатель преломления кристалла KDP желательно линейно изменять на интервале времени $\frac{2L}{c}$ или на кратном ему интервале времени, чтобы полностью избежать переходных процессов в лазере.

Гетеродинный прием.

Ранее мы упоминали о гетеродинном приеме сигналов ЗСП и фотонного эха при штарковском переключении частоты. Обсудим теперь преимущества гетеродинного приема сигналов.

Направим на приемник света две световые волны с частотами ω_1 и ω_2 . Пусть амплитуда одной волны гораздо больше амплитуды второй волны $\mathcal{E}_{01} \gg \mathcal{E}_{02}$. Этот способ регистрации называется гетеродинным приемом слабого сигнала.

Рассмотрим интенсивность суммарной волны, которая пропорциональна среднему по времени квадрату напряженности суммарного светового поля:

$$\begin{aligned}
I &\sim \left\langle E^2(t) \right\rangle_t = \left\langle \left(\mathcal{E}_{01} \cos(\omega_1 t) + \mathcal{E}_{02} \cos(\omega_2 t) \right)^2 \right\rangle_t = \\
&= \mathcal{E}_{01}^2 \left\langle \cos^2(\omega_1 t) \right\rangle_t + \mathcal{E}_{02}^2 \left\langle \cos^2(\omega_2 t) \right\rangle_t + \\
&\quad + \mathcal{E}_{01} \mathcal{E}_{02} \left\langle \cos((\omega_1 + \omega_2)t) \right\rangle_t + \mathcal{E}_{01} \mathcal{E}_{02} \left\langle \cos((\omega_1 - \omega_2)t) \right\rangle_t
\end{aligned}$$

Здесь квадрат каждого косинуса в среднем равен половине, а косинус суммарной оптической частоты в среднем равен нулю. Косинус разностной частоты усреднять не следует, если эту разностную частоту позволяет зарегистрировать быстродействие приемника света. Тогда получим

$$I \sim \frac{1}{2} \mathcal{E}_{01}^2 + \frac{1}{2} \mathcal{E}_{02}^2 + \mathcal{E}_{01} \mathcal{E}_{02} \cos((\omega_1 - \omega_2)t).$$

Предположим теперь, что первая световая волна имеет постоянную амплитуду, а амплитуда второй световой волны мала и представляет собой интересующий нас сигнал ЗСП или фотонного эха. В таком случае в фототоке приемника образуются три слагаемых пропорциональные трем слагаемым интенсивности света, падающего на приемник.

Первое слагаемое $\frac{1}{2} \mathcal{E}_{01}^2$ постоянно и не несет никакой информации.

Второе слагаемое $\frac{1}{2} \mathcal{E}_{02}^2$ пропорционально интенсивности интересующего нас сигнала, третье слагаемое фототока на частоте $\omega_1 - \omega_2$ имеет амплитуду пропорциональную амплитуде интересующей нас волны и тоже несет информацию об интересующем нас сигнале. С учетом неравенства $\mathcal{E}_{01} \gg \mathcal{E}_{02}$ оказывается, что третье слагаемое гораздо больше второго. Следовательно, постоянная засветка приемника света световой волной с большой, но очень стабильной амплитудой \mathcal{E}_{01} , позволяет регистрировать оптические сигналы с малой амплитудой \mathcal{E}_{02} . Отношение амплитуд третьего $\mathcal{E}_{01} \mathcal{E}_{02}$ и второго \mathcal{E}_{02}^2 слагаемых показывает, что гетеродинный прием позволяет увеличить слабый сигнал в $\frac{\mathcal{E}_{01}}{\mathcal{E}_{02}}$ раз.

Множественное увеличение в $\frac{\mathcal{E}_{01}}{\mathcal{E}_{02}}$ раз электрического сигнала с приемника света позволяет регистрировать слабые сигналы так, чтобы они не тонули в шумах приемника. То есть гетеродинный прием сигнала позволяет многократно увеличить отношение сигнал — шум.

Быстрое адиабатическое прохождение.

Название явления нужно понимать, как быстрое, но медленное прохождение (смотрите, например, адиабатические инварианты). Имеется в виду, что рассматриваемый процесс быстрый по сравнению с одним

характерным временем задачи $\frac{1}{\gamma}$, но медленный по сравнению с другим временем $\frac{1}{R}$.

Будем называть свипированием частоты (swipe — удар) именно такое (быстрое, но медленное) сканирование частоты света, при котором частота света проходит широкий диапазон частот, в котором линия поглощения помещается вместе со своими достаточно далекими крыльями.

Рассмотрим с помощью вектора Блоха, что происходит со средой при свипировании частоты света.

Пусть до взаимодействия со светом среда не инвертирована, и вектор Блоха направлен вертикально вниз.

При взаимодействии со светом вектор Блоха вращается вокруг вектора $\vec{R}_\Omega = \begin{pmatrix} R \\ 0 \\ \Omega \end{pmatrix}$ в левую сторону. Здесь $R = \frac{p\mathcal{E}_0}{\hbar}$ — частота Раби, $\Omega = \omega - kV_z - \omega_{21}$

— расстройка частоты светового поля относительно частоты перехода в системе отсчета молекулы.

