

Дифракционная решетка.

Экзамен. Главные дифракционные максимумы решетки.

Дифракционная решетка может работать как в отраженном свете, так и в прошедшем свете.

Рассмотрим решетку, работающую на пропускание. Такая решетка состоит из чередующихся прозрачных и непрозрачных полосок.

Пусть a — ширина прозрачной полоски, b — ширина непрозрачной полоски. Тогда величину $a + b \equiv d$ — называют шагом дифракционной решетки или шириной штриха решетки.

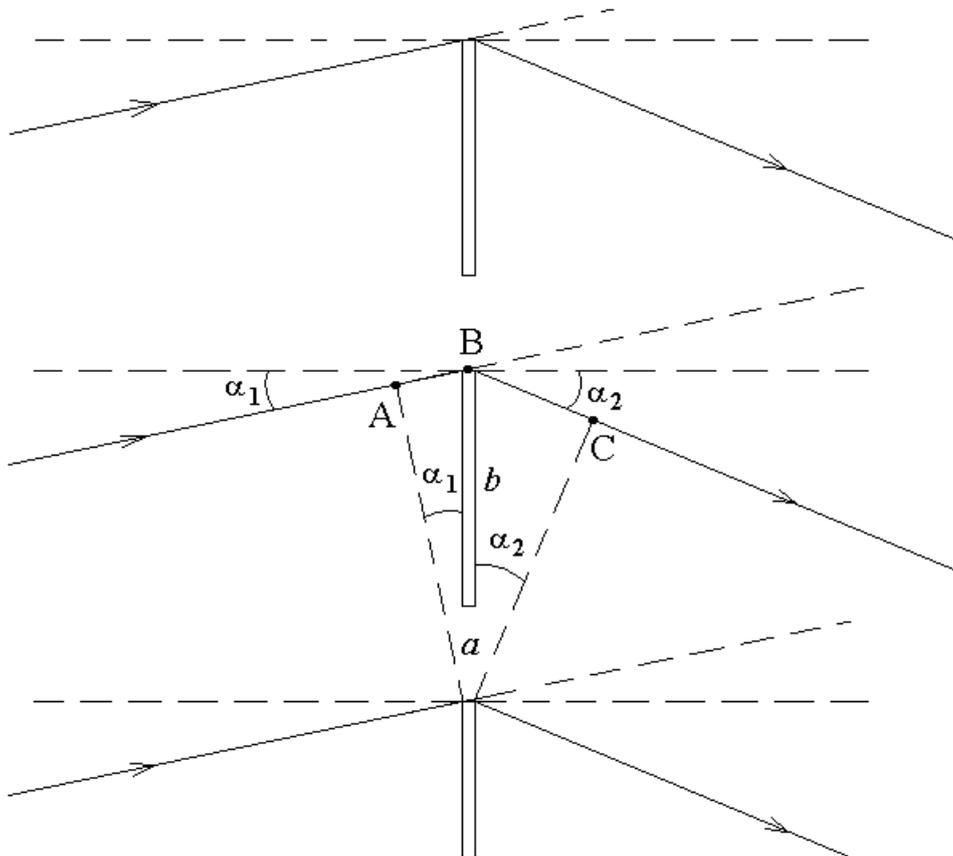
Будем рассматривать только дифракцию Фраунгофера, когда дифракционная картина локализована на бесконечности. Будем рассматривать возможные направления падающей световой волны только перпендикулярные направлению штриха решетки.

Направление главного дифракционного максимума решетки (по определению) — это направление, в котором свет от разных штрихов приходит в одинаковой фазе.

Если свет приходит в одинаковой фазе, то разность хода для соседних штрихов кратна длине волны.

$\Delta = m\lambda$, где $m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$ — порядок дифракции.

На следующем рисунке рассмотрим дифракционную решетку, которая работает на пропускание. Плоскость решетки перпендикулярна плоскости рисунка. Штрихи решетки тоже направлены перпендикулярно плоскости рисунка.



Из рисунка видно, что разность хода Δ лучей, проходящих через нижний край двух соседних штрихов решетки, равна сумме длин отрезков $AB = d \cdot \sin(\alpha_1)$ и $BC = d \cdot \sin(\alpha_2)$. Тогда:

$$\Delta = d \cdot (\sin(\alpha_1) + \sin(\alpha_2)), \text{ где } d = a + b \text{ — шаг решетки,}$$

Здесь α_1 — угол падения света на дифракционную решетку или угол между падающим лучом и нормалью к плоскости решетки, α_2 — угол дифракции.

На рисунке угол α_1 отсчитывается против часовой стрелки, а угол α_2 — по часовой стрелке. Логичнее оба угла отсчитывать против часовой стрелки, тогда

$$\Delta = d \cdot (\sin(\alpha_1) - \sin(\alpha_2)), \quad (1)$$

и условие $\alpha_2 = \alpha_1$ соответствует свету, прошедшему решетку без изменения направления. В дальнейших формулах оставим знак минус и будем считать, что углы отсчитываются от нормали к экрану против часовой стрелки.

Все последующие рассуждения и равенства будут справедливы и для отражательных дифракционных решеток. В этом случае лучи правой части рисунка нужно отразить от плоскости решетки. После такого отражения обычно сохраняют знак минус в формуле (1), а положительные направления углов α_1 и α_2 отсчитываются в разные стороны от нормали к отражательной решетке.

Для главного дифракционного максимума $\Delta = m\lambda$ и, следовательно,

$$d \cdot (\sin(\alpha_1) - \sin(\alpha_2)) = m\lambda.$$

Это основное уравнение дифракционной решетки. Его можно рассматривать, как уравнение для определения угла дифракции света α_2 при заданных остальных параметрах.

Для каждой длины волны света λ основное уравнение дифракционной решетки задает свое направление дифракции α_2 .

Отражательные дифракционные решетки обычно используются в спектрометре в качестве диспергирующего элемента вместо призмы. Параллельный пучок лучей падает на призму. После призмы свет каждой длины волны идет в своем направлении за счет дисперсии света (показатель преломления призмы зависит от длины волны света). Аналогично, если параллельный пучок света падает на дифракционную решетку, то после отражения от решетки свет с каждой длиной волны идет в свою сторону.

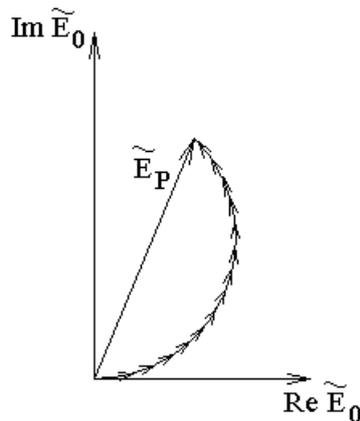
Спектр света, полученный с помощью дифракционной решетки, может быть осложнен наложением друг на друга спектров разных порядков дифракции.

Экзамен. Угловая ширина главного дифракционного максимума решетки.

Пусть для некоторого угла дифракции разность хода для соседних штрихов почти кратна длине волны $\Delta \approx m\lambda$, но несколько отличается от $m\lambda$.

Если разность хода кратна λ , то разность фаз кратна 2π . Такую разность фаз можно не учитывать и считать нулевой.

Дифракционная решетка всегда содержит много штрихов от нескольких сотен до десятков тысяч. В таком случае суммарная комплексная амплитуда в точке наблюдения от вторичных источников всех штрихов — это сумма большого числа векторов на плоскости комплексных амплитуд. Векторы имеют одинаковую длину и развернуты друг относительно друга на одинаковые углы (угол поворота на комплексной плоскости равен разности фаз). Эти углы малы, если разность хода для соседних штрихов почти кратна λ , а соответствующая разность фаз почти кратна 2π . В таком случае картина сложения комплексных амплитуд похожа на дугу окружности.



Количество слагаемых векторов равно числу штрихов решетки N .

При изменении угла дифракции дуга изменяет радиус кривизны без изменения длины дуги. При некотором угле дифракции дуга свернется в окружность, и суммарная амплитуда окажется нулевой. Этот угол дифракции будет примерно равен угловой ширине на половине высоты главного дифракционного максимума решетки. Поясним это чуть позже, а сейчас найдем величину угла.

Если дуга свернулась в окружность, то сдвиг фаз между первым и последним N -м слагаемым будет примерно равен 2π :

$$\delta\varphi_{1N} \approx 2\pi.$$

Этот угол равен $N - 1$ углов между соседними векторами $\delta\varphi_{12}$, тогда

$$\delta\varphi_{12} = \frac{\delta\varphi_{1N}}{N-1} = \frac{2\pi}{N}.$$

Этой разности фаз комплексных амплитуд излучений двух соседних штрихов решетки соответствует разность хода:

$$\delta\Delta_{12} = \lambda \frac{\delta\varphi_{12}}{2\pi} = \frac{\lambda}{2\pi} \delta\varphi_{12} = \frac{\lambda}{2\pi} \cdot \frac{2\pi}{N} = \frac{\lambda}{N}.$$

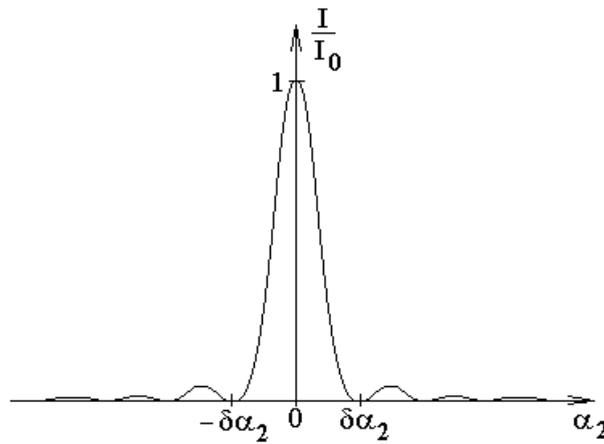
Найдем, какое изменение угла дифракции $\delta\alpha_2$ соответствует такому изменению разности хода. Для этого рассмотрим дифференциал δ уравнения $\Delta_{12} \equiv \Delta = d \cdot (\sin(\alpha_1) - \sin(\alpha_2))$, где d — шаг решетки, считая, что переменные величины — это разность хода Δ_{12} и угол дифракции α_2 :

$$\delta\Delta_{12} = d \cdot \delta(\sin(\alpha_1) - \sin(\alpha_2)) = -d \cdot \cos(\alpha_2) \cdot \delta\alpha_2 \quad \Rightarrow$$

$\delta\Delta_{12} = d \cdot \cos(\alpha_2) \cdot \delta\alpha_2$, если $\delta\Delta_{12}$ и $\delta\alpha_2$ рассматривать, как положительные величины.

Заменим в этом равенстве $\delta\Delta_{12}$ разностью хода от двух соседних штрихов $\delta\Delta_{12} = \frac{\lambda}{N}$ соответствующее изменению амплитуды дифрагированной волны от максимума до нуля и получим соответствующее изменение угла дифракции $\delta\alpha_2$

$$\delta\alpha_2 = \frac{\lambda}{Nd \cdot \cos(\alpha_2)}.$$

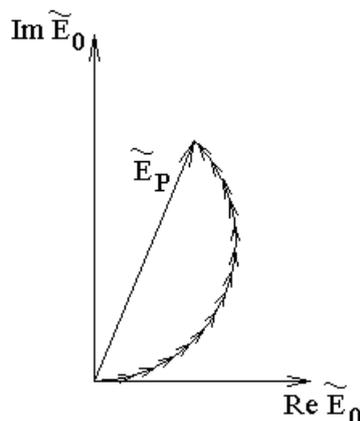


Из рисунка зависимости интенсивности дифрагированной волны от угла дифракции видно, что угол $\delta\alpha_2 = \frac{\lambda}{Nd \cdot \cos(\alpha_2)}$ примерно равен угловой ширине главного дифракционного максимума на половине его высоты.

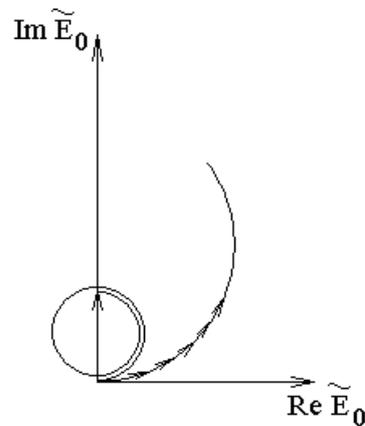
Экзамен. Побочные максимумы дифракционной решетки.

Напомним рассмотрение вопроса об угловой ширине главного дифракционного максимума дифракционной решетки.

Как уже обсуждалось выше, на комплексной плоскости картина сложения комплексных амплитуд излучения разных штрихов решетки похожа на дугу окружности:



При изменении направления наблюдения света (угла дифракции) изменяется радиус кривизны без изменения длины дуги. При монотонном изменении угла дифракции дуга сначала сворачивается в окружность, а затем — в полторы окружности. Вектор, проведенный из начала дуги в конец при этом снова достигнет максимума. Этому максимуму амплитуды соответствует максимум интенсивности.



Это и есть первый побочный максимум дифракционной решетки.

Длина дуги при сворачивании не изменяется, поэтому отношение амплитуды побочного максимума к амплитуде основного максимума равно отношению диаметра окружности к длине дуги в полторы окружности. Напомним, что для главного дифракционного максимума решетки дуга разворачивается в горизонтальный отрезок.

$$\frac{D}{\frac{3}{2}\pi D} = \frac{1}{\frac{3}{2}\pi} \quad \text{— отношение амплитуд максимумов. Тогда отношение}$$

интенсивностей в первом побочном максимуме и в главном максимуме решетки будет равно:

$$\frac{I_1}{I_0} = \frac{1}{\left(\frac{3}{2}\pi\right)^2}.$$

Следующие побочные максимумы получаются, когда дуга на комплексной плоскости сложения амплитуд сворачивается в две с половиной окружности, затем в три с половиной и т. д.

Интенсивности побочных максимумов относительно интенсивности главного максимума принимают значения:

$$\frac{1}{\left(\frac{3}{2}\pi\right)^2}, \frac{1}{\left(\frac{5}{2}\pi\right)^2}, \frac{1}{\left(\frac{7}{2}\pi\right)^2}, \dots$$

Если на дифракционную решетку падает не совсем монохроматическое излучение, а излучение с некоторой спектральной шириной, то зависимость интенсивности от угла дифракции для суммарной волны разных частот равна сумме зависимостей для каждой из частот. В результате побочные и основной

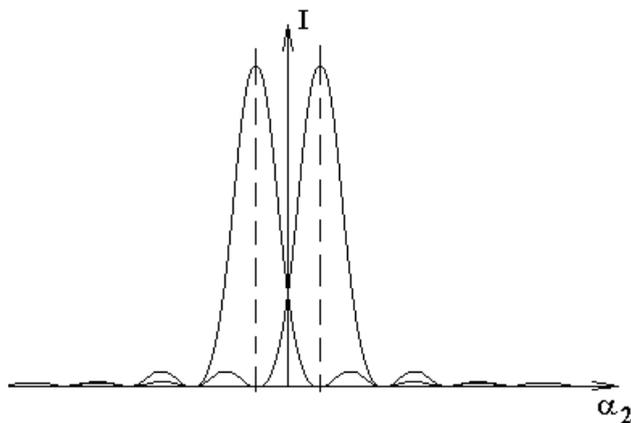
максимум дифракционной решетки получают дополнительное уширение, а провалы интенсивности между максимумами могут не только не доходить до нуля, но и вообще пропасть.

Экзамен. Спектральное разрешение дифракционной решетки. Критерий Рэлея.

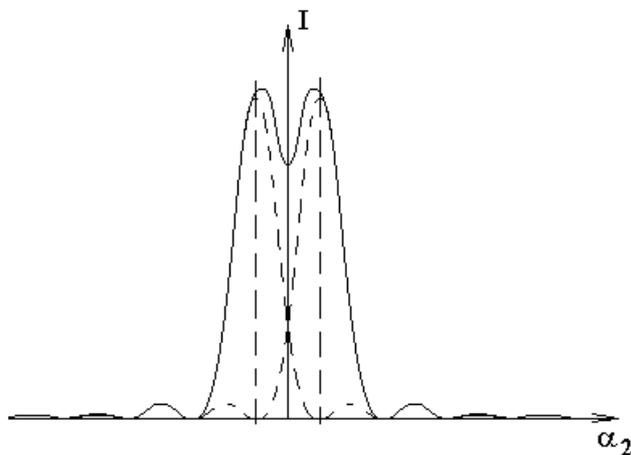
Пусть в спектре света, падающего на решетку, есть две близкие спектральные линии. В каких случаях дифракционная решетка позволяет определить, что линии две, а в каких не позволяет?

По критерию Рэлея спектральные линии находятся на пороге разрешения, если главный дифракционный максимум одной спектральной линии совпадает с первым нулем интенсивности другой. Имеется в виду ноль интенсивности соседний с главным дифракционным максимумом, и подразумевается, что интенсивности двух спектральных линий равны.

Рассмотрим два графика зависимости интенсивности света от угла дифракции для каждой из двух спектральных линий на пределе разрешения.



Если спектральные линии близки, то нет возможности различить, где свет одной линии, а где — другой. Регистрируется только суммарная интенсивность двух спектральных линий. На пороге разрешения по критерию Рэлея контур суммарной интенсивности имеет в центре примерно 20%-ый провал.



Провал суммарного контура интенсивности в 20% — второе определение критерия Рэлея для предела спектрального разрешения.

Эти два определения критерия Рэля для разрешающей способности оптических приборов справедливы не только для дифракционных решеток, но и для других оптических устройств. Если зависимость интенсивности после максимума не опускается до нуля, то пользуются вторым определением критерия Рэля для разрешающей способности оптического прибора (глубина провала 20%).

Для главного дифракционного максимума разность хода для соседних штрихов решетки кратна длине волны света

$$\Delta = m\lambda \quad \Rightarrow \quad \delta\Delta = m\delta\lambda$$

Пусть решетка содержит N штрихов. Рассмотрим направление дифракции, для которого разность фаз между первым и последним штрихом равна 2π , и картина сложения амплитуд на комплексной плоскости представляет собой окружность. В этом направлении дифракции суммарная амплитуда поля всех штрихов решетки равна нулю. Разность фаз в этом направлении дифракции от соседних штрихов $\delta\varphi = \frac{2\pi}{N}$, а разность хода

$$\delta\Delta = \lambda \frac{\delta\varphi}{2\pi} = \frac{\lambda}{N}. \text{ Подставим эту разность хода в равенство } \delta\Delta = m\delta\lambda \text{ и получим}$$

$$\Rightarrow \frac{\lambda}{N} = m\delta\lambda \quad \Rightarrow \quad \frac{\delta\lambda}{\lambda} = \frac{1}{mN}.$$

Этому изменению $\delta\lambda$ длины волны λ соответствует такое изменение направления дифракции, которое для одной длины волны соответствует изменению интенсивности дифрагированной волны от главного дифракционного максимума до ближайшего нуля. По критерию Рэля это изменение длины волны равно спектральному разрешению решетки.

В результате получаем, что относительное спектральное разрешение дифракционной решетки

$$\frac{\delta\nu}{\nu} = \frac{\delta\lambda}{\lambda} = \frac{1}{mN},$$

где m — порядок дифракции, N — общее число штрихов решетки.

Факультативно. Аппаратная функция дифракционной решетки.

Аппаратная функция — это отклик прибора в ситуации, когда идеальный прибор должен откликнуться бесконечно узким пиком. Пусть у нас есть некоторый измерительный прибор, результатом измерения которого является некоторая функция. Пусть у нас есть некоторый идеальный сигнал на входе прибора, на который идеально работающий прибор должен выдать функцию в виде идеально узкого пика, пропорционального дельта-функции Дирака. Реальный, а не идеальный, прибор выдает на выходе некоторый узкий контур вместо бесконечно узкого пика. Этот узкий контур и называют аппаратной функцией прибора.

Найдем аналитическое выражение зависимости интенсивности света от угла дифракции на решетке в случае, когда спектр света на входе решетки

имеет вид дельта-функции Дирака — монохроматический свет. Это и будет аппаратная функция дифракционной решетки.

Пусть амплитуда света в точке наблюдения от нижнего штриха решетки равна \tilde{E}_1 . От следующего штриха решетки свет придет в точку наблюдения с таким же модулем амплитуды, но с другой фазой. Фазовый сдвиг $\delta\varphi = \frac{2\pi}{\lambda}\Delta$ определяется разностью хода $\Delta = d \cdot (\sin(\alpha_1) - \sin(\alpha_2))$, где d — шаг решетки, α_1 — угол падения света на решетку, α_2 — угол дифракции:

$$\delta\varphi = \frac{2\pi}{\lambda}\Delta = kd = kd \cdot (\sin(\alpha_1) - \sin(\alpha_2)).$$

Амплитуда света в точке наблюдения от второго штриха решетки равна $\tilde{E}_1 e^{i\delta\varphi}$, от третьего — $\tilde{E}_1 e^{2i\delta\varphi}$, от четвертого — $\tilde{E}_1 e^{3i\delta\varphi}$, от N -го штриха — $\tilde{E}_1 e^{(N-1)i\delta\varphi}$. Амплитуда света от всей решетки:

$$\tilde{E} = \tilde{E}_1 + \tilde{E}_1 e^{i\delta\varphi} + \tilde{E}_1 e^{2i\delta\varphi} + \tilde{E}_1 e^{3i\delta\varphi} + \dots + \tilde{E}_1 e^{(N-1)i\delta\varphi}$$

где N — число штрихов решетки.

Складывая, как отрезок геометрической прогрессии, получаем:

$$\tilde{E} = \tilde{E}_1 \frac{1 - e^{Ni\delta\varphi}}{1 - e^{i\delta\varphi}}.$$

Интенсивность света пропорциональна квадрату модуля амплитуды:

$$I = I_1 \left| \frac{1 - e^{Ni\delta\varphi}}{1 - e^{i\delta\varphi}} \right|^2 = I_1 \frac{(1 - \cos(N\delta\varphi))^2 + (\sin(N\delta\varphi))^2}{(1 - \cos(\delta\varphi))^2 + (\sin(\delta\varphi))^2} = I_1 \frac{\sin^2\left(N\frac{\delta\varphi}{2}\right)}{\sin^2\left(\frac{\delta\varphi}{2}\right)},$$

здесь I — интенсивность света при дифракции Фраунгофера на дифракционной решетке в зависимости от угла дифракции α_2 ,

$I_1 = I_0 \left(\frac{\sin(U)}{U} \right)^2$ — величина интенсивности света при дифракции

Фраунгофера на одной щели шириной a (при дифракции на одном штрихе решетки).

Ранее мы обсуждали, что при наблюдении дифракции Фраунгофера на одной щели и нормальном падении света на экран с щелью шириной D величина $U = \frac{1}{2}kD \cdot \sin(\alpha)$, где α — угол дифракции. При рассмотрении дифракционной решетки $D = a$ — ширина прозрачной части штриха, а с учетом отличного от нуля угла падения α_1 света на решетку получим

$U = \frac{1}{2}ka(\sin(\alpha_1) - \sin(\alpha_2))$, где $k = \frac{2\pi}{\lambda}$ — волновое число, α_2 — угол дифракции.

Сравним $U = \frac{1}{2}ka(\sin(\alpha_1) - \sin(\alpha_2))$ с величиной

$\frac{\delta\varphi}{2} = \frac{1}{2}kd \cdot (\sin(\alpha_1) - \sin(\alpha_2))$ — половиной запаздывания по фазе между световыми волнами от двух соседних штрихов решетки с периодом d . Из сравнения видно, что $U = \frac{a}{d} \cdot \frac{\delta\varphi}{2}$. Тогда

$$I = I_1 \frac{\sin^2\left(N \frac{\delta\varphi}{2}\right)}{\sin^2\left(\frac{\delta\varphi}{2}\right)} = I_0 \left(\frac{\sin(U)}{U}\right)^2 \frac{\sin^2\left(N \frac{\delta\varphi}{2}\right)}{\sin^2\left(\frac{\delta\varphi}{2}\right)} = I_0 \frac{\sin^2\left(\frac{a}{d} \frac{\delta\varphi}{2}\right)}{\left(\frac{a}{d} \frac{\delta\varphi}{2}\right)^2} \cdot \frac{\sin^2\left(N \frac{\delta\varphi}{2}\right)}{\sin^2\left(\frac{\delta\varphi}{2}\right)},$$

где $\delta\varphi = kd \cdot (\sin(\alpha_1) - \sin(\alpha_2))$ — разность фаз световых волн от соседних штрихов дифракционной решетки, $k = \frac{2\pi}{\lambda}$ — волновое число, N — общее число штрихов решетки, d — шаг или период решетки, a — ширина прозрачной части штриха, α_1 — угол падения света на решетку, α_2 — угол дифракции, для которого вычисляется интенсивность света I , I_0 — интенсивность света в направлении нулевого порядка дифракции, то есть при условии $\alpha_2 = \alpha_1$.

Экзамен. Дифракционная решетка с отсутствующими четными главными дифракционными максимумами.

Рассмотрим решетку, у которой прозрачная и непрозрачная части штриха равны по ширине:

$$a = b = \frac{d}{2}.$$

При нормальном падении света на решетку $\alpha_1 = 0$ рассмотрим второй порядок дифракции $m = 2$:

$$\begin{cases} d \cdot (\sin(\alpha_1) - \sin(\alpha_2)) = m\lambda \\ m = 2 \\ \alpha_1 = 0 \end{cases} \Rightarrow -d \cdot \sin(\alpha_2) = 2\lambda \Rightarrow$$

$$\sin(\alpha_2) = -\frac{2\lambda}{d}.$$

Свет на каждой прозрачной части штриха решетки шириной a дифрагирует, как на одной щели:

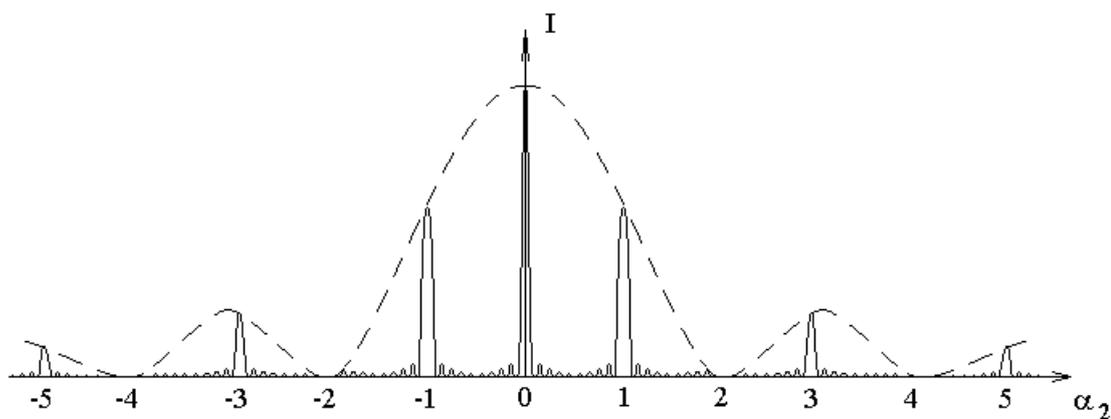
$$I(\alpha_2) = I_0 \left(\frac{\sin(U)}{U}\right)^2, \text{ где } U = \frac{1}{2}ka \cdot \sin(\alpha_2).$$

Тогда с учетом $\sin(\alpha_2) = -\frac{2\lambda}{d}$ получим $|U| = \frac{1}{2}ka \cdot \frac{2\lambda}{d} = \frac{1}{2} \cdot \frac{2\pi}{\lambda} \cdot \frac{d}{2} \cdot \frac{2\lambda}{d} = \pi$,

$$\Rightarrow \sin(U) = 0 \quad \Rightarrow \quad I(\alpha_2) = I_0 \left(\frac{\sin(U)}{U} \right)^2 = 0.$$

Следовательно, второй главный дифракционный максимум имеет нулевую интенсивность для решетки с одинаковой шириной прозрачной и непрозрачной части штриха $a = b = \frac{d}{2}$.

Аналогично можно показать, что для такой решетки пропадают все четные дифракционные максимумы кроме нулевого и для любого угла падения света, а не только при рассмотренном нормальном падении. Пример зависимости интенсивности монохроматического света от угла дифракции для такой решетки приведен на следующем рисунке.



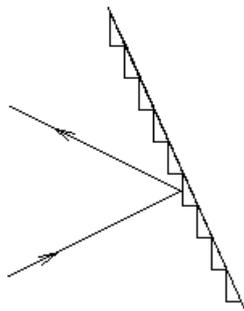
Здесь пунктирной линией изображена зависимость интенсивности от угла дифракции для одного штриха решетки. Главные дифракционные максимумы решетки пронумерованы. Из рисунка видно, что четные главные максимумы попадают на нули интенсивности дифракции на одной щели. Этот график представляет собой аппаратную функцию дифракционной решетки при условии равенства ширины прозрачной и непрозрачной части штриха $a = b = \frac{d}{2}$.

Обычно в спектрометре используется такая дифракционная решетка, для которой в интересующей области спектра наблюдается только один дифракционный максимум, а для максимумов более высокого порядка нет решения для угла дифракции в интересующей области спектра.

Факультативно. Отражательная решетка с профилированным штрихом.

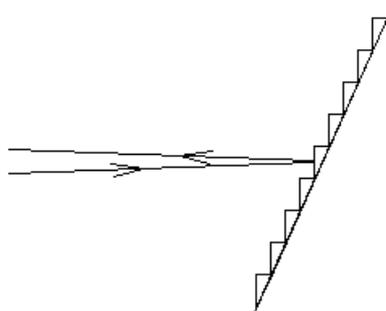
В направлении зеркального отражения от плоскости одного штриха каждый штрих отражает большую амплитуду света. Для узкого штриха решетки свет хорошо отражается не только строго в зеркальном направлении, а в довольно большой угол $\frac{\lambda}{a}$, где a — ширина зеркальной части штриха. Главный дифракционный максимум решетки, который близок к направлению

зеркального отражения одного штриха решетки, будет иметь большую амплитуду, больше чем амплитуда нулевого порядка дифракции.



При нормальном падении света на изображенную решетку большая часть энергии отражается не в нулевой порядок дифракции, а в первый порядок, если в этом направлении зеркально отражает каждый штрих решетки. В спектрометре энергетически выгодно, чтобы в первый порядок дифракции света отражалось больше, чем в нулевой порядок, поэтому в спектрометре обычно используется решетка с профилированным штрихом.

Отражательная решетка с профилированным штрихом может использоваться, как например в CO_2 -лазере, в качестве одного из зеркал лазера. Такое зеркало отражает обратно свет в минус первый порядок дифракции



только для одной длины волны $2d \cdot \sin(\alpha) = \lambda$.

Поворот решетки и одновременное изменение угла падения света приводит к изменению длины волны света λ , для которой решетка отражает свет обратно в резонатор лазера. Это используется для селекции продольных мод лазера в случае очень широкой линии усиления среды.

Для CO_2 -лазера в минус первый порядок дифракции решетки отражается до 90% энергии.

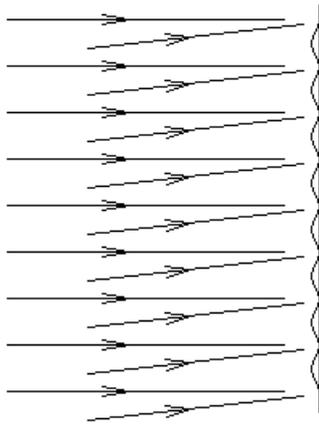
Дифракционные решетки Рамана — Ната (плоские), дифракционные решетки Брэгга. Обычно их рассматривают при рассмотрении дифракции света на ультразвуковой волне, но в современной оптике — и при дифракции на наноструктурах.

Голография.

Экзамен. Голограмма плоской световой волны.

Рассмотрим некоторый экран, на который падают две плоские монохроматические световые волны. Пусть одна из волн падает на экран строго перпендикулярно экрану. Назовем эту волну опорной волной. Пусть вторая

волна, назовем ее сигнальной волной, падает на экран под небольшим углом к первой. На экране наблюдаются интерференционные полосы.

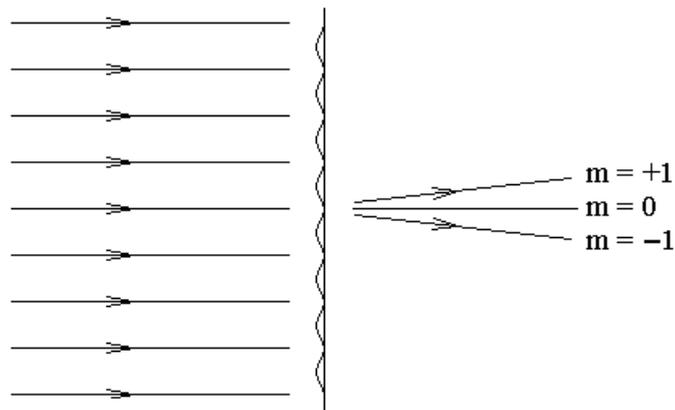


Уберем экран и рассмотрим плоскость вторичных источников в бывшем месте расположения экрана. В темной интерференционной полосе вторичных источников нет, в светлой полосе — есть.

Те же самые вторичные источники в рассматриваемой плоскости можно получить другим способом. Возьмем прозрачную пластинку, нанесем на нее фотоэмульсию и сфотографируем интерференционную картину в рассматриваемой нами плоскости. Это фотографирование назовем записью голограммы. Для записи голограммы важно чтобы обе волны были монохроматическими, поэтому используется лазерное излучение.

Будем считать, что темные интерференционные полосы стали темными непрозрачными полосами на фотопластинке, а светлые интерференционные полосы стали прозрачными полосами на фотопластинке. Эту проявленную фотографию будем называть голограммой.

Что будет, если на голограмму направить только одну из двух световых волн — опорную волну? Интерференционная картина, запечатленная на голограмме, будет выполнять функцию дифракционной решетки, работающей на пропускание. Если почернение голограммы — гармоническая функция координаты, то дифракционная решетка имеет только нулевой и плюс-минус первые порядки дифракции m . Это следует из того, что распределение комплексной амплитуды по углам дифракции пропорционально фурье-образу амплитудного коэффициента пропускания экрана (факультативный вопрос).



Здесь в первом порядке дифракции (вверх) $m = +1$ — восстановленная сигнальная волна, в нулевом порядке $m = 0$ — прошедшая опорная волна, и еще одна волна в минус первом порядке дифракции — лишняя волна.

Таким образом, если голограмму осветить опорной волной, то в прошедшем свете за голограммой кроме опорной волны появляется восстановленная сигнальная волна.

Освещение голограммы опорной световой волной и наблюдение восстановленной сигнальной волны называется воспроизведением голограммы.

Факультативная вставка.

Если не ставить фотопластинку для записи голограммы, то от вторичных источников света в плоскости фотопластинки нет минус первого порядка дифракции. Почему минус первый порядок дифракции есть при воспроизведении голограммы?

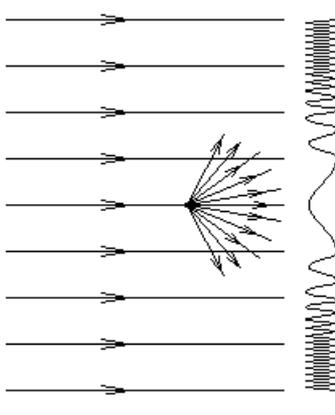
Дело в том, что при восстановлении голограммы все вторичные источники света в плоскости фотопластинки имеют одинаковую фазу, а при записи голограммы фазы в плоскости фотопластинки разные. Учет разных фаз при записи голограммы показывает, что излучение каждого штриха воображаемой решетки в плоскости вторичных источников света в направлении минус первого порядка дифракции имеет нулевую амплитуду.

Конец факультативной вставки.

Экзамен. Голограмма точки при нормальном падении опорной волны.

Рассмотрим запись голограммы.

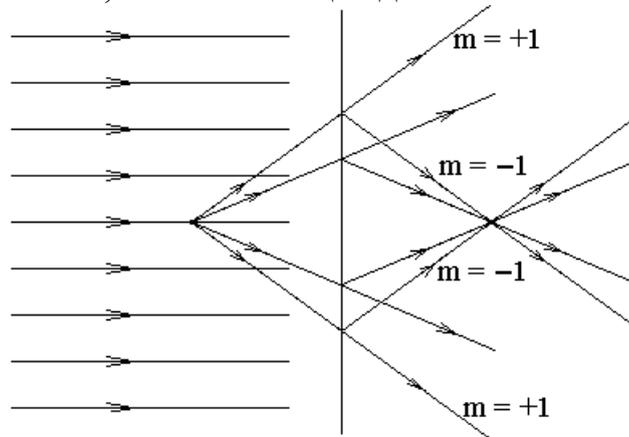
Пусть перпендикулярно на фотопластинку падает опорная монохроматическая световая волна, и пусть на пути световой волны находится маленькая песчинка (пылинка, капля), рассеивающая свет.



Волна, рассеянная песчинкой, — сигнальная волна. Сигнальная волна будет иметь почти сферический фронт. На фотопластинке опорная и сигнальная волны интерферируют. Задача имеет осевую симметрию, следовательно, и интерференционная картина обладает той же симметрией. Интерференционная картина — светлые и темные кольца. В центре интерференционной картины угол α между двумя интерферирующими волнами мал, следовательно, интерференционные полосы — широкие. Ширина

полос $d = \frac{\lambda}{\alpha}$. По мере удаления от центра экрана интерференционные кольца становятся все уже и уже, так как угол α между интерферирующими волнами увеличивается. В этом смысле интерференционная картина похожа на кольца Ньютона.

После проявления фотопластинки получим голограмму точки. Для воспроизведения голограммы осветим ее опорной волной. Каждый небольшой участок голограммы можно рассматривать, как голограмму плоской волны, так как на малом участке ширина интерференционных полос почти постоянна. Из каждого малого участка голограммы при ее освещении опорной волной выходят три волны: $m = +1$ — восстановленная сигнальная волна, $m = 0$ — прошедшая опорная волна, $m = -1$ — еще одна световая волна.

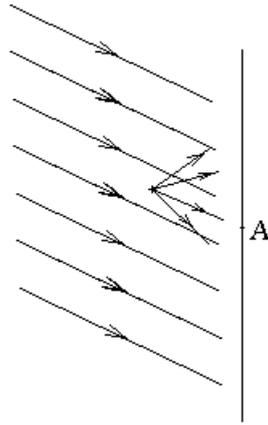


На рисунке, чтобы не загромождать его, изображены только некоторые лучи первого и минус первого порядков дифракции. Лучи плюс первого порядка дифракции как бы выходят из мнимого восстановленного изображения точечного источника сигнальной волны. Лучи минус первого порядка дифракции формируют лишнее действительное изображение справа от голограммы.

Заметим, что голограмма фокусирует свет в точку действительного изображения. Если почернение интерференционных полос голограммы имеет прямоугольный профиль, а не гармонический профиль, как это наиболее желательно для голограммы, то голограмма точки представляет собой зонную пластинку для точки действительного изображения.

Факультативно. Голограмма точки при наклонном падении опорной волны.

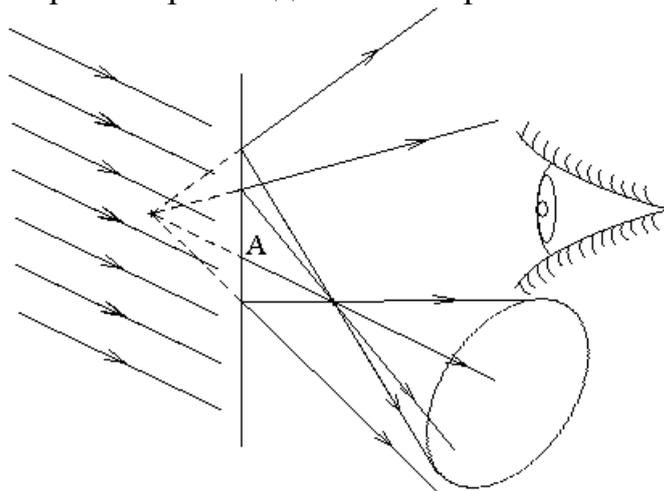
Запись голограммы.



Рассмотрим луч, который рассеян точечным объектом почти в направлении опорной волны. Этот луч проходит фотопластинку в некоторой точке A . Угол α между двумя интерферирующими лучами для этой точки близок к нулю, а интерференционные полосы в точке A наиболее широкие

$$d = \frac{\lambda}{\alpha}.$$

Рассмотрим теперь воспроизведение голограммы.

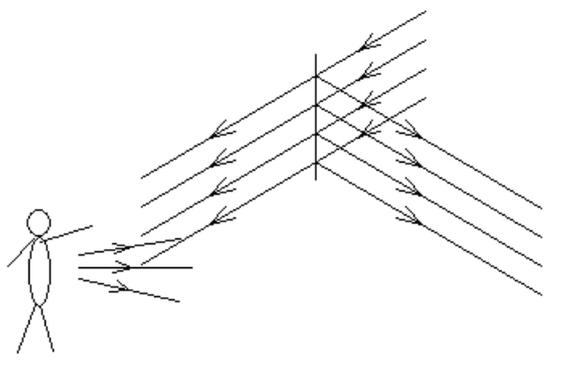


В окрестности точки A голограммы интерференционные полосы самые широкие. Для дифракционной решетки с широкими штрихами d нулевой и плюс-минус первый дифракционные максимумы направлены почти одинаково, так как характерные углы дифракции $\frac{\lambda}{d}$ малы. Минус первые порядки дифракции разных участков голограммы должны пересекаться в точке действительного изображения. Следовательно, действительное изображение находится на продолжении луча, проходящего через точку A голограммы. Расстояние от голограммы до действительного изображения такое же, как от голограммы до восстановленного мнимого изображения точки рассеяния.

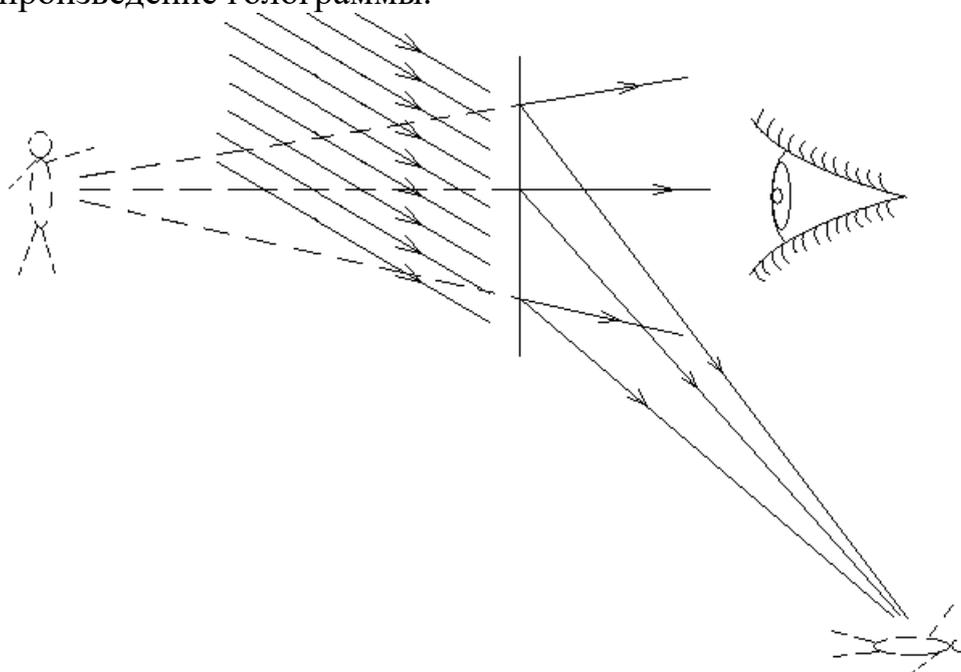
Как видно из рисунка, наклонное падение опорной волны позволяет сделать так, чтобы лучи, проходящие через действительное изображение, не попадали в глаз и не мешали рассматривать восстановленное мнимое изображение.

Факультативно. Плоская голограмма протяженного объекта.

Запись голограммы. Освещение объекта и опорная волна формируются из излучения одного лазера при расщеплении света на полупрозрачной пластине. Свет, рассеянный объектом и свет опорной волны интерферируют на фотопластинке.



Воспроизведение голограммы.



Изображение, полученное при восстановлении голограммы — объемное изображение. При разглядывании голограммы впечатление такое, что вы смотрите на голограмму, как в окно. Если один предмет мнимого изображения несколько загоразивает другой предмет, то можно отклонить голову в сторону, чтобы увидеть заслоняемый объект. Для полной иллюзии окна не хватает только, чтобы изображение было цветным. Восстановленное изображение видно в монохроматическом свете опорной волны, которым производилась запись голограммы и которым голограмма воспроизводится.