

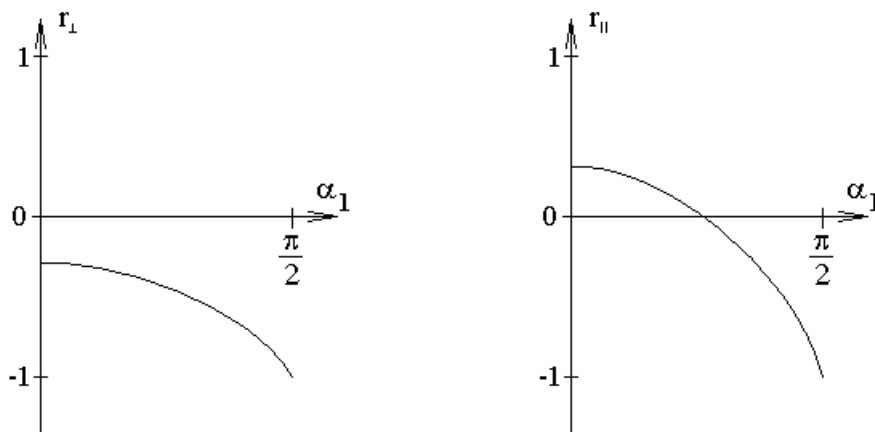
## Экзамен. Потеря полуволны при отражении от оптически более плотной среды.

Рассмотрим нормальное падение света на границу раздела двух сред  $\alpha_1 = \alpha_2 = 0$ , тогда  $\cos(\alpha_1) = \cos(\alpha_2) = 1$ , откуда  $r_{\perp} = -r_{\parallel} = \frac{n_1 - n_2}{n_1 + n_2} < 0$  при условии отражения от оптически более плотной среды  $n_2 > n_1$ . Соотношение  $r_{\perp} = -r_{\parallel}$  связано с не очень удачным выбором положительного направления вектора  $\vec{E}$  отраженной волны для поляризации параллельной плоскости падения света.

Неравенство  $r_{\perp} = -r_{\parallel} < 0$  означает, что для любой поляризации при нормальном падении света в отраженной волне вектор  $\vec{E}$  направлен навстречу вектору  $\vec{E}$  падающей волны.

Можно сказать, что отраженная волна имеет отрицательную амплитуду. Сомножитель в амплитуде минус единица  $-1 = e^{i\pi}$ . Следовательно, можно сказать, что отраженная волна сдвинута по фазе на  $\pi$ . Сдвиг фазы  $\pi$  эквивалентен разности хода  $\frac{\lambda}{2}$ , поэтому и говорят, что при отражении от оптически более плотной среды происходит потеря полуволны, как и при отражении от металлического зеркала.

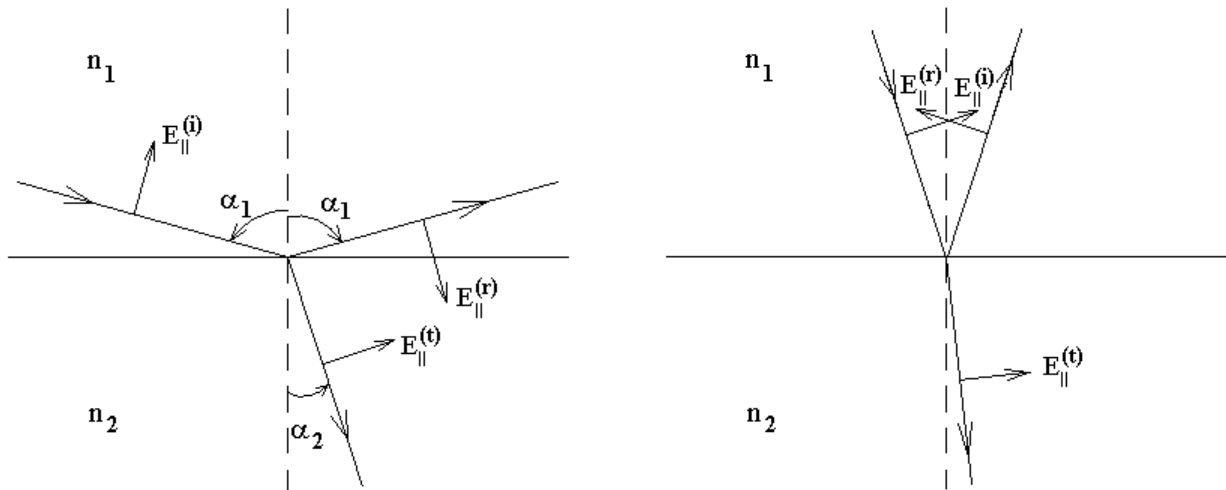
Рассмотрим графики зависимостей амплитудных коэффициентов отражения от угла падения для двух поляризаций.



