

Факультативно. Фотометрический парадокс Ольберса.

Все небо должно светиться от звезд при любой средней концентрации звезд в бесконечной Вселенной.

И действительно, пусть n — средняя концентрация звезд, σ — площадь поперечного сечения одной звезды, r — расстояние от Земли до звезды. Тогда $\Omega = \frac{\sigma}{r^2}$ — телесный угол, под которым с Земли видна звезда. Рассмотрим вокруг Земли сферический слой с радиусами r и $r+dr$. Объем слоя $dV = 4\pi r^2 dr$, количество звезд в этом слое $dN = n dV = 4\pi r^2 n dr$. Суммарный телесный угол, под которым видны звезды сферического слоя:

$$d\Omega = \frac{\sigma}{r^2} dN = \frac{\sigma}{r^2} 4\pi r^2 n dr = 4\pi \sigma n dr.$$

Если просуммировать телесные углы по всем r от нуля до бесконечности, то интеграл расходится на бесконечности. То есть, все небо должно светиться от звезд. Почему же оно не светится? Этому парадоксу может быть несколько объяснений.

Первое объяснение состоит в том, что средняя концентрация звезд во Вселенной равна нулю. И в этом нет ничего удивительного.

И действительно. Средняя плотность вещества в атомном ядре очень велика, но ядра атомов, например в твердой или жидкой фазе вещества, из которых состоит планета, расположены далеко друг от друга по сравнению с размерами одного атомного ядра. Поэтому средняя плотность вещества на планете гораздо ниже средней плотности вещества в атомном ядре.

Планеты Солнечной системы расположены далеко друг от друга по сравнению с размерами планет, поэтому средняя плотность вещества в Солнечной системе гораздо ниже средней плотности вещества одной планеты.

Звезды нашей галактики расположены далеко друг от друга по сравнению с размерами Солнечной системы, поэтому средняя плотность вещества в нашей галактике гораздо меньше средней плотности вещества в Солнечной системе.

Звездные галактики расположены далеко друг от друга по сравнению с размерами одной галактики, поэтому средняя плотность вещества в видимой части Вселенной гораздо меньше средней плотности вещества в нашей галактике.

Если предположить, что эта тенденция продолжается и в более крупных масштабах, то средняя плотность вещества во Вселенной может оказаться меньше любой наперед заданной величины, то есть может оказаться нулевой величиной.

Второе объяснение парадокса состоит в том, что Вселенная родилась в результате Большого взрыва, который был примерно 15 миллиардов лет назад. В таком случае мы не можем видеть свет звезд, которые расположены от нас на расстоянии дальше 15 миллиардов световых лет. Не можем, так как для нашего наблюдения сейчас эти звезды должны были бы излучить свет больше, чем 15 миллиардов лет назад, то есть тогда, когда этих звезд еще не было.

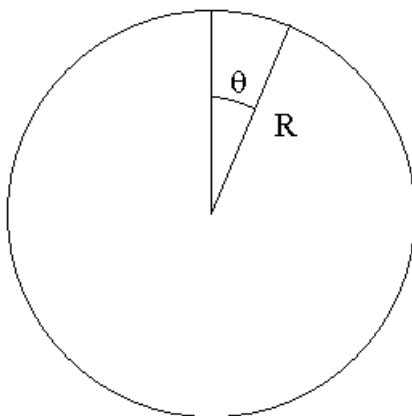
Следовательно, складывать телесные углы звезд от сферических слоев нужно не до бесконечного радиуса, а только до радиуса 15 миллиардов световых лет. В результате интеграл сходится к конечной величине, и большая часть неба остается свободной от светящихся звезд.

Здесь полезно сделать замечание, основанное на представлениях о кривом пространстве-времени теории относительности. Представьте себе, что наше пространство искривлено.

А как это представить? Можно рассмотреть кривое пространство в более простом двумерном случае вместо реального трехмерного кривого пространства. Простейшее кривое двумерное пространство — это поверхность сферы. Радиус кривизны этого пространства — это радиус сферы. Любой малый участок этой сферы почти не искривлен, если размеры рассматриваемого участка гораздо меньше радиуса кривизны. Аналогично наше трехмерное пространство, если рассмотреть малый его участок по сравнению с радиусом кривизны пространства, то окажется, что пространство почти не искривлено.

