

Лекционные демонстрации 15 минут.

Экзамен. Голографическая интерферометрия.

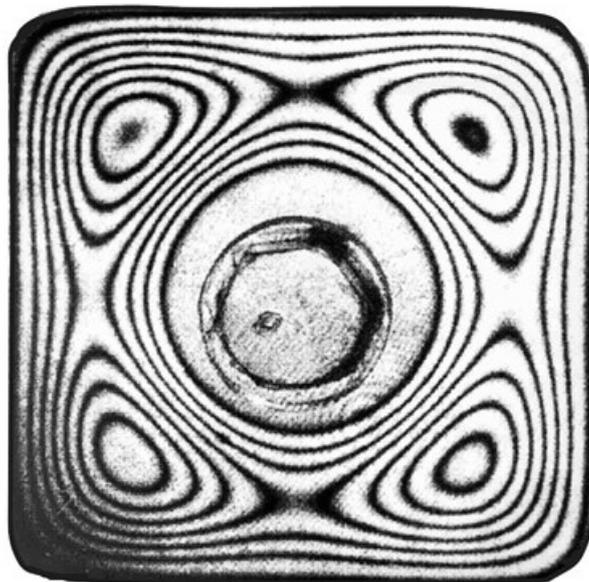
Запишем на плоской фотопластинке голограмму поверхности некоторого предмета в монохроматическом свете.

Восстановим мнимое изображение этой поверхности с помощью голограммы и монохроматической опорной волны.

Одновременно с восстановлением изображения поместим реальную поверхность того же предмета на ее прежнее место туда, где находится ее восстановленное мнимое изображение. Пусть свет опорной волны падает на реальную поверхность предмета так же, как это было при записи голограммы.

В монохроматическом свете будут одновременно видны и реальная поверхность и ее восстановленное мнимое изображение. Если обе поверхности чуть сдвинуть относительно друг друга, то излучение, идущее от них, очень похоже на свет отраженный от плоскопараллельной пластинки. Если между поверхностями будет малый угол, то это будет похоже на отражение света от оптического клина с малым углом. При этом будут наблюдаться интерференционные полосы равной толщины.

Если реальное тело чуть деформировать, то наблюдаемая поверхность покроется полосами равной толщины, отображающими деформацию тела. Разность хода при отражении от почти плоскопараллельной пластинки $\Delta = 2nh \cdot \cos(\alpha)$, h — толщина пластинки, $n=1$ (воздушный зазор), α — угол преломления света (в данном случае равный углу падения). В рассматриваемом случае угол падения и угол рассеяния света различаются, поэтому $\Delta \approx 2nh$. При изменении разности хода на λ ширина зазора меняется на $\frac{\lambda}{2}$, и мы перемещаемся по изображению предмета на одну интерференционную полосу. При этом происходит визуализация малых деформаций величиной порядка микрона.



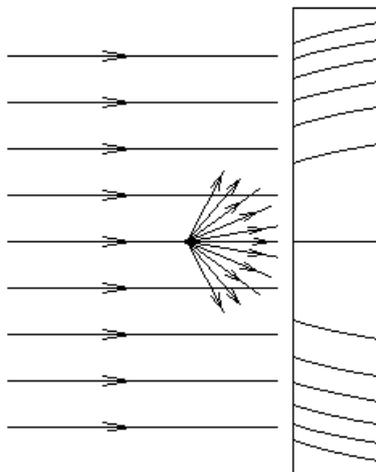
Крышка люка, притянутого болтом к краям отверстия.

Это один из методов голографической интерферометрии. Подробнее:
<https://teh-lib.ru/optika/golograficheskaya-interferometriya.html>

Факультативно. Толстослойная голограмма.