Как изменяется вектор \vec{R}_Ω при свипировании частоты? Расстройка Ω изменяется от $-\infty$ до $+\infty$ или наоборот. При таком изменении третьей координаты вектора \vec{R}_Ω можно сказать, что сам вектор как бы поворачивается на угол π при одновременном изменении длины вектора в процессе поворота.

Пусть для определенности свипирование происходит при изменении Ω от $-\infty$ до $+\infty$. Тогда в начальный момент времени третья координата вектора \vec{R}_Ω равна $\Omega = -\infty$, и сам вектор \vec{R}_Ω направлен вертикально вниз, как и вектор Блоха \vec{B} .

Если вектор \vec{R}_Ω поворачивается достаточно медленно, а вектор Блоха \vec{B} , соответственно, вращается вокруг вектора \vec{R}_Ω достаточно быстро, то вектор Блоха \vec{B} во все время свипирования остается рядом с вектором \vec{R}_Ω .

В результате такого свипирования вектор Блоха поворачивается снизу вверх, как и вектор \vec{R}_Ω .

Рассмотрим теперь одно свипирование, но в обратном направлении, при изменении Ω от $+\infty$ до $-\infty$. Начальное состояние вектора Блоха по-прежнему будем считать таким, что вектор Блоха направлен вертикально вниз.

Вектор \vec{R}_Ω теперь при свипировании поворачивается сверху вниз, но вектор Блоха снова поворачивается снизу вверх, так как можно считать, что он вращается в правую сторону вокруг вектора $-\vec{R}_\Omega$, а вектор $-\vec{R}_\Omega$ поворачивается снизу вверх.

То есть при свипировании частоты в любую сторону, если вначале процесса вектор Блоха направлен вниз, то в конце процесса вектор Блоха будет направлен вверх.

Такой поворот вектора Блоха похож на результат воздействия на среду π импульса света. И действительно, поворот снизу вверх равен повороту на угол π вокруг оси 1. Но есть и отличие свипирования от воздействия π импульса света.

Разница в том, что свипирование частоты нечувствительно к амплитуде света. Результат свипирования не зависит от амплитуды светового поля, если амплитуда остается достаточно большой. Если же рассматривать воздействие на среду светового π импульса, то при увеличении амплитуды света вдвое π импульс света превращается в 2π импульс, результат воздействия которого на среду совсем другой (никакой).

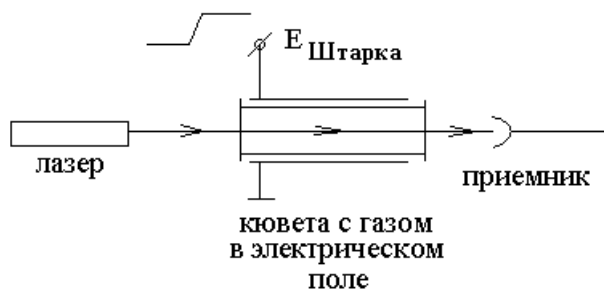
Рассмотрим теперь, что будет происходить с вектором Блоха, если провести два свипирования с небольшой задержкой по времени.

Мы выяснили, что от направления свипирования результат не зависит, поэтому второе свипирование можно проводить в обратном направлении.

При первом свипировании вектор \vec{R}_Ω поворачивается снизу вверх, и вектор Блоха поворачивается вместе с ним. Пусть второе свипирование происходит сразу за первым без задержки по времени. Тогда при втором свипировании вектор \vec{R}_Ω поворачивается сверху вниз, и вектор Блоха возвращается вниз вместе с ним.

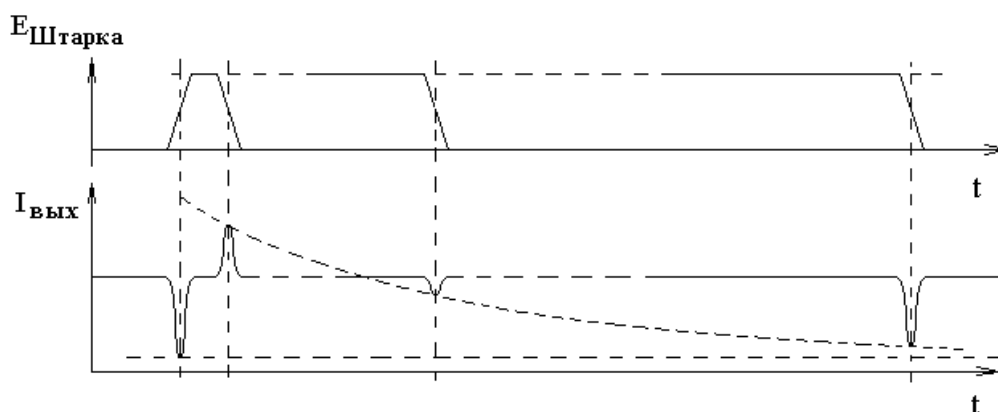
Если же второе свипирование произвести после значительной задержки по времени, то за время этой задержки вектор Блоха из состояния вверх может вернуться в обычное для него состояние вниз в результате релаксации. Первое свипирование будет забыто. В таком случае второе свипирование снова переводит вектор Блоха снизу вверх, а не сверху вниз, как при нулевой задержке между двумя свипированиями.