Из рисунка можно сделать вывод, что при отражении света от оптически более плотной среды векторы  $\vec{E}$  падающей и отраженной волн направлены навстречу друг другу при любом угле падения и любой поляризации света или почти навстречу для поляризации параллельной плоскости падения света.

Для поляризации перпендикулярной плоскости падения такой результат более или менее очевиден, так как амплитудный коэффициент отражения  $r_{\perp}$  всегда отрицателен. Для поляризации в плоскости падения света знак коэффициента отражения меняется при изменении угла падения, но векторы

$\vec{E}_{\parallel}^{(i)}$  и  $\vec{E}_{\parallel}^{(r)}$  остаются примерно противоположно направленными в падающей и отраженной волнах при любых углах падения света. Это видно из ниже следующих рисунков, на которых показаны направления векторов  $\vec{E}_{\parallel}^{(i)}$  и  $\vec{E}_{\parallel}^{(r)}$  в двух предельных случаях при  $\alpha_1 \approx \frac{\pi}{2}$  и при  $\alpha_1 \approx 0$ .



### Экзамен. Отражение света при скольльзящем падении луча.

Скольльзящее падение луча на границу двух сред — это угол падения  $\alpha_1$  близкий к  $\frac{\pi}{2}$ .

$$\alpha_1 \rightarrow \frac{\pi}{2} \Rightarrow \cos(\alpha_1) \rightarrow 0.$$

Тогда

$$r_{\parallel} = \frac{n_2 \cos(\alpha_1) - n_1 \cos(\alpha_2)}{n_2 \cos(\alpha_1) + n_1 \cos(\alpha_2)} = \frac{-n_1 \cos(\alpha_2)}{+n_1 \cos(\alpha_2)} = -1, \quad \text{так как } \cos(\alpha_2) \neq 0,$$

потому что  $\alpha_2 \neq \alpha_1$ .

Аналогично для второй поляризации

$$r_{\perp} = \frac{n_1 \cos(\alpha_1) - n_2 \cos(\alpha_2)}{n_1 \cos(\alpha_1) + n_2 \cos(\alpha_2)} = \frac{-n_2 \cos(\alpha_2)}{+n_2 \cos(\alpha_2)} = -1.$$

Для обеих поляризаций при скольльзящем падении света  $r = -1 \Rightarrow$

$$R = r^2 = 1.$$

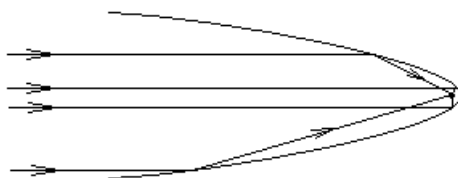
Следовательно, при скольльзящем падении света на границу раздела двух сред коэффициент отражения стремится к единице независимо от характеристик этих сред.

### Экзамен. Зеркало телескопа для мягкого рентгеновского излучения.

Рентгеновское излучение с длинами волн из диапазона  $0.01 \text{ нм} < \lambda < 10 \text{ нм}$  имеет высокую проникающую способность, то есть почти не отражается и не поглощается.