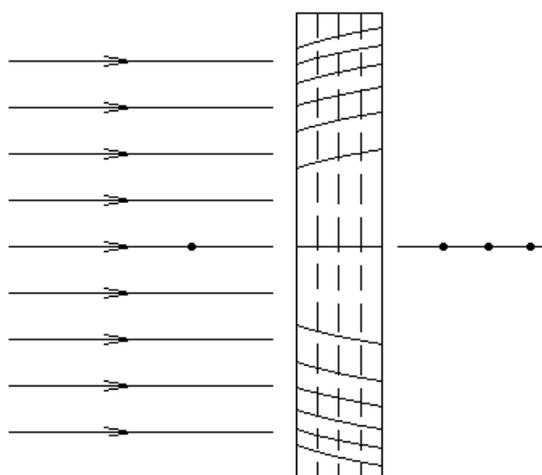
Рассмотрим голограмму одной точки с нормально падающей опорной волной. Пусть голограмма записывается в свете с длиной волны λ .

Запись голограммы.



Здесь справа толстослойная фотопластинка, и в ней изображены темные интерференционные полосы в сечении плоскостью рисунка. Задача обладает осевой симметрией, и темные полосы в объеме фотопластинки представляют собой параболоиды вращения с осью, совпадающей с осью симметрии задачи. Фокусы параболоидов совпадают с рассеивающей свет точкой.

Воспроизведение голограммы.



Здесь точка слева от голограммы — восстановленное мнимое изображение точечного источника рассеянного света. Рассмотрим три пунктирные плоскости внутри голограммы, как три плоские голограммы. Для каждой из этих трех голограмм восстановленное мнимое изображение находится в одной и той же точке слева от голограммы. Действительные же изображения находятся симметрично мнимому изображению относительно соответствующей плоской голограммы, и для каждой плоской голограммы

действительное изображение находится в своей точке. Это три точки справа от толстослойной голограммы.

Действительные изображения разных слоев голограммы находятся в разных точках, то есть действительное изображение смазано, и поэтому его не видно. Мнимые изображения находятся в одной точке и поэтому отчетливо видны.

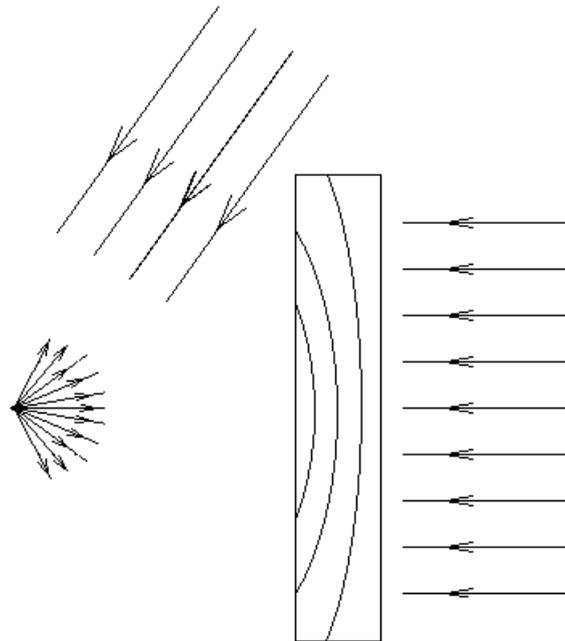
Плоская голограмма точки подобна зонной пластинке. Радиус m -ой зоны Френеля $r_m = \sqrt{m\lambda L}$. Если при восстановлении голограммы используется свет другой длины волны, то радиусы зон Френеля измениться не могут, так как голограмма уже проявлена и зафиксирована. Следовательно, изменится величина $L \sim \frac{1}{\lambda}$, и изображение, восстановленное в свете другой длины волны, окажется на другом расстоянии от голограммы. При этом для разных слоев толстослойной голограммы положения восстановленного изображения окажутся разными, не только для действительных изображений, но и для мнимых изображений. То есть изображения смажутся и не будут видны.

Если же восстанавливать голограмму, освещая ее белым светом, то толстослойная голограмма сама выберет длину волны, при которой ее записывали, и в этой длине волны сформирует мнимое изображение. Если при восстановлении голограммы ее освещать белым светом из другого направления, не совпадающим с направлением света при записи голограммы, то восстановленное изображение будет искажено по форме и частично по цвету. При освещении голограммы рассеянным светом со всех направлений изображение полностью смазывается и пропадает.