Свипирование удобно производить штарковским переключением частоты. Ниже на рисунке приведена оптическая схема эксперимента:



На следующем рисунке приведены две зависимости. Первая зависимость — это зависимость напряженности штарковского поля от времени с тремя вариантами временной задержки между двумя свипированиями. Вторая

зависимость — это зависимость интенсивности света на приемнике, как функция времени.



На левом краю первого графика изображен линейный рост штарковского поля $E_{Штарка}$, которым протягивают линию поглощения мимо неподвижной частоты генерации лазера. При этом для набора молекул с каждым значением лучевой скорости V_z в результате первого свипирования $\Omega = \omega - kV_z - \omega_{21}$ изменяется от $\Omega = -\infty$ до $\Omega = +\infty$, а вектор Блоха переходит из состояния направленности вниз в состояние направленности вверх. Для каждой лучевой скорости V_z поворот вектора Блоха происходит в свое время, когда $\Omega(t) = \omega - kV_z - \omega_{21} = 0$. Среда при этом запасает энергию. Энергия забирается из проходящего среду светового поля. В результате мощность света на приемнике повторяет доплеровский контур линии поглощения.

Если второе свипирование происходит сразу после первого, то вектор Блоха возвращается сверху вниз. При этом среда отдает энергию, запасенную при первом свипировании, и свет усиливается. Зависимость интенсивности на выходе кюветы опять повторяет контур доплеровской линии поглощения, только вместо поглощения света происходит его усиление.

На рисунке приведены три возможных варианта времени второго свипирования.

Если второе свипирование происходит с большой задержкой, то вектор Блоха успевает вернуться вниз в результате релаксации безо всякого взаимодействия со светом. В этом случае второе свипирование снова переводит вектор Блоха снизу вверх, а среда поглощает свет.

При некоторой промежуточной длительности задержки между двумя свипированиями импульс в интенсивности света на выходе кюветы меняет знак.

Амплитуда этого импульса в интенсивности света, как функция задержки между двумя свипированиями имеет вид:

$$S \sim (e^{-\gamma_1 \tau} + e^{-\gamma_2 \tau} - 1).$$

Измерение этой зависимости позволяет определить константы затухания γ_1 и γ_2 , а через них получить информацию о молекулярных столкновениях.

Казалось бы, амплитуда импульса должна релаксировать к стационарному значению с постоянной времени затухания верхнего уровня γ_2 , но в приближении составленных уравнений для матрицы плотности релаксация верхнего и нижнего уровней идет на третьи уровни.

Запаздывающая оптическая нутация.

Амплитуда изменения интенсивности света для первого полупериода оптической нутации равна изменению интенсивности при ненасыщенном поглощении света. Это поглощение определяется разностью заселенностей двух уровней без светового поля:

$$S \sim (N_1^0 - N_2^0).$$

Амплитуду первого полупериода оптических нутаций S будем называть амплитудой оптических нутаций.

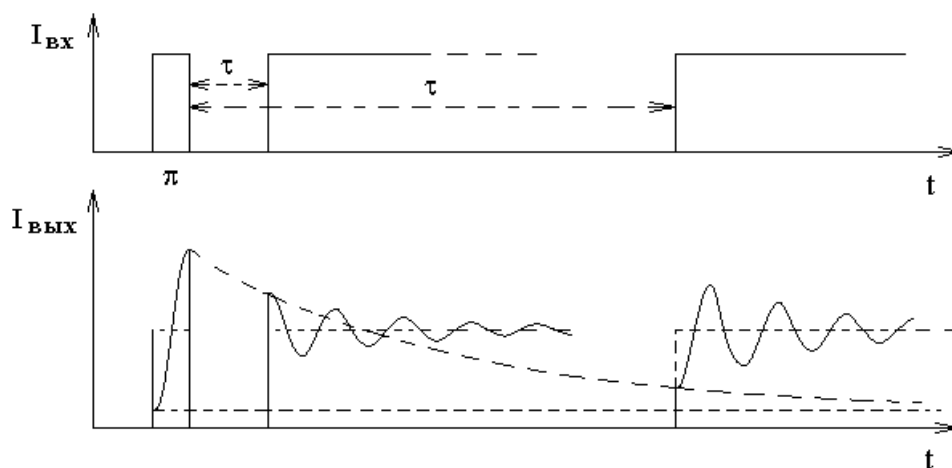
Если предварительно до начала нутаций изменить разность заселенностей $(N_1 - N_2)$, то пропорционально этой разности изменится и амплитуда нутаций.

Рассмотрим два варианта такого изменения и два соответствующих им явления — явление двухимпульсной и явление одноимпульсной запаздывающей оптической нутации.

Для определенности приведем рисунки, поясняющие эти явления, при выполнении неравенства $R \ll kU$.