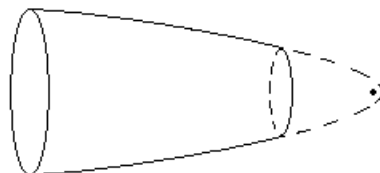
Однако при скользющем падении света на металлическую поверхность мягкие рентгеновские лучи  $\lambda > 1 \text{ нм}$  испытывают заметное отражение.

Рассмотрим параболическое зеркало. Параллельный пучок лучей, падающий на параболическое зеркало параллельно его оси, собирается в одну точку в фокусе зеркала.



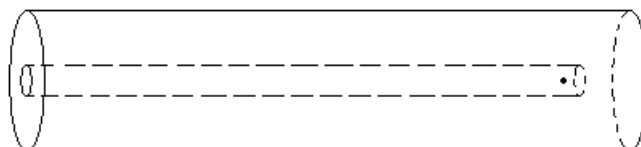
В фокусе зеркала можно поставить приемник излучения. Свет от удаленного источника будет собираться на приемнике в том случае, если направить ось параболического зеркала на источник излучения. Поэтому такое параболическое зеркало и приемник в его фокусе можно рассматривать, как телескоп.

Для мягкого рентгеновского излучения заметное отражение будет только при скользющем падении излучения на поверхность зеркала, поэтому от параболического зеркала можно оставить кольцо, вырезанное из параболоида вращения далеко от фокуса.



Приемник излучения ФЭУ (фотоэлектронный умножитель) устанавливают в фокусе параболоида. Такого типа приемник может регистрировать отдельные фотоны.

Для более жесткого рентгеновского излучения телескоп представляет собой длинный толстостенный свинцовый стакан, на дне которого устанавливают приемник излучения.



Свинцовый стакан не фокусирует рентгеновское излучение, а только обрезает (не пускает) лишнее излучение из других направлений.

Оба вида рентгеновского телескопа имеют достаточно узкую диаграмму направленности принимаемого излучения.

### Экзамен. Полное внутреннее отражение.

Рассмотрим закон Снеллиуса:

$$n_1 \sin(\alpha_1) = n_2 \sin(\alpha_2) \Rightarrow \sin(\alpha_2) = \frac{n_1}{n_2} \sin(\alpha_1)$$

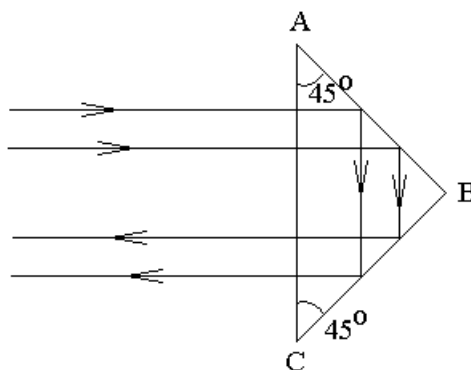
Если  $\frac{n_1}{n_2} \sin(\alpha_1) > 1$ , то  $\sin(\alpha_2) > 1$ , и для угла преломления  $\alpha_2$  нет

решения, удовлетворяющего закону Снеллиуса. Это и есть полное внутреннее отражение. Внутреннее, так как неравенство возможно только при условии  $n_1 > n_2$ . То есть выход света из оптически более плотной среды возможен не всегда.

### Экзамен. Полное внутреннее отражение в 45°-й стеклянной призме.

#### Условие отражения без потерь.

Рассмотрим оптическую схему:



Угол падения света на грани  $AB$  и  $BC$  равен сорока пяти градусам:

$$\alpha_1 = \frac{\pi}{4}.$$

Показатель преломления стекла  $n_1 \approx 1.5$ , а показатель преломления воздуха  $n_2 \approx 1.0003$ . Тогда  $\frac{n_1}{n_2} \sin(\alpha_1) \approx \frac{1.5}{1} \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} > 1$ . Следовательно, решения

уравнения Снеллиуса для угла преломления  $\alpha_2$  нет. То есть на гранях  $AB$  и  $BC$  происходит полное внутреннее отражение света. Оба отражения происходят внутри стеклянной призмы.

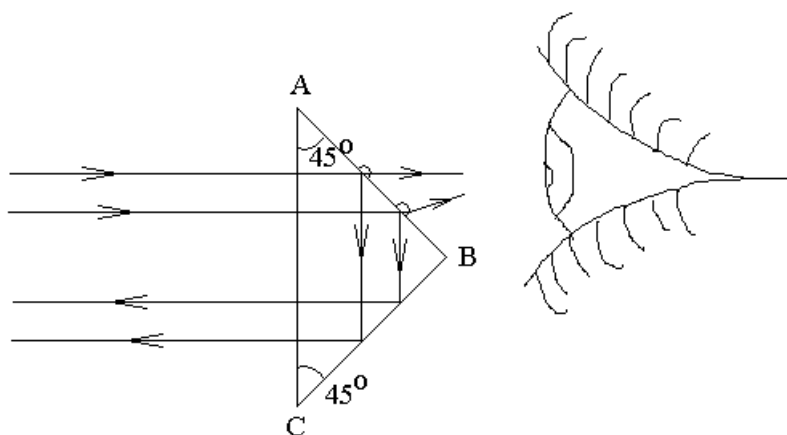
-----  
Полное внутреннее отражение представляет собой заманчивую возможность отражения света без потерь, например, для лазерных зеркал. Для сравнения укажем, что для металлического зеркала в видимом диапазоне света характерный коэффициент отражения  $R \approx 0.8$ .

Чем определяется отличие коэффициента отражения от единицы при полном внутреннем отражении?

Оказывается, что для полного внутреннего отражения без потерь поверхность должна быть очень чистой.

Предположим, что мы оставили отпечаток пальца на поверхности  $AB$ . Отпечаток жирный. Показатель преломления жира  $n_0 > 1$ , поэтому на границе стекло-жир нет полного внутреннего отражения.

Граница жир-воздух не является идеально плоской, поэтому свет падает на эту границу под разными углами и частично выходит наружу, преломляясь.



Глаз, расположенный за призмой, видит светящийся отпечаток пальца.

Высокая чистота поверхности — необходимое условие для полного внутреннего отражения. Загрязнения и неровности поверхности должны иметь толщину заметно меньше, чем  $\frac{\lambda}{2}$ .

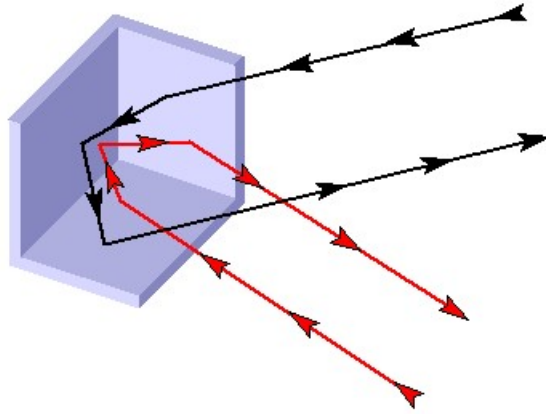
Для видимого света  $\frac{\lambda}{2} \approx 300$  нм. Для сравнения максимальный ковалентный радиус одного атома  $r_0 \approx 0.3$  нм — половина расстояния между соседними атомами в твердой фазе.

### Экзамен. Угловой отражатель. Измерение расстояния от Земли до Луны.

Что представляет собой угловой отражатель?

Представим себе пустой куб, изготовленный из 6-и квадратных листов твердого материала. Мысленно отрежем плоскостью один из углов куба с его окрестностями. Отрезанная часть куба будет представлять собой угол куба, из которого выходят три плоских грани. Сделаем внутреннюю поверхность угла зеркальной. Это и будет угловой отражатель.

Угловой отражатель — три взаимно перпендикулярные зеркальные плоскости, образующие внутренность угла куба.



Автор: Chetvorno - собственная работа, CC0,  
<https://commons.wikimedia.org/w/index.php?curid=18769772>

Проанализируем, как свет отражается от углового отражателя.