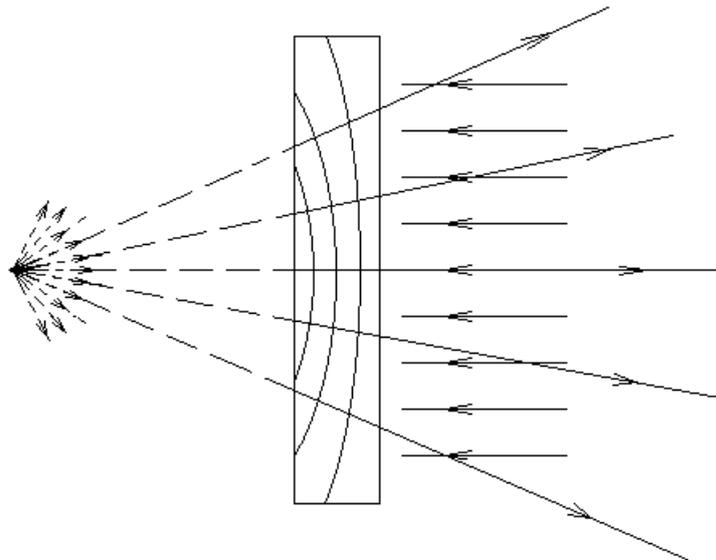
Экзамен. Метод Денисюка.

Метод Денисюка — это метод записи толстослойной голограммы во встречных световых пучках. Это наиболее современный метод записи голограмм.

Запись голограммы точки:



Воспроизведение голограммы точки:



Голограмма работает, как многослойное зеркало. Отраженные волны от каждого слоя складываются синфазно в направлении восстановленной волны.

Преимущество записи во встречных пучках состоит в том, что воспроизведение голограммы происходит в отраженном свете, а не на просвет. Толстослойную голограмму и в этом случае можно восстанавливать в белом свете.

Для получения цветной голограммы запись производится в излучении лазеров трех цветов. В белом свете запись голограммы невозможна, потому что в белом свете не будет интерференционных полос. Воспроизведение голограммы, записанной в излучении трех лазеров, производится в сильном белом свете. Голограмма сама выбирает из белого света излучение трех длин волн, в которых производилась запись.

Можно рассчитать интерференционную картину голограммы на компьютере, например, в трех длинах волн, а затем черным цветом

монохромным принтером напечатать цветную голограмму. При этом нужен принтер с высоким разрешением печати, желательный размер пикселя заметно меньше длины волны света.

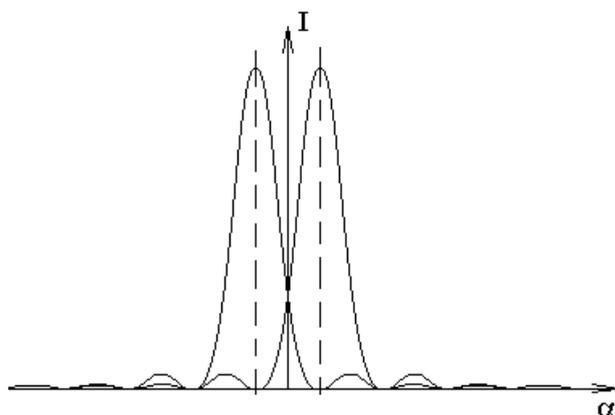
Дифракционный предел разрешения.

Экзамен. Дифракционный предел разрешения телескопа и глаза.

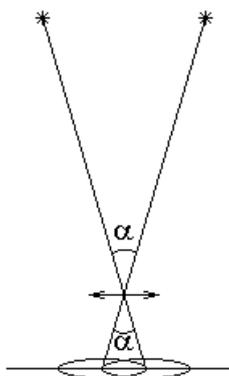
Будем считать, что телескоп — это одна линза (объектив) и экран в фокальной плоскости линзы. Будем считать, что прямо перед линзой объектива находится круглое отверстие в непрозрачном экране и диаметр отверстия равен диаметру линзы.