Двухимпульсная запаздывающая оптическая нутация.

В этом варианте предварительно перед ступенькой включения светового поля через среду пропускают π импульс света, который переводит вектор Блоха из состояния направленности вниз в состояние направленности вверх.



На верхнем рисунке после π импульса показаны два варианта задержки τ между π импульсом и ступенькой включения светового поля.

На нижнем рисунке показана зависимость интенсивности на выходе кюветы, как функция времени для этих же двух вариантов задержки τ . Интенсивность света на выходе кюветы во время π импульса искажена началом оптических нутаций.

Если задержка τ мала, то оптические нутации, возникающие после включения ступеньки интенсивности света, продолжают с отклонения вверх, а не вниз, как бы это было при обычной оптической нутации без предварительного π импульса света. Нутации связаны с вращением вектора

Блоха вокруг вектора $\vec{R}_\Omega = \begin{pmatrix} R \\ 0 \\ \Omega \end{pmatrix} \approx \begin{pmatrix} R \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$. Выключаем поле — прекращается

вращение вектора Блоха — вектор Блоха остается на месте. Включаем поле — вектор Блоха продолжает вращение из того положения, в котором он остановился. Нутации просто продолжают с той фазы, в которой их застало временное выключение светового поля.

По-другому объяснить тот факт, что нутации начинаются в инвертированной полярности, можно тем, что предварительный π импульс света инвертирует заселенность среды, а амплитуда нутаций пропорциональна разности заселенностей.

Если задержка τ велика по сравнению со временем затухания вектора Блоха, то вектор Блоха после π импульса успевает снова вернуться к направлению вниз. В этом случае, как и обычная нутация, запаздывающая нутация начинается с отклонения вниз, но с несколько меньшей амплитудой.

Амплитуда двухимпульсной запаздывающей нутации в интенсивности прошедшего кювету с газом света имеет следующую зависимость от времени задержки τ между π импульсом света и ступенькой включения света:

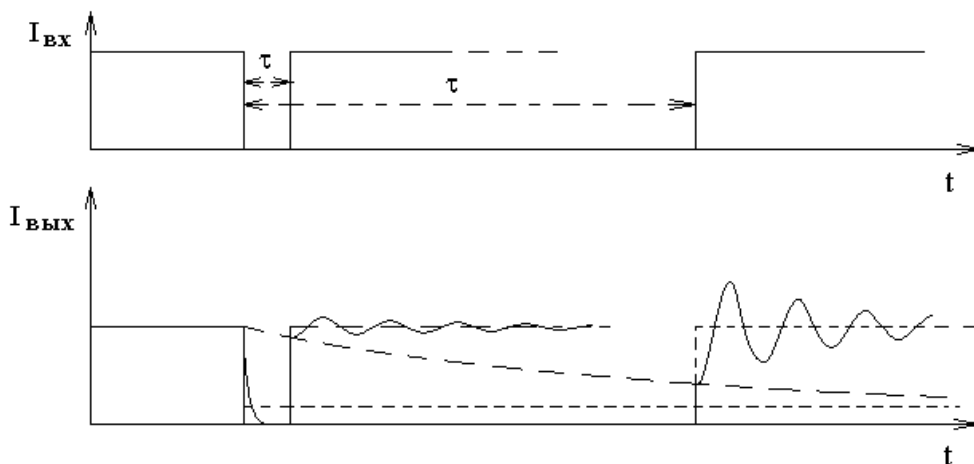
$$S \sim (e^{-\gamma_1 \tau} + e^{-\gamma_2 \tau} - 1).$$

Измерение этой зависимости на опыте позволяет определить величины скоростей затухания обеих уровней энергии γ_1 и γ_2 . Эти величины несут информацию о молекулярных столкновениях.

Одноимпульсная запаздывающая нутация.

В этом варианте наблюдения запаздывающей оптической нутации есть один импульс — это прямоугольный импульс выключения светового поля.

На нижеследующем рисунке рассмотрены варианты двух длительностей импульса выключения света:



Если длительность импульса выключения светового поля мала, то амплитуда оптических нутаций стремится к нулю, так как в предельном случае нет импульса выключения и нет нутаций.

При большой длительности импульса выключения света среда к моменту включения света успевает забыть, что ранее свет уже был. В таком случае наблюдаются оптические нутации практически с обычной амплитудой, как в случае ступеньки включения света без предварительной засветки.

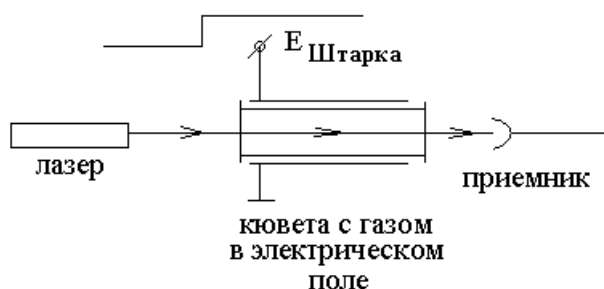
Зависимость амплитуды нутаций от длительности импульса выключения света имеет вид:

$$S \sim (e^{-\gamma_1 \tau} + e^{-\gamma_2 \tau} - 2).$$

Измерение этой зависимости на опыте позволяет определить скорости затухания уровней γ_1 и γ_2 , которые несут информацию о молекулярных столкновениях.