Поместим начало координат в вершину углового отражателя. Направим оси координат и единичные векторы  $\vec{e}_x$ ,  $\vec{e}_y$ ,  $\vec{e}_z$  вдоль трех ребер, выходящих из вершины углового отражателя.

Рассмотрим луч, который падает во внутренность углового отражателя. Начальное положение луча — внутри углового отражателя, поэтому все три

координаты этого положения положительны  $\begin{cases} x > 0 \\ y > 0. \\ z > 0 \end{cases}$ . Если направление луча

задано волновым вектором  $\vec{k}$ , то луч падает на внутреннюю часть углового

отражателя при условии  $\begin{cases} k_x < 0 \\ k_y < 0. \\ k_z < 0 \end{cases}$ .

При отражении луча от плоскости  $(x, y)$  изменяется только величина проекции  $k_z$  перпендикулярная зеркальной плоскости, и эта проекция меняет знак  $k_z \rightarrow (-k_z)$ . Отражение от этой плоскости обязательно должно произойти,

это следует из начальных условий:  $\begin{cases} z > 0 \\ k_z < 0. \end{cases}$

Аналогично при отражении от плоскости  $(x, z)$  имеем  $k_y \rightarrow (-k_y)$ , а при отражении от плоскости  $(y, z)$  имеем  $k_x \rightarrow (-k_x)$ .

После отражения от каждой из трех плоскостей волновой вектор  $\vec{k}$  поменяет знак:  $\vec{k} \rightarrow (-\vec{k})$ .

В результате уголкового отражателя ведет себя, как зеркало, которое перпендикулярно любому лучу, если не обращать внимания на параллельное смещение отраженного луча.

-----

Для измерения расстояния от Земли до Луны уголкового отражателя забросили на Луну.

С Земли на Луну пускают короткий лазерный импульс света. После отражения уголкового отражателем свет меняет направление на обратное и возвращается к излучателю.

Время  $\tau$  между излучением и приемом импульса связано с расстоянием  $L$  от Земли до Луны соотношением:

$$c\tau = 2L.$$

Измеряя на опыте время  $\tau$ , находят расстояние до Луны  $L = \frac{c\tau}{2}$ .  $\tau \approx 2$  секунды.

-----

Аналогично с помощью уголковых отражателей проводят калибровку дальномеров радиолокаторов.



Металлический уголкового отражатель для радиоволн.

### **Экзамен. Плоская неоднородная световая волна при полном внутреннем отражении света.**

При полном внутреннем отражении обычной преломленной волны нет, но свет под границей раздела сред все же есть. Только двумя волнами, падающей и отраженной, нельзя одновременно удовлетворить условию отсутствия скачка тангенциальной составляющей на границе двух сред и для электрического и для магнитного поля:

$$\begin{cases} \tilde{E}_{1\tau} = \tilde{E}_{2\tau} \\ \tilde{H}_{1\tau} = \tilde{H}_{2\tau} \end{cases}.$$

В нашем распоряжении есть формулы Френеля для амплитудных коэффициентов отражения и преломления плоских волн, но в случае полного внутреннего отражения нет вещественного решения для угла преломления  $\alpha_2$  плоской волны. Комплексные числа придуманы как раз для того, чтобы математические операции над числами можно было выполнять всегда, даже когда нет вещественных результатов. Соответственно мы можем считать, что формулы Френеля для плоских волн

$$\vec{E} = E_0 \vec{e}_p e^{i((\vec{k}, \vec{r}) - \omega t + \varphi_0)}$$

справедливы и при полном внутреннем отражении, только угол преломления  $\alpha_2$  и некоторые связанные с ним параметры плоских волн окажутся комплексными величинами.

Явление полного внутреннего отражения, как явление обычного преломления и отражения, описывается тремя волнами вида:

$\vec{E} = E_0 \vec{e}_p e^{i((\vec{k}, \vec{r}) - \omega t + \varphi_0)}$ . Только теперь будем считать, что волновой вектор  $\vec{k}$  может быть комплексным. Функция  $\vec{E} = E_0 \vec{e}_p e^{i((\vec{k}, \vec{r}) - \omega t + \varphi_0)}$  является решением

волнового уравнения  $\Delta \vec{E} - \frac{1}{V^2} \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} = 0$  и при комплексных значениях проекций

вектора  $\vec{k}$ , если  $V = \frac{\omega}{k}$ , где  $k^2 = k_x^2 + k_y^2 + k_z^2$ .

Как и при обычном преломлении света, пространственная частота трех волн в точках границы раздела сред должна быть одинаковой, иначе не удовлетворить граничным условиям сразу во всех точках границы. Пусть ось  $z$  перпендикулярна границе. Направим ось  $y$  в плоскости границы раздела сред так, чтобы  $k_y^{(i)} = 0 \Rightarrow k_y^{(i)} = k_y^{(r)} = k_y^{(t)} = 0$ .

Для пространственной частоты по оси  $x$  получаем  $k_x^{(i)} = k_x^{(r)} = k_x^{(t)} = k^{(i)} \sin(\alpha_1) = k \cdot \sin(\alpha)$ , где введены обозначения:  $k \equiv k^{(i)}$  — волновое число падающей и отраженной волн,  $\alpha \equiv \alpha_1$  угол падения равный углу отражения света.

Длину волнового вектора под границей раздела можно найти из двух выражений для фазовой скорости света  $V_\Phi = \frac{\omega}{k} = \frac{c}{n}$ . Тогда  $\frac{k}{n} = \frac{\omega}{c} \Rightarrow$

$$\frac{k^{(i)}}{n_1} = \frac{k^{(t)}}{n_2} \Rightarrow k^{(t)} = \frac{n_2}{n_1} k^{(i)} = \frac{n_2}{n_1} k.$$

Зная длину волнового вектора  $k^{(t)}$  под границей сред и его проекцию  $k_x^{(t)} = k \cdot \sin(\alpha)$ , мы можем найти оставшуюся проекцию  $k_z^{(t)}$ :



$$k_z^{(t)} = \pm \sqrt{\left(k^{(t)}\right)^2 - \left(k_x^{(t)}\right)^2} = \pm \sqrt{\left(k \cdot \frac{n_2}{n_1}\right)^2 - \left(k \cdot \sin(\alpha)\right)^2} = \pm ik \sqrt{\sin^2 \alpha - \left(\frac{n_2}{n_1}\right)^2}$$

На первой лекции мы обсуждали возможность комплексного значения величины вектора  $\vec{k}$  в решении волнового уравнения. Рассмотрим комплексное выражение для плоской волны под границей раздела сред и подставим в него

полученные выражения для  $k_x^{(t)} = k \cdot \sin(\alpha)$  и  $k_z^{(t)} = \pm ik \sqrt{\sin^2 \alpha - \left(\frac{n_2}{n_1}\right)^2}$ .

Тогда для световой волны под границей раздела сред получим:

$$\begin{aligned} \vec{E}(t) &= E_0^{(t)} \cdot \vec{e}_p(t) \cdot e^{i\left(\vec{k}^{(t)}, \vec{r}\right) - \omega t + \varphi_0} = E_0^{(t)} \cdot \vec{e}_p(t) \cdot e^{i\left(k_z^{(t)} z + k_x^{(t)} x - \omega t + \varphi_0\right)} = \\ &= E_0^{(t)} \cdot e^{-k \cdot |z| \cdot \sqrt{\sin^2 \alpha - \left(\frac{n_2}{n_1}\right)^2}} \cdot \vec{e}_p(t) \cdot e^{i(kx \cdot \sin(\alpha) - \omega t + \varphi_0)}, \end{aligned}$$

здесь  $E_0^{(t)} \cdot e^{-k \cdot |z| \cdot \sqrt{\sin^2 \alpha - \left(\frac{n_2}{n_1}\right)^2}}$  — амплитуда неоднородной плоской волны. Знак в показателе экспоненты выбран из общих физических соображений так, чтобы амплитуда волны под границей экспоненциально убывала, а не возрастала, при удалении от границы раздела сред.

Факультативная вставка.

Теперь можно вернуться к выражению  $k_z^{(t)} = \pm ik \sqrt{\sin^2 \alpha - \left(\frac{n_2}{n_1}\right)^2}$  и

выяснить, какой знак нужно оставить. Во-первых, для плоской неоднородной волны  $-|z| = z$ , так как в этой области  $z < 0$ . Тогда амплитуда плоской неоднородной волны:

$$E_0^{(t)} \cdot e^{-k \cdot |z| \cdot \sqrt{\sin^2 \alpha - \left(\frac{n_2}{n_1}\right)^2}} = E_0^{(t)} \cdot e^{kz \cdot \sqrt{\sin^2 \alpha - \left(\frac{n_2}{n_1}\right)^2}} = E_0^{(t)} \cdot e^{ik_z^{(t)} z}.$$

Из последнего равенства следует, что

$$k_z^{(t)} = -ik \sqrt{\sin^2 \alpha - \left(\frac{n_2}{n_1}\right)^2}.$$

Запомним этот результат, он понадобится нам в одном из следующих вопросов о фазовом сдвиге при полном внутреннем отражении света.

Остается только выяснить какой знак (плюс или минус) нужно выбрать в выражении для косинуса  $\alpha_2$ .

Пусть свет падает на границу раздела сред сверху вниз, пусть ось  $z$  направлена вертикально вверх. Тогда в случае вещественной величины угла  $\alpha_2$  и наличия преломленной волны получим:

$$k_z^{(t)} = -k^{(t)} \cos(\alpha_2) \quad \Rightarrow \quad \cos(\alpha_2) = -\frac{k_z^{(t)}}{k^{(t)}}.$$

Здесь знак минус определяется тем, что свет идет вниз, а ось  $z$  направлена вверх. Это же соотношение остается в силе и в случае комплексного решения для угла преломления  $\alpha_2$ .

Ранее в этом вопросе мы нашли  $k_z^{(t)} = -ik \sqrt{\sin^2 \alpha - \left(\frac{n_2}{n_1}\right)^2}$  и  $k^{(t)} = \frac{n_2}{n_1} k$ .

Тогда

$$\cos(\alpha_2) = -\frac{k_z^{(t)}}{k^{(t)}} = -\frac{\left\{ \frac{-ik \sqrt{\sin^2(\alpha) - \left(\frac{n_2}{n_1}\right)^2}}{\frac{n_2}{n_1} k} \right\}}{i \sqrt{\left(\frac{n_1}{n_2}\right)^2 \sin^2(\alpha) - 1}}.$$

Конец факультативной вставки.

Амплитуда волны под границей раздела убывает на длине порядка  $\frac{\lambda}{2}$ .

Амплитуда волны не одинакова в разных точках пространства, поэтому волна называется неоднородной.

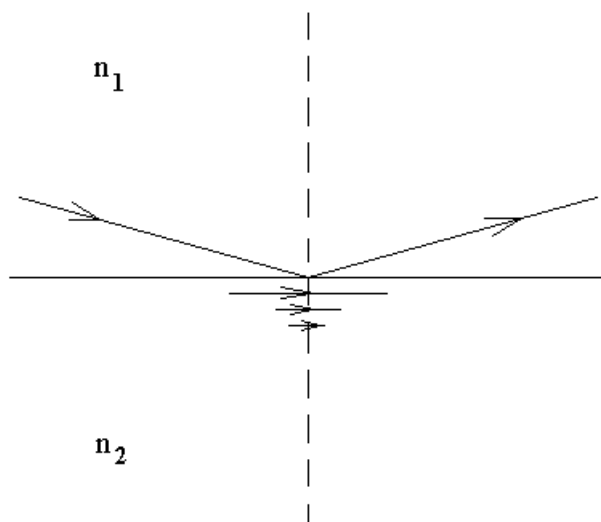
Если  $E_0^{(t)} \cdot e^{-k \cdot |z| \cdot \sqrt{\sin^2 \alpha - \left(\frac{n_2}{n_1}\right)^2}}$  — амплитуда волны

$$\vec{E}^{(t)} = E_0^{(t)} \cdot e^{-k \cdot |z| \cdot \sqrt{\sin^2 \alpha - \left(\frac{n_2}{n_1}\right)^2}} \cdot \vec{e}_p^{(t)} \cdot e^{i(kx \cdot \sin(\alpha) - \omega t + \varphi_0)}$$

под границей раздела сред, то  $(xk \cdot \sin(\alpha) - \omega t + \varphi_0)$  — фаза этой волны. Тогда поверхность равных фаз удовлетворяет уравнению  $(xk \cdot \sin(\alpha) - \omega t + \varphi_0) = const$  при  $t = const$ . Откуда поверхность равных фаз  $x = const$ . То есть поверхности равных фаз неоднородной волны — это плоскости перпендикулярные оси  $x$ , параллельные перпендикуляру к границе раздела и перпендикулярные плоскости падения света. Поверхности равных фаз плоские, поэтому неоднородная волна называется плоской.

При полном внутреннем отражении под границей раздела сред присутствует плоская неоднородная световая волна.

Схематически полное внутреннее отражение можно отобразить на следующем рисунке.



Под границей раздела сред в тонком слое толщиной порядка  $\lambda$  свет идет параллельно границе раздела.

Факультативно заметим, что вектор Пойнтинга  $\vec{S}$  неоднородной волны только в среднем направлен параллельно границе раздела. В зависимости от поляризации света либо вектор  $\vec{E}$ , либо вектор  $\vec{B}$  не лежат в плоскости равных фаз, при этом вектор  $\vec{S}$  осциллирует по направлению вверх-вниз с удвоенной оптической частотой.

### Экзамен. Экспериментальное наблюдение плоской неоднородной волны.

Кварцевую призму опускают длинной гранью в люминесцирующий раствор с показателем преломления меньше, чем у кварца.

Поясним термин люминесценции.

Люминесценция — это любое нетепловое свечение.

Фотолюминесценция — свечение после освещения внешним источником света, часто свечение происходит на другой частоте.

Флюоресценция (или флуоресценция) — кратковременная фотолюминесценция  $\tau < 10^{-3}$  сек.

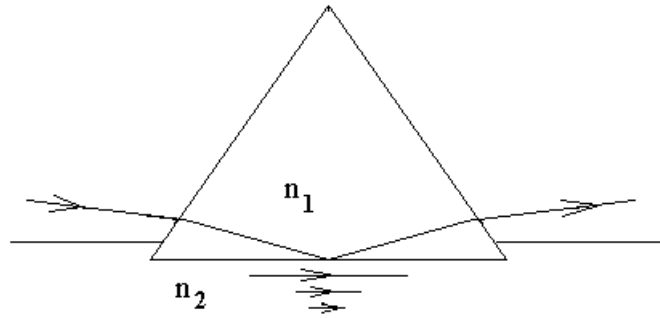
Фосфоресценция — долговременная фотолюминесценция  $\tau > 10^{-3}$  сек.

Электролюминесценция — свечение под действием электрического тока, например — свечение разряда в газе.

Хемилюминесценция — свечение в результате химической реакции.

Сонолюминесценция — свечение в фокусе мощной ультразвуковой волны в прозрачной жидкой среде, например в воде.

Кварцевую призму опускают длинной гранью в люминесцирующий раствор с показателем преломления меньше, чем у кварца. Ультрафиолетовый свет направляют на призму почти параллельно поверхности раствора.



Особая эффектность опыта состоит в том, что ультрафиолетовый свет невидим, а видна только люминесценция под нижней гранью призмы — люминесценция раствора в видимой области спектра. Люминесцирует тонкий слой жидкости толщиной порядка  $\lambda$ .