Свет далекой звезды приходит в виде почти плоской волны. В таком случае, в фокальной плоскости объектива наблюдается дифракция Фраунгофера на круглом отверстии. Угловой радиус первого темного кольца дифракционного изображения $\alpha = 1.22 \frac{\lambda}{D}$.

Рассмотрим теперь две близкие звезды. По критерию Рэля звезды почти разрешены, если максимум интенсивности дифракционного изображения одной звезды совпадает с первым нулем интенсивности изображения другой звезды.



Рассмотрим луч, выходящий из центра звезды и проходящий через центр объектива. Этот луч приходит в центр диска Эйри дифракционного изображения звезды на экране. Рассмотрим такой луч для каждой из двух звезд.



Из рисунка видно, что угол между направлениями на две звезды равен углу из центра объектива в центры двух изображений звезд. А на пределе

разрешения по критерию Рэля он же будет равен угловому радиусу первого темного кольца дифракционного изображения одной звезды.

В результате угловое разрешение телескопа или угол между направлениями на две звезды, при котором они едва разрешимы, равен угловому радиусу первого темного кольца дифракции Фраунгофера на круглом отверстии:

$$\alpha = 1.22 \frac{\lambda}{D}, \text{ где } D \text{ — диаметр объектива телескопа.}$$

Чтобы увеличить угловое разрешение телескопа (уменьшить α), нужно увеличивать диаметр линзы объектива телескопа D (для зеркального телескопа — диаметр зеркала объектива телескопа). Если диаметр объектива телескопа больше одного метра, то смещение изображения звезды из-за шумов атмосферы становятся сравнимы с дифракционным размером изображения звезды. В таком случае дальнейшее увеличение диаметра телескопа становится малоэффективным.

Света от далекой звезды мало, поэтому никто не пытается рассматривать изображение звезды в телескопе в монохроматическом свете. В белом свете угловое разрешение усредняется по длинам волн и будет примерно таким же.

Аналогично телескопу угловое разрешение глаза равно

$$\alpha = 1.22 \frac{\lambda}{D},$$

где D — диаметр зрачка глаза.

Угловое разрешение здорового глаза близко к дифракционному пределу разрешения.

Факультативная вставка.

Рассмотрим еще одно объяснение того, что изображение удаленного точечного источника не является точечным, а имеет некоторый дифракционный размер.

Поверхность равных фаз перед линзой плоская, а за линзой — сферическая. Центр сферы находится в фокусе линзы. Рассмотрим излучение вторичных источников этой сферической поверхности равных фаз.

В фокусе линзы излучение вторичных источников синфазно, поэтому там большая амплитуда света.

При небольшом смещении точки наблюдения от фокуса на расстояние гораздо меньшее длины волны свет вторичных источников приходит в точку наблюдения почти синфазно, и амплитуда света в точке наблюдения тоже будет большой. Поэтому изображение неточечное.

Аналогично из рассмотрения интеграла Кирхгофа можно показать, что свет нельзя собрать на площадку размером меньше $\left(\frac{\lambda}{2}\right)^2$.

Конец факультативной вставки.

Экзамен. Понятие о разрешающей способности микроскопа.

Микроскоп — это одна линза (объектив) и экран.

Чтобы получить увеличенное действительное изображение предмета нужно поместить предмет близко к фокальной плоскости линзы, чуть дальше от линзы. Действительное изображение при этом получается на большом расстоянии от линзы, большом по сравнению с фокусным расстоянием линзы.

Рассмотрим изображение точечного предмета. Если изображение точечного источника получается очень далеко, то свет сразу за линзой имеет почти плоский фронт волны. В таком случае свет сразу за линзой такой же, как без линзы при наблюдении дифракции Фраунгофера на круглом отверстии.