Биения когерентного комбинационного рассеяния.

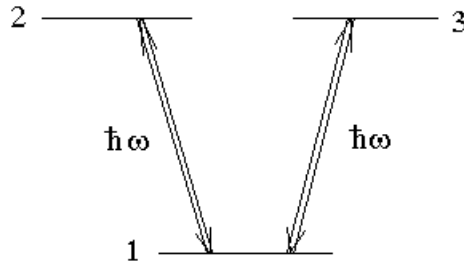
Рассмотрим оптическую схему опыта со штарковским переключением частоты:



Интересующий нас сигнал биений когерентного комбинационного рассеяния наблюдается в трехуровневой схеме с общим нижним или общим верхним уровнем энергии.

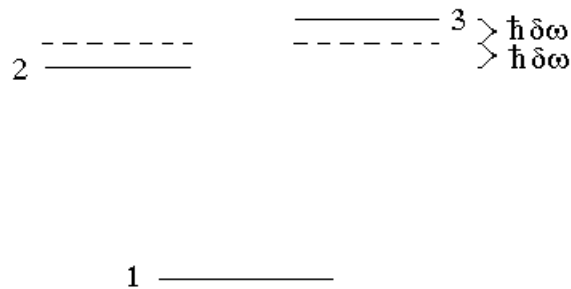
Рассмотрим схему с общим нижним уровнем энергии.

Пусть без штарковского поля два верхних уровня энергии вырождены:



Мощное лазерное излучение с частотой ω осуществляет оптическую накачку уровней энергии 2 и 3.

Пусть при штарковском переключении частоты уровни 2 и 3 сдвигаются в разные стороны на одинаковую величину $\hbar\delta\omega$, и пусть уровень 1 не сдвигается:



В интенсивности света на приемнике излучения после штарковского переключения частоты наблюдаются три сигнала разной природы.

1). Оптические нутации.

Обычно оптические нутации наблюдаются при включении светового поля.

Частоты переходов ω_{21} и ω_{31} изменяются при включении штарковского поля. До включения штарковского поля оба перехода взаимодействовали с набором молекул с одной лучевой скоростью V_z :

$$\Omega = 0 \quad \Rightarrow \quad \omega - kV_{z_{старое}} - \omega_{21_{старое}} = 0 \quad \Rightarrow$$

$$V_{z_{старое}} = \frac{\omega - \omega_{21_{старое}}}{k}.$$

После включения штарковского поля частоты переходов ω_{21} и ω_{31} сдвигаются в разные стороны, и со световым полем начинают взаимодействовать два новых набора молекул:

$$V_{z_{новое}} = \frac{\omega - \omega_{21_{новое}}}{k} \quad \text{и} \quad V_{z_{новое}} = \frac{\omega - \omega_{31_{новое}}}{k}.$$

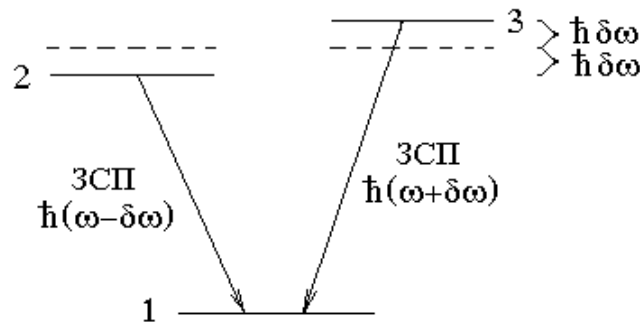
Для этих двух наборов световое поле включается, следовательно, на этих наборах наблюдаются сигналы оптических нутаций.

2). Затухание свободной поляризации.

Для набора молекул с лучевой скоростью $V_{z_{старое}} = \frac{\omega - \omega_{21_{старое}}}{k}$ световое

поле выключается. Следовательно, на этом наборе молекул должен наблюдаться сигнал затухания свободной поляризации (ЗСП).

Для этого набора световое поле выключается, а раскачанные полем диполи молекул остаются и продолжают излучать. Только эти диполи излучают на новых частотах $\omega_{21_{новое}} = \omega - \delta\omega$ и $\omega_{31_{новое}} = \omega + \delta\omega$.



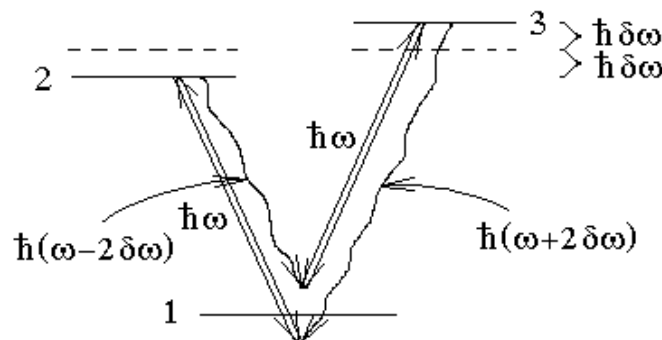
Вместе с излучением сигналов ЗСП на частотах $\omega - \delta\omega$ и $\omega + \delta\omega$ на приемник попадает лазерное излучение с частотой ω . Наличие лазерного излучения с частотой ω приводит к так называемому гетеродинному приему слабых сигналов ЗСП. В результате гетеродинного приема фототок приемника имеет полезный сигнал на частоте биений $\delta\omega$ слабого оптического сигнала ЗСП $\omega \pm \delta\omega$ и сильного опорного оптического сигнала лазерного поля ω .

Сигнал ЗСП быстро затухает примерно за то же время $\frac{1}{R}$, что и сигнал оптических нутаций.

3). Биения когерентного комбинационного рассеяния.

Это новый для нас сигнал, который затухает гораздо медленнее, чем ЗСП и оптические нутации.

Сильное лазерное поле разрешает двухфотонные переходы, в которых первый фотон — это фотон спонтанного излучения, а второй фотон — поглощение света из сильной лазерной волны. Эти двухфотонные переходы представлены на нижеследующем рисунке:



Как видно из рисунка, частоты фотонов спонтанных излучений, которые участвуют в двухфотонных процессах, равны $\omega - 2\delta\omega$ и $\omega + 2\delta\omega$.

Гетеродинный прием этого спонтанного излучения на частотах $\omega - 2\delta\omega$ и $\omega + 2\delta\omega$ с опорным излучением на частоте ω создает фототок приемника на частоте $2\delta\omega$.

Рассматриваемые двухфотонные переходы не уменьшают суммарной заселенности уровней 2 и 3, поэтому двухфотонные переходы продолжают в течение всего времени затухания $\frac{1}{\gamma}$ уровней энергии 2 и 3. Это время гораздо больше времени $\frac{1}{R}$ затухания ЗСП и оптических нутаций.

Регистрируемый фототок называют сигналом биений когерентного комбинационного рассеяния. Фототок затухает, как

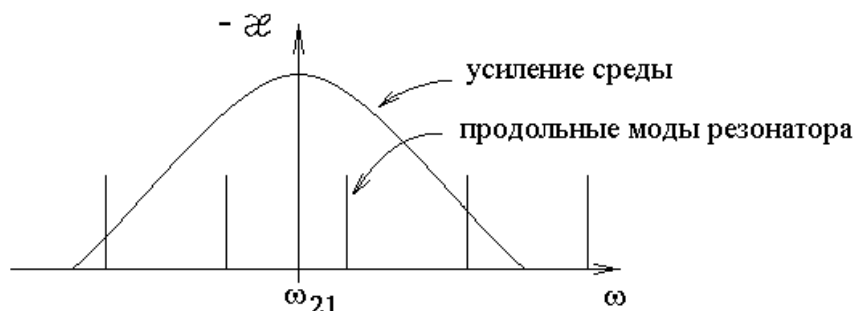
$$S \sim \left(e^{-\gamma_2 t} + e^{-\gamma_3 t} \right).$$

Нелинейная комб-спектроскопия высокого разрешения.

1 Иванов В С , Пулькин С А , Фрадкин Э Е , Кузьмин А И Нелинейные резонансы в спектре поляризации и восприимчивости двухуровневой атомной системы в трехмодовом световом поле // Вестник СПбГУ Сер.4, 2007, Вып.3, С.125-129.

2. Рустамаева Т.О., Савельева С.В., Уварова С.В., Калиничев А.А., Пулькин С.А. Метод бездоплеровской комб-спектроскопии на примере биомаркера окиси азота NO. IX Международная конференция молодых ученых и специалистов "Оптика – 2015", 12-16 октября 2015 года, Санкт-Петербург, Россия.

Идея состоит в том, чтобы использовать в спектроскопии насыщения поглощения излучение импульсного лазера в режиме генерации периодических импульсов с частотой межмодового интервала продольных мод лазера. Периодические импульсы раскладываются в ряд Фурье в виде спектра равноотстоящих частотных линий с межмодовым частотным интервалом.



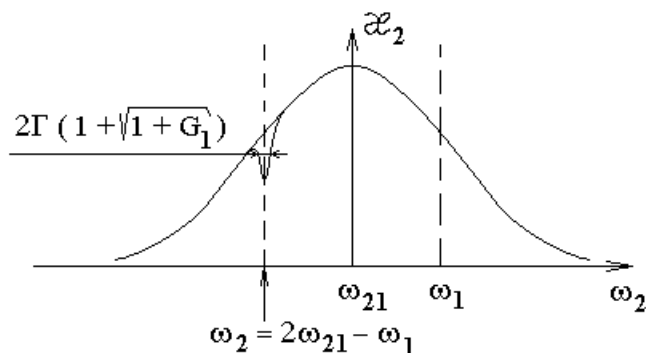
Для наблюдения спектрально узких резонансов насыщения поглощения световое поле должно быть достаточно слабым.

Можно считать, что излучение каждой частоты присутствует непрерывно. В таком случае резонанс насыщения поглощения встречных волн будет наблюдаться в двух случаях.

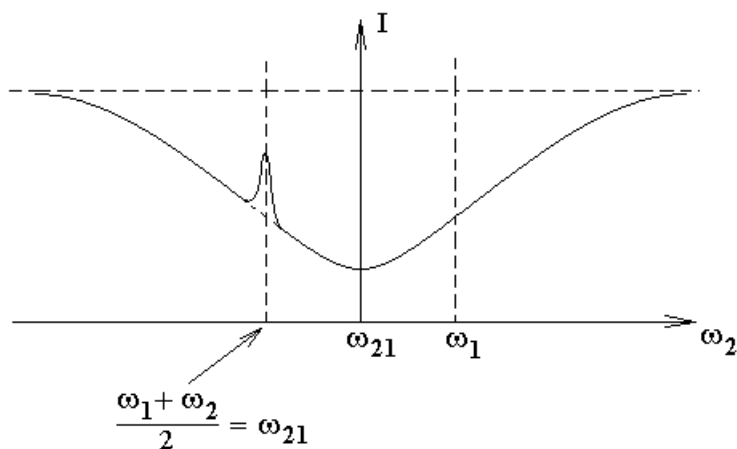
1. Одна из мод лазера совпадает с центром линии поглощения.

2. Центр линии поглощения находится ровно посередине между двумя соседними продольными модами генерации лазера, так как в спектроскопии насыщения поглощения встречных световых волн разных частот резонанс образуется, когда полусумма частот встречных волн совпадает с центром линии поглощения газа.

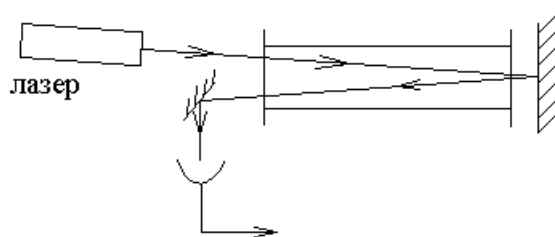
Для непрерывных лазеров при фиксированной частоте одной из встречных волн ω_1 коэффициент поглощения второй волны, как функция ее частоты ω_2 имеет следующий вид.



Соответственно мощность второй волны на приемнике излучения после прохождения кюветы имеет следующий вид.



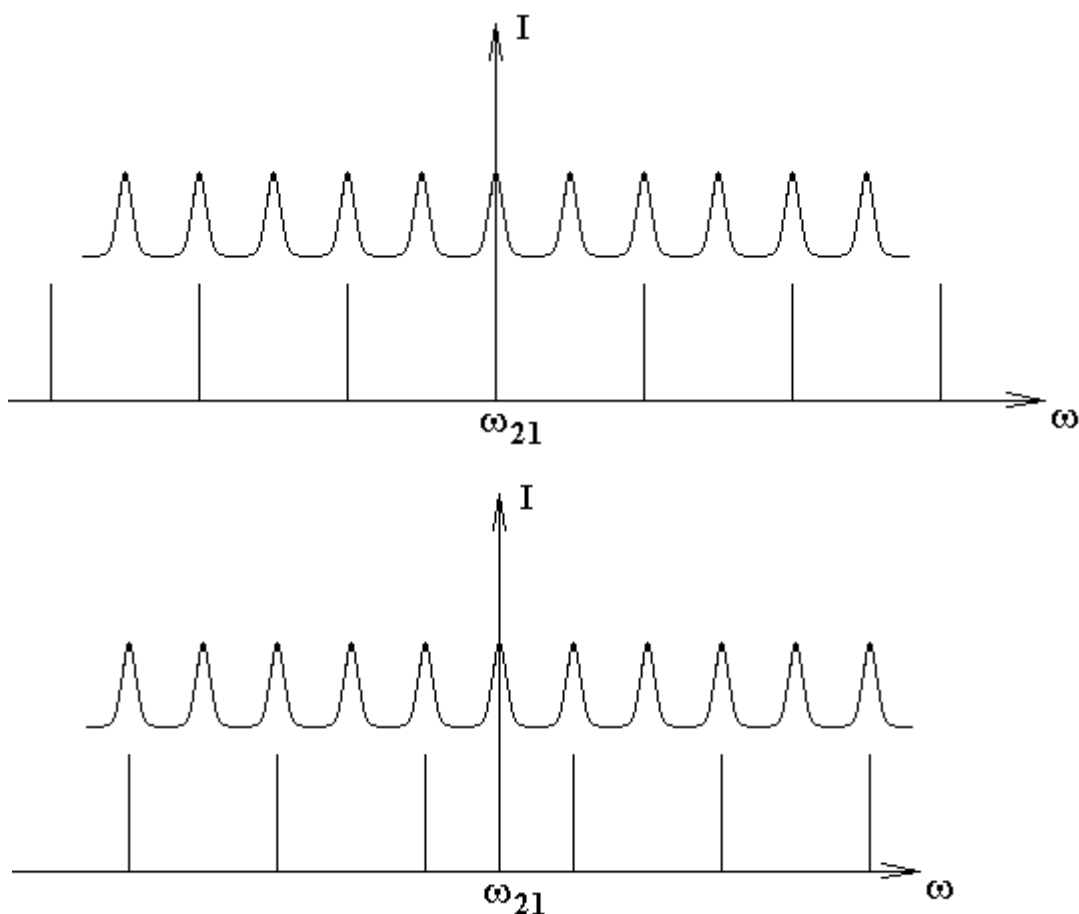
Рассмотрим традиционную схему спектроскопии насыщения поглощения, в которой излучение лазера проходит кювету с газом низкого давления, отражается зеркалом, проходит кювету с газом во встречном направлении и попадает на приемник излучения. Только будем рассматривать излучение импульсного лазера. Регистрируется резонансное увеличение мощности на приемнике при изменении несущей частоты лазерных импульсов.



В многомодовом случае каждая пара симметрично расположенных относительно центра линии поглощения мод генерации будет участвовать в формировании одного и того же резонанса во встречных световых волнах. Резонанс формируется в двух случаях: когда одна из мод лазера совпадает с центром линии поглощения, и когда центр линии поглощения оказывается ровно посередине между соседними модами лазера.

Поскольку в формировании сигнала участвуют все моды, при изменении несущей частоты импульса на величину межмодового интервала сигнал на приемнике будет повторяться.

Если учесть оба механизма формирования резонанса насыщения поглощения встречных волн, то при изменении несущей частоты лазерного импульса резонансы будут регистрироваться вдвое чаще частотного расположения продольных мод.



На рисунках приведена зависимость мощности на приемнике света, как функция несущей частоты спектрального комба — гребенки разрешенных продольных мод импульсного лазера, но эти графики лучше воспринимать не в

обычном смысле. Пусть гребенка частот излучения лазера движется по горизонтальной оси, тогда можно считать, что график зависимости мощности на приемнике движется вместе с гребенкой, а мощность на приемнике в каждый момент равна значению мощности в точке пересечения графика мощности и вертикальной оси графика. Максимумы мощности на приемнике соответствуют симметричным расположениям мод, как это изображено на двух рисунках. Резонансы могут быть очень узкими (не как на рисунке), на несколько порядков уже частотного интервала между модами.

**Вопросы к экзамену 2024-2025 учебного года для качественного
рассмотрения без математических выкладок.**

1. Провал и пик Беннетта. Что по осям? Светоиндуцированный дрейф и разделение изотопов.

2. Резонанс насыщения поглощения с одинаковыми частотами встречных волн. Оптическая схема эксперимента. При каких условиях ширина резонанса много меньше доплеровской ширины линии поглощения? Оптическая развязка.

3. Лазерное охлаждение. Доплеровское охлаждение (радиационное давление), объяснить механизм охлаждения. Оптическая патока. Охлаждение методом боковой полосы.

4. Резонанс плотности возбужденных частиц. Оптическая схема. Что по осям? Почему резонансно уменьшается плотность возбужденных частиц? Оптогальванический метод регистрации.

5. Фемтосекундный (титан-сапфировый) лазер. Синхронизация мод, наведенная светом линза, изменение длительности импульса диафрагмированием луча. Измерение длительности импульса. Чирпирование импульса.

6. Резонанс двухфотонного поглощения без доплеровского уширения. Оптическая схема. Объяснить форму сигнала в виде суммы широкого и узкого контуров. В чем разница между каскадным и двухфотонным возбуждением? Когда каскадным возбуждением можно пренебречь по сравнению с двухфотонным возбуждением?

7. СРТ-резонанс (КПН — резонанс когерентного пленения населенности). В зависимости чего от чего наблюдается резонанс. Почему СРТ-резонансы могут быть очень узкими. Лазеры без инверсии. Остановка света.

8. Физический смысл компонент вектора Блоха. Два смысла первых двух компонент.

9. Динамический эффект Штарка или эффект Штарка в световом поле. Объяснить расщепление уровней. Характер сдвига уровней в слабом поле. Расщепление уровней и правила отбора в сильном поле.

10. Оптические нутации. Частота нутаций, характерное время затухания нутаций. Объяснить причину быстрого спада амплитуды пульсаций интенсивности.

11. Затухание свободной поляризации. Характерное время затухания. Почему сигнал затухает быстрее, чем затухает излучение одной молекулы? Сверхизлучение.

12. Площадь светового импульса. Пи-пополам, пи, 2-пи импульсы. Самоиндуцированная прозрачность.
13. Двухимпульсное фотонное эхо. Объяснить возникновение сигнала эха.
14. Трехимпульсное фотонное эхо. Объяснить эхо эха и индуцированное эхо.
15. Цуг эха Карра-Парселла. Соотношение площадей импульсов и задержек между импульсами.
16. Быстрое адиабатическое прохождение. Отличие и сходство с пи-импульсом. Что наблюдается в эксперименте?
17. Запаздывающая оптическая нутация (двухимпульсная и одноимпульсная).
18. Биения когерентного комбинационного рассеяния. Рассмотреть три сигнала в реальной схеме эксперимента.