Вернемся к двумерному пространству поверхности сферы. Большой взрыв, в результате которого все звезды разлетаются, можно рассматривать, как увеличение со временем радиуса сферы. Расстояния между двумя любыми точками на сфере при этом увеличиваются во времени пропорционально радиусу сферы. Может оказаться так, что даже со скоростью света нельзя добраться от одной точки сферы до другой. Для этого необходимо, чтобы радиус сферы увеличивался с ускорением. При этом одна часть пространства оказывается принципиально недоступной для другой части пространства. Для каждой точки в таком случае есть некоторый горизонт, за которым находится недоступная для изучения реальность. Некоторые объекты со временем могут уходить за этот горизонт и становиться недоступными.

За малый промежуток времени dt угловое перемещение по сфере со скоростью света c равно $d\theta = \frac{c dt}{R}$, где R — радиус сферы.



Если, например $R(t) = R_0 + V_0 t + \frac{at^2}{2}$, то интеграл $\theta = \int_{t_0}^{\infty} d\theta = \int_{t_0}^{\infty} \frac{c dt}{R(t)}$

сходится. То есть за бесконечное время можно переместиться по сфере только

на конечный угол. Если этот угол меньше начального угла между двумя точками, то эти точки недоступны друг для друга.

Согласно современным данным вселенная расширяется с ускорением, хотя предполагают, что даже на ранних стадиях расширения радиус кривизны пространства возрастал быстрее скорости света (теория инфляции).

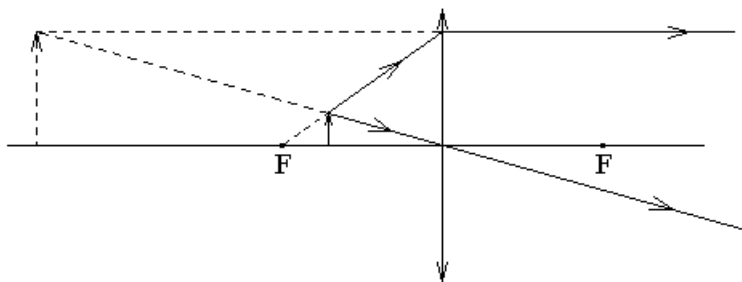
Если часть пространства недоступна, то и свет звезд от этой части пространства отсутствует. Может быть, не все небо светится именно поэтому?

Экзамен. Лупа. Увеличение лупы.

Лупа — это собирающая линза, предназначенная для получения увеличенного мнимого изображения предмета.

Обычно лупа имеет оптическую силу больше четырех диоптрий $\Phi > 4$. Одна диоптрия равна одному обратному метру $1 \text{ дптр} = 1 \text{ м}^{-1}$.

Для получения увеличенного мнимого изображения предмет нужно расположить рядом с передним фокусом линзы и чуть ближе к линзе, чем расположен сам фокус.



Пусть положение предмета стремится к фокусу со стороны линзы, тогда мнимое изображение предмета становится очень большим, но расположено оно очень далеко. При этом угловой размер изображения стремится к константе.

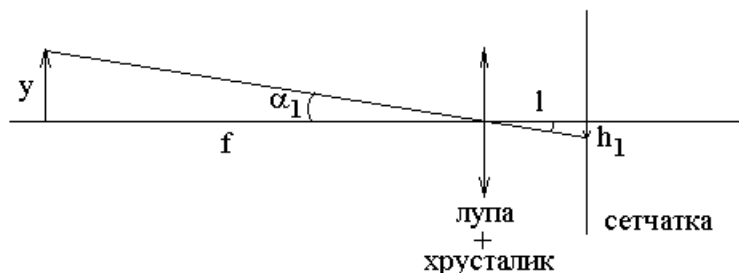
Увеличенное мнимое изображение находится далеко, поэтому его видимый глазом угловой размер не зависит от расстояния между линзой и глазом. По мере приближения глаза к линзе меняется только угол обзора. Чем ближе глаз расположен к лупе, тем шире обзор.

Увеличением лупы называется отношение размеров изображения предмета на сетчатке глаза в двух разных опытах. Первый опыт — наблюдение предмета через лупу, когда предмет находится в фокальной плоскости лупы. Второй опыт — наблюдение предмета без лупы, когда предмет находится на расстоянии 25 см от глаза — оптимальном расстоянии для рассматривания предмета глазом. Если расстояние от предмета до глаза меньше 25 см, то считается, что способности к аккомодации здорового глаза может не хватить для получения резкого изображения предмета на сетчатке глаза.

В первом случае при рассмотрении предмета через лупу увеличение не зависит от расстояния между лупой и глазом, поэтому для простоты будем считать, что глаз расположен вплотную к лупе.

Для анализа увеличения лупы будем для простоты рассуждений считать, что лупа вместе с хрусталиком глаза образуют одну тонкую линзу, с двух сторон от которой находится вакуум.

Рассмотрим луч, который проходит через центр линзы.



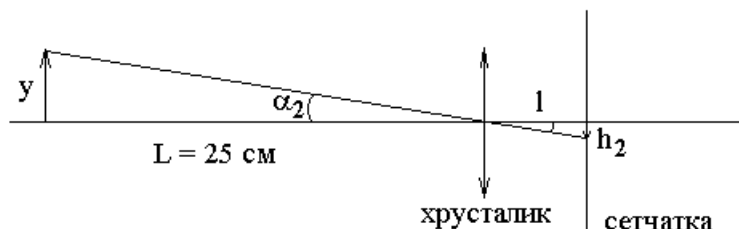
Как видно из рисунка, линейный размер изображения $h_1 = l\alpha_1$ на сетчатке глаза зависит только от углового размера α_1 рассматриваемого предмета, здесь l — расстояние от хрусталика до сетчатки.

Для анализа увеличения лупы нас интересует случай, когда рассматриваемый предмет находится в фокусе лупы, как это изображено на рисунке. Тогда

$$\alpha_1 = \frac{y}{f}$$

Предмет расположен в фокальной плоскости лупы. При этом глаз аккомодирован на бесконечность, так как свет от точечного источника, расположенного в фокальной плоскости лупы, после лупы идет параллельным пучком лучей, а параллельный пучок лучей дает точечное изображение на сетчатке глаза, если глаз аккомодирован на бесконечность.

Обсудим теперь рассмотрение предмета без лупы. Для анализа величины изображения на сетчатке глаза удобно рассмотреть луч, проходящий через центр линзы хрусталика глаза.



Здесь $\alpha_2 = \frac{y}{L}$ — угловой размер предмета.

Отношение размеров $\frac{h_1}{h_2}$ изображений предмета на сетчатке в двух

опытах равно отношению угловых размеров $\frac{\alpha_1}{\alpha_2}$, так как $h_1 = l\alpha_1$ и $h_2 = l\alpha_2$, где

l — расстояние от хрусталика до сетчатки. Тогда

$$\frac{h_1}{h_2} = \frac{\alpha_1}{\alpha_2} = \frac{\frac{y}{f}}{\frac{y}{L}} = \frac{L}{f}, \text{ где } L = 25 \text{ см} = 0.25 \text{ м}, f \text{ — фокусное расстояние}$$

лупы.

Следовательно, увеличение лупы:

$$\frac{\alpha_1}{\alpha_2} = \frac{0.25 \text{ м}}{f} = \frac{\Phi}{4 \text{ дптр}}, \text{ где } f \text{ — фокусное расстояние в метрах, } \Phi \text{ —}$$

оптическая сила в диоптриях.

Для примера рассмотрим лупу, на оправе которой имеется надпись "*2.5".

Надпись означает, что увеличение лупы равно $\frac{\alpha_1}{\alpha_2} = 2.5$. Фокусное расстояние

такой лупы $f = \frac{0.25 \text{ м}}{2.5} = 0.1 \text{ м}$, а оптическая сила лупы $\Phi = 2.5 \times 4 \text{ дптр} = 10 \text{ дптр}$.

Экзамен. Окуляр.

Окуляр, как и лупа, дает увеличенное мнимое изображение предмета.

В отличие от лупы окуляр всегда располагают вплотную к глазу, поэтому нет смысла делать диаметр линзы окуляра гораздо больше диаметра зрачка глаза. Следовательно, основное отличие окуляра от лупы — это маленький диаметр линзы.

Максимальный диаметр зрачка глаза примерно равен 5 мм.

Экзамен. Подзорная труба или телескоп. Подзорная труба Кеплера.

Подзорная труба Галилея.

Телескоп предназначен для рассматривания удаленных объектов. Если предмет находится очень далеко, то его изображение окажется в фокальной плоскости линзы.

Простейший телескоп — это одна линза и экран в ее фокальной плоскости. Линзу называют объективом телескопа. В качестве экрана в фокальной плоскости объектива можно поместить фотопластинку или матрицу светодиодов, как в современном фотоаппарате.

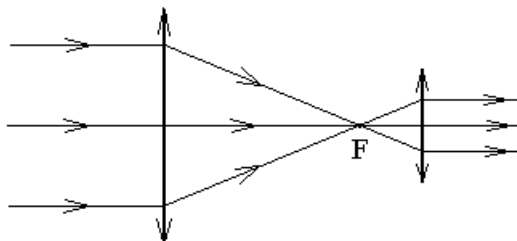
Можно не ставить экран в фокальной плоскости объектива, а рассмотреть изображение, полученное в фокальной плоскости объектива с помощью другой линзы — окуляра. Иначе такая конструкция телескопа называется подзорной трубой. Заметим, что изображение предмета в линзе объектива нельзя рассматривать сбоку, то есть окуляр должен быть расположен по ходу лучей, прошедших объектив.

Будем считать, что глаз аккомодирован на бесконечность, тогда хрусталик глаза собирает параллельный пучок лучей в точку изображения на сетчатке глаза. Чтобы на хрусталик падал параллельный пучок лучей, нужно, чтобы рассматриваемый в окуляре предмет находился в фокальной плоскости

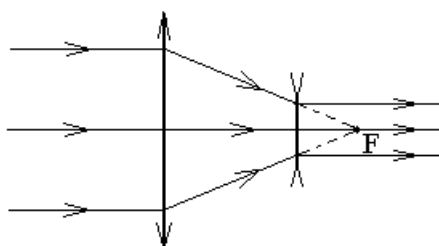
окуляра. Предметом, рассматриваемым в окуляре, является изображение, полученное в фокальной плоскости объектива. Следовательно, объектив и окуляр имеют общий фокус.

В результате, подзорная труба — это пара линз с общим фокусом.

Подзорная труба Кеплера:



Подзорная труба Галилея:



Вторая линза подзорной трубы Галилея — это рассеивающая линза с отрицательным фокусным расстоянием и отрицательной оптической силой.

Труба Кеплера переворачивает изображение, труба Галилея — нет.

В следующем вопросе мы покажем, что во сколько раз подзорная труба сжимает диаметр параллельного пучка лучей, во столько же раз подзорная труба увеличивает изображение.

Экзамен. Угловое увеличение телескопа.

Рассмотрим увеличение телескопа на примере трубы Кеплера.

Размер изображения предмета на сетчатке глаза пропорционален угловому размеру предмета, как это было показано в вопросе о лупе. Тогда увеличение телескопа равно увеличению углового размера рассматриваемого предмета, то есть равно отношению угловых размеров предмета при рассмотрении через телескоп и при рассмотрении глазом без телескопа.

Рассмотрим удаленный на бесконечность предмет, у которого нижний край находится точно на оптической оси системы, а верхний край находится в направлении, которое составляет малый угол α с оптической осью системы.

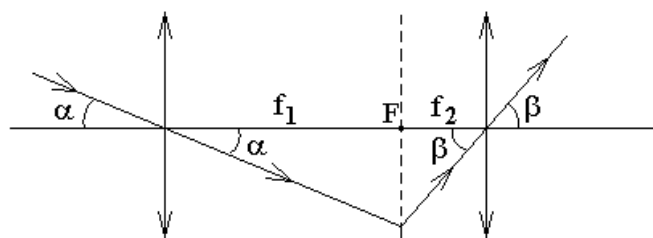
В таком случае предмет без телескопа виден под углом α .

Посмотрим на предмет через подзорную трубу. Луч, идущий от нижнего края предмета, проходит вдоль оптической оси. Луч, идущий от верхнего края предмета, приходит к объективу телескопа под углом α к оптической оси. Найдем угол β между этим лучом и оптической осью на выходе из телескопа.

Угловое увеличение телескопа будет равно отношению $\frac{\beta}{\alpha}$.

Предмет, рассматриваемый в телескоп, находится очень далеко, поэтому лучи идущие от верхнего края предмета приходят к объективу телескопа почти параллельным пучком лучей. Этот пучок лучей собирается в фокальной плоскости объектива в точку изображения. Лучи, выходящие из этой точки в разных направлениях, после линзы окуляра снова пойдут почти параллельным пучком лучей, но под другим углом к оптической оси.

Рассмотрим луч, который проходит через центр первой линзы (объектива).



Этот луч проходит через центр объектива без изменения направления. Изображение удаленного предмета образуется в фокальной плоскости в точке ее пересечения с рассматриваемым лучом. Все лучи, выходящие из точки изображения, пойдут после второй линзы (окуляра) параллельным пучком, так как изображение предмета в объективе находится в фокальной плоскости окуляра. Чтобы найти угол между этим пучком и оптической осью рассмотрим луч, выходящий из точки изображения и проходящий через центр окуляра. Такой луч можно рассмотреть даже в том случае, если в реальности такого луча нет.

Из рисунка видно, что размер предмета в фокальной плоскости объектива можно найти двумя способами:

$$f_1 \alpha = f_2 \beta, \text{ тогда}$$

$$\frac{\beta}{\alpha} = \frac{f_1}{f_2} \text{ — угловое увеличение телескопа, где } f_1 \text{ — фокусное расстояние}$$

объектива, f_2 — фокусное расстояние окуляра.

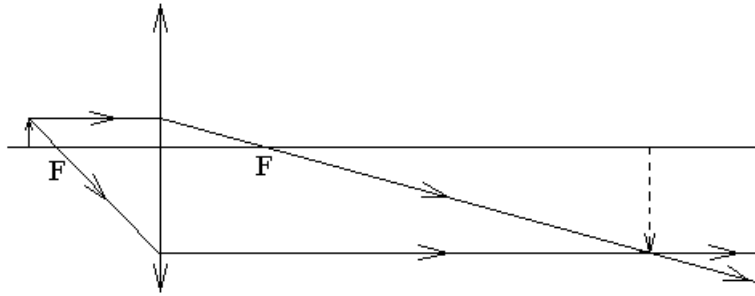
Экзамен. Микроскоп.

Простейший микроскоп, как и простейший телескоп, — это одна линза и экран.

Линзу называют объективом микроскопа.

В отличие от лупы и окуляра, которые дают увеличенное мнимое изображение предмета, микроскоп дает увеличенное действительное изображение.

Для получения увеличенного действительного изображения расстояние от предмета до объектива должно быть чуть больше фокусного расстояния объектива.



В плоскости изображения для наблюдения этого изображения можно поставить экран (или матрицу фотодиодов).

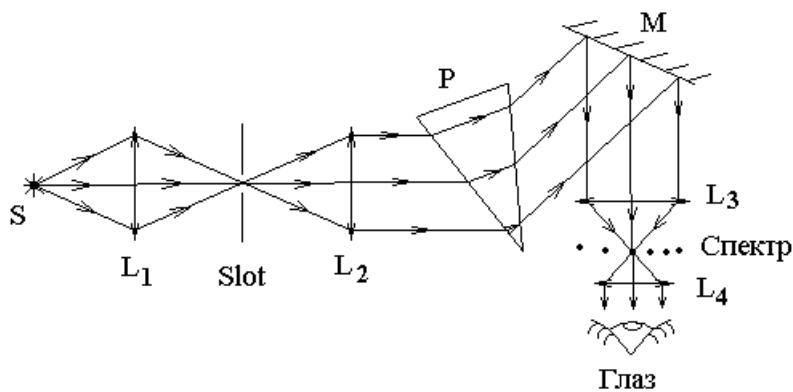
Можно не ставить экран, а рассмотреть увеличенное изображение через вторую линзу — окуляр. Поэтому часто микроскоп представляет собой пару линз объектив и окуляр.

Увеличение микроскопа тем больше, чем ближе предмет расположен к фокусу объектива.

Увеличение микроскопа может быть сколь угодно большим, но разрешающая способность микроскопа ограничена дифракционными явлениями. Нельзя рассмотреть в микроскоп предметы размером меньше длины волны света λ .

Чем больше увеличение объектива, тем меньше яркость увеличенного изображения. Чтобы яркость изображения была не очень мала, сам (не увеличенный) предмет стараются осветить очень сильно.

Экзамен. Призменный спектрометр. Линзы спектрометра: конденсорная, коллиматорная, объектив, окуляр. Нормальная ширина щели. Градуировка спектрометра.



В простейшем варианте призменный спектрометр состоит из следующих расположенных по ходу луча элементов: источник света S , конденсорная линза L_1 , входная щель спектрометра $Slot$, коллиматорная линза L_2 , призма P , зеркало M , объектив L_3 , репер, окуляр L_4 .

Обсудим, какими соображениями руководствуются при настройке оптической схемы спектрометра, при юстировке спектрометра.

Положение конденсорной линзы L_1 выбирают так, чтобы она собирала свет источника S (давала изображение источника) на входную щель спектрометра $Slot$.

Положение источника выбирают так, чтобы свет, прошедший через входную щель спектрометра, точно заполнил всю коллиматорную линзу L_2 .

Положение коллиматорной линзы L_2 выбирают так, чтобы щель спектрометра была в ее передней фокальной плоскости. Тогда после коллиматорной линзы свет пойдет параллельным пучком лучей (от каждой точки входной щели).

Ориентацию призмы выбирают так, чтобы параллельный пучок внутри призмы пошел примерно параллельно одной из ее граней. Показатель преломления призмы зависит от длины волны, поэтому свет с разными частотами пойдет внутри призмы в виде параллельных пучков в несколько различных направлениях.

Зеркало поворачивает параллельный пучок лучей той или иной частоты в направлении объектива.

В фокальной плоскости объектива L_3 получаются цветные изображения входной щели спектрометра или спектр источника света. Линии спектра перпендикулярны плоскости рисунка. Для излучения каждой длины волны получается свое цветное изображение входной щели — своя линия спектра.

Поворотом зеркала можно сдвигать спектр относительно репера, расположенного в фокусе объектива. Репером может служить острие, направленное перпендикулярно плоскости рисунка, или крест из тонких нитей или штрихов на прозрачной пластинке.

Окуляр расположен так, чтобы в нем резко был виден репер.

Окуляр вместе с репером перемещают вдоль луча, добиваясь того, чтобы спектр и репер оказались в одной плоскости (перпендикулярной плоскости рисунка). Окончательно совпадение репера с плоскостью спектра проверяют, покачивая головой вправо-влево. Если репер и спектр находятся в разных плоскостях, то при покачиваниях головы спектр смещается относительно репера.

Поворот зеркала перемещает линии спектра относительно репера. Поворот зеркала механически связан с поворотом барабана с делениями. По шкале барабана можно отсчитывать положение каждой линии спектра при ее совпадении с репером.

Градуировка спектрометра состоит в построении градуировочного графика, который представляет собой зависимость длины волны света от показаний барабана, связанного с поворотом зеркала.

Градуировка спектрометра осуществляется по источнику света с заранее известным спектром. В качестве такого источника чаще всего используется ртутная лампа. Дело в том, что спектр ртути содержит редкие и яркие спектральные линии, которые трудно перепутать.

Градуировка состоит из нескольких одинаковых операций. В каждой такой операции поворотом зеркала очередную спектральную линию ртути совмещают с неподвижным репером и записывают показания барабана, связанного с поворотом зеркала. Градуировочный график строится по таблице полученных таким образом данных. По горизонтали графика откладывают показания барабана, по вертикали — длину волны соответствующей спектральной линии ртути. Точки графика соединяют плавной кривой — это и есть градуировочный график спектрометра.

Градуировочный график, построенный по спектру ртути, в дальнейшем используется для определения длин волн любого другого исследуемого источника света. Ртутную разрядную лампу заменяют исследуемым источником света. Для определения длины волны соответствующую спектральную линию поворотом зеркала совмещают с репером. При совмещении линии и репера снимают показания барабана. По показаниям барабана и градуировочному графику находят длину волны света.

При уменьшении ширины входной щели уменьшается и ширина ее цветных изображений — линий спектра. Дифракция света на коллиматорной линзе и на объективе, как на круглых отверстиях не позволяет получить бесконечно узкие линии спектра и ограничивает спектральное разрешение прибора.

Нормальная ширина щели — это такая ширина, при которой дальнейшее уменьшение ширины щели не приводит к заметному уменьшению ширины линий спектра (ширина линий спектра в корень из двух раз больше минимальной ширины).

Факультативная вставка.

Если вместо репера в фокусе объектива поставить выходную щель, то вместо спектрометра получится другой прибор — монохроматор. Монохроматор — это устройство для получения монохроматического света.

Обычно в спектрометре нет зеркала связанного с барабаном с делениями. Вместо этого поворотным механизмом оснащена призма. При ее повороте спектр в фокальной плоскости объектива слегка сдвигается.

Вместо призмы и зеркала часто в спектрометре используется отражательная дифракционная решетка. Если решетку сделать вогнутой, то не нужен и объектив.

В современных спектрометрах нет поворотных механизмов. Весь спектр одновременно регистрируется на линейке из фотодиодов. Точнее такой прибор называется спектрографом.

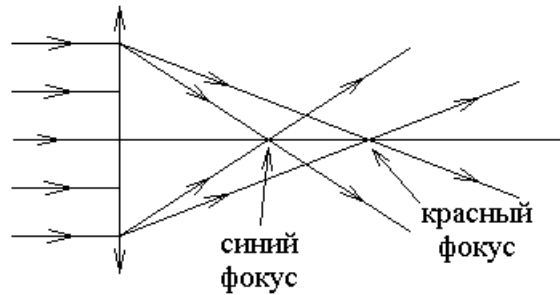
Конец факультативной вставки.

Экзамен. Аберрация. Хроматическая и сферическая аберрация, астигматизм, дисторсия, кома.

Термин аберрация происходит от латинского слова aberratio — уклонение. В применении к оптике аберрация — это искажение изображения.

1). Хроматическая aberrация связана с зависимостью показателя преломления от длины волны $n(\lambda)$. Оптическая сила тонкой линзы Φ связана с ее показателем преломления $n(\lambda)$ соотношением $\Phi = \frac{1}{f} = (n - 1) \cdot \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right)$.

Следовательно, оптическая сила линзы Φ и ее фокусное расстояние f тоже зависят от длины волны света λ . Эта зависимость проявляется в том, что параллельный пучок лучей белого света собирается в фокусе линзы на разных расстояниях для света разного цвета.



Факультативная вставка.

Есть оптические стекла, дисперсия которых мала. Такое стекло называется крона. Чтобы уменьшить хроматическую aberrацию линзы ее изготавливают из крона. Противоположными свойствами обладает оптическое стекло с большой дисперсией. Такое стекло называется флинт. Флинт используется для изготовления призмы призмного спектрометра.

Дополнительно уменьшить хроматическую aberrацию собирающей линзы из крона можно, если к ней приклеить (или за ней поставить) слабую рассеивающую линзу из флинта.

Конец факультативной вставки.