Для дифракции Фраунгофера на круглом отверстии угловой радиус первого темного кольца равен:

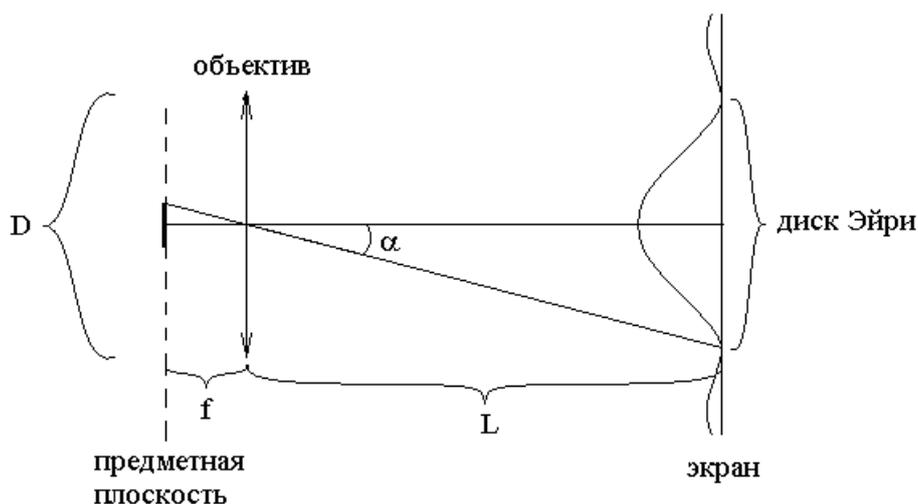
$$\alpha = 1.22 \frac{\lambda}{D}, \text{ где } D \text{ — диаметр отверстия (в нашем случае диаметр линзы}$$

объектива микроскопа).

Точечный предмет (источник) дает изображение на экране в виде диска с радиусом первого темного кольца $r = L\alpha = L \cdot 1.22 \frac{\lambda}{D}$, где L — расстояние от линзы до экрана.

Этот диск изображения (диск Эйри) можно отобразить обратно в предметную плоскость по законам геометрической оптики.

Рассмотрим другую точку в этом кружке обратного изображения. В плоскости увеличенного изображения эта точка дает прямое изображение (еще одного диска Эйри), которое перекрывается с прямым изображением исходной точки, и два изображения неразличимы по критерию Рэля.



Следовательно, разрешающая способность микроскопа l_{\min} равна радиусу кружка обратного изображения точки в предметной плоскости.

$l_{\min} = f\alpha$, где f — фокусное расстояние объектива микроскопа, так как расстояние от предметной плоскости до объектива близко фокусному расстоянию объектива.

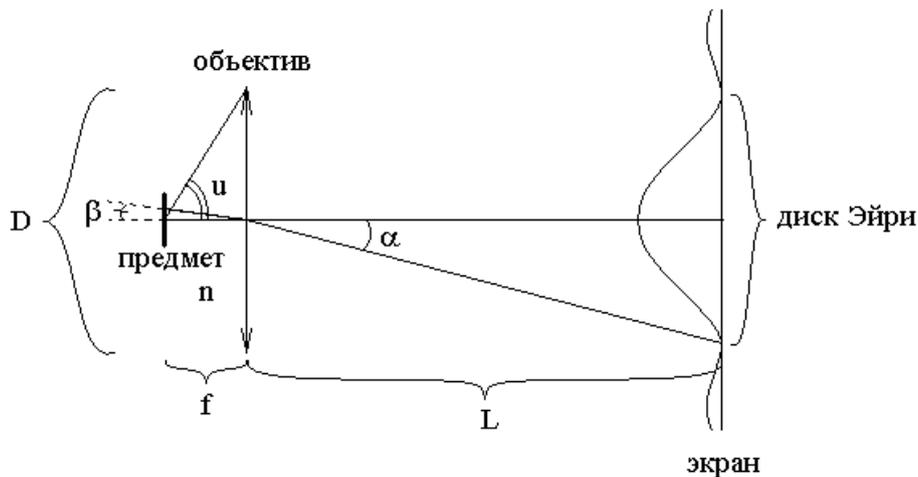
Подставим сюда угловое разрешение объектива $\alpha = 1.22 \frac{\lambda}{D}$ и получим

$l_{\min} = 1.22 \frac{\lambda f}{D}$ — разрешающая способность микроскопа или наименьшее

расстояние между двумя точечными объектами, при котором они еще видны, как два объекта, а не сливаются в одно изображение. Здесь D — диаметр объектива, f — фокусное расстояние объектива.

Сделаем некоторое уточнение.

Часто для увеличения разрешающей способности микроскопа и соответственно для уменьшения величины l_{\min} большую часть пространства между объективом и линзой объектива заполняют прозрачной средой с максимально возможным показателем преломления n .



Здесь f — фокусное расстояние объектива с учетом заполнения пространства между предметом и объективом средой с показателем преломления n , D — диаметр объектива, $\alpha = 1.22 \frac{\lambda}{D}$ — угловой радиус диска Эйри дифракционной картины образованной точечным источником света в плоскости изображения.

$$n \cdot \sin(\beta) = \sin(\alpha)$$

Здесь β — угловой размер обратного изображения по законам геометрической оптики диска Эйри в предметную плоскость.

В таком случае дифракционный предел разрешения:

$$l_{\min} = \beta f,$$

где

$$\beta \approx \sin(\beta) = \frac{1}{n} \sin(\alpha) \approx \frac{\alpha}{n} = 1.22 \frac{\lambda}{nD} = 0.61 \frac{\lambda}{n \frac{D}{2}} = 0.61 \frac{\lambda}{nf \cdot \text{tg}(u)} \Rightarrow$$

$$l_{\min} = \beta f = 0.61 \frac{\lambda}{n \cdot \text{tg}(u)}.$$

Здесь $2u$ — апертура микроскопа или угол, под которым из предмета виден входной зрачок (линза объектива).

Для реального микроскопа $2u$ не является малым углом. В таком случае в первой же формуле $\alpha = 1.22 \frac{\lambda}{D}$ (это угловой радиус первого темного кольца дифракции Фраунгофера на круглом отверстии) была допущена некоторая неточность. Формула $\alpha = 1.22 \frac{\lambda}{D}$ справедлива, если во всех точках отверстия амплитуда светового поля одинаковая. В нашем же случае амплитуда поля на краю отверстия меньше, чем в центре отверстия, так как край отверстия находится дальше от рассматриваемого предмета в $\frac{1}{\cos(u)}$ раз. В каком-то смысле можно считать, что свет дифрагирует не на всем отверстии радиусом $\frac{D}{2}$, а только на его части примерно радиусом $\frac{D}{2} \cos(u)$. Тогда вместо полученного ранее выражения $\beta \approx 0.61 \cdot \frac{\lambda}{n \frac{D}{2}}$ получаем $\beta \approx 0.61 \cdot \frac{\lambda}{n \frac{D}{2} \cos(u)}$.

Соответственно, вместо $l_{\min} \approx 0.61 \frac{\lambda}{n \cdot \text{tg}(u)}$ получаем

$$l_{\min} \approx 0.61 \frac{\lambda}{n \cdot \text{tg}(u) \cdot \cos(u)} \approx 0.61 \frac{\lambda}{n \cdot \sin(u)}.$$

Более строгая теория разрешающей способности микроскопа (теория Аббе) дает для разрешающей способности микроскопа именно такой результат:

$$l_{\min} = 0.61 \frac{\lambda}{n \cdot \sin(u)},$$

где величина $n \cdot \sin(u)$ называется числовой апертурой микроскопа.

Взаимодействие света с веществом.

Экзамен. Модель атома Томсона. Комплексная поляризуемость атомов.

Когда Томсон придумывал свою модель атома, еще не было известно, что в атоме есть положительное ядро. Томсон представлял себе атом, как положительную каплю объемного заряда, в которой плавают точечные электроны.

Сегодня логичнее считать наоборот. Точечное положительное ядро плавает в центре объемного заряда электронов. Под действием внешнего электрического поля, например, поля световой волны, электронное облако слегка смещается относительно ядра, а ядро почти неподвижно, так как почти вся масса атома сосредоточена в его ядре.

В соответствии с этой моделью атома будем считать, что электронное облако образует шар с постоянной плотностью заряда $(-\rho)$, где $\rho > 0$. Под действием внешнего электрического поля \vec{E} световой волны смещается только

электронная оболочка. Электронная оболочка смещается без деформации, а со стороны ядра на электронную оболочку действует возвращающая сила.

Составим дифференциальное уравнение для движения центра масс электронной оболочки.

Пусть \vec{F}_1 — сила, действующая на электронную оболочку со стороны светового поля \vec{E} .

$\vec{F}_1 = (-q) \cdot \vec{E}$, где q — заряд атомного ядра, а $(-q)$ — заряд электронной оболочки.

Пусть \vec{F}_2 — сила, действующая на электронную оболочку со стороны атомного ядра. Гораздо проще найти равную ей силу, с которой электронная оболочка действует на ядро. Для этого надо найти электрическое поле однородно заряженного шара с плотностью заряда $(-\rho)$ и умножить поле на заряд ядра q .

Электрическое поле шара можно найти по теореме Гаусса

$$\Phi_E = \frac{Q}{\varepsilon_0} \quad \Rightarrow \quad ES = \frac{(-\rho)V}{\varepsilon_0} \quad \Rightarrow$$

$$E \cdot 4\pi r^2 = \frac{(-\rho)4\pi r^3}{3\varepsilon_0} \quad \Rightarrow \quad \vec{E} = -\frac{\rho}{3\varepsilon_0} \vec{r}.$$

В системе СГС Гаусса $\Phi_E = 4\pi Q$ и $\vec{E} = -\frac{4}{3}\pi\rho\vec{r}$.

Силу, действующую на электронную оболочку со стороны ядра, мы обозначили, как \vec{F}_2 . Тогда сила, действующая на ядро со стороны электронной оболочки, отличается знаком:

$$-\vec{F}_2 = q\vec{E} = q \cdot \left(-\frac{\rho}{3\varepsilon_0} \vec{r} \right) \quad \Rightarrow$$

$$\vec{F}_2 = \frac{\rho q}{3\varepsilon_0} \vec{r}.$$

В системе СГС Гаусса $\vec{F}_2 = \frac{4}{3}\pi\rho q\vec{r}$.

Здесь \vec{r} — вектор, проведенный из центра электронной оболочки в атомное ядро. Заменим $\vec{r} \rightarrow (-\vec{r})$, тогда

$$\vec{F}_2 = -\frac{\rho q}{3\varepsilon_0} \vec{r} \quad \text{— сила, действующая на электронную оболочку со стороны}$$

ядра, \vec{r} — вектор, проведенный из ядра в центр масс электронного облака.

Второй закон Ньютона для электронной оболочки атома примет следующий вид:

$$\vec{F}_1 + \vec{F}_2 = m\ddot{\vec{r}},$$

где $\ddot{\vec{r}}$ — вторая производная от радиус-вектора центра масс электронной оболочки по времени или ускорение электронной оболочки.

Подставим значения \vec{F}_1 , \vec{F}_2 и получим

$$-q\vec{E} - \frac{\rho q}{3\epsilon_0}\vec{r} = m\ddot{\vec{r}}$$

В системе СГС Гаусса $-q\vec{E} - \frac{4}{3}\pi\rho q\vec{r} = m\ddot{\vec{r}}$.

Чтобы уравнение движения электронной оболочки правильно описывало экспоненциально затухающий световой пуг, которому соответствует экспериментально наблюдаемая лоренцевская форма спектральной линии, добавим в уравнение движения вязкое трение в виде силы \vec{F}_3 пропорциональной скорости $\dot{\vec{r}}$

$$\vec{F}_3 = -2\gamma m\dot{\vec{r}}.$$

Вязкое трение введено вместо потерь энергии электронной оболочки на излучение световых волн. С учетом силы вязкого трения \vec{F}_3 уравнение движения примет следующий вид

$$-q\vec{E} - \frac{\rho q}{3\epsilon_0}\vec{r} - 2\gamma m\dot{\vec{r}} = m\ddot{\vec{r}} \quad \Rightarrow$$

В системе СГС Гаусса $-q\vec{E} - \frac{4}{3}\pi\rho q\vec{r} - 2\gamma m\dot{\vec{r}} = m\ddot{\vec{r}}$.

$$\ddot{\vec{r}} + 2\gamma\dot{\vec{r}} + \frac{\rho q}{3\epsilon_0 m}\vec{r} = -\frac{q}{m}\vec{E}.$$

В системе СГС Гаусса $\ddot{\vec{r}} + 2\gamma\dot{\vec{r}} + \frac{4\pi\rho q}{3m}\vec{r} = -\frac{q}{m}\vec{E}$.

В этом уравнении движения центра масс электронной оболочки введем обозначение

$$\omega_0^2 \equiv \frac{\rho q}{3\epsilon_0 m}$$

В системе СГС Гаусса $\omega_0^2 \equiv \frac{4\pi\rho q}{3m}$.

и получим

$$\ddot{\vec{r}} + 2\gamma\dot{\vec{r}} + \omega_0^2\vec{r} = -\frac{q}{m}\vec{E}.$$

Рассмотрим это уравнение в комплексном виде

$$\ddot{\vec{r}} + 2\gamma\dot{\vec{r}} + \omega_0^2\vec{r} = -\frac{q}{m}\vec{E}_0\vec{e}_p e^{-i\omega t},$$

где $\vec{E} = \vec{E}_0\vec{e}_p e^{-i\omega t}$ — комплексное световое поле, \vec{e}_p — единичный вектор поляризации светового поля.

Полученное дифференциальное уравнение линейно относительно переменной \vec{r} , и все коэффициенты левой части уравнения вещественны. В таком случае вещественная часть комплексного решения уравнения будет равна вещественному решению уравнения с вещественным световым полем в правой части уравнения:

$$\vec{E} = \text{Re}(\vec{\tilde{E}}) = \text{Re}(\vec{E}_0\vec{e}_p e^{-i\omega t}).$$

Будем искать стационарное решение комплексного уравнения с постоянной комплексной амплитудой \tilde{r}_0 в виде $\tilde{r}(t) = \tilde{r}_0 \tilde{e}_p e^{-i\omega t}$. Подставим это решение в дифференциальное уравнение. Каждое слагаемое уравнения будет иметь сомножитель $\tilde{e}_p e^{-i\omega t}$. Сократим на этот сомножитель и получим уравнение для комплексной амплитуды \tilde{r}_0 :

$$-\omega^2 \tilde{r}_0 - 2i\omega\gamma \tilde{r}_0 + \omega_0^2 \tilde{r}_0 = -\frac{q}{m} \tilde{E}_0 \quad \Rightarrow$$

$$\tilde{r}_0 = -\frac{\frac{q}{m} \tilde{E}_0}{\omega_0^2 - \omega^2 - 2i\omega\gamma} \quad \text{— комплексная амплитуда колебаний электронной}$$

оболочки атома в световом поле с вещественной амплитудой E_0 и частотой ω .

Вещественный радиус-вектор электронной оболочки при этом имеет вид

$$\text{Re}(\tilde{r}) = \text{Re}\left(\tilde{r}_0 \tilde{e}_p e^{-i\omega t}\right) = \text{Re}\left(\left(-\frac{\frac{q}{m} \tilde{E}_0}{\omega_0^2 - \omega^2 - 2i\omega\gamma}\right) \tilde{e}_p e^{-i\omega t}\right).$$

Эти колебания электронной оболочки атома относительно ядра атома означают колебания дипольного момента атома:

$\vec{p}(t) = (-q) \cdot \vec{r}(t)$, где $(-q)$ — заряд электронной оболочки. Такое выражение для дипольного момента получается, если воспользоваться определением $\vec{p} \equiv \sum_i q_i \vec{r}_i$ и поместить начало координат в ядро атома. В таком

случае радиус-вектор ядра равен нулю, и в сумме остается одно слагаемое для всей электронной оболочки, как целого.

Комплексная амплитуда колебаний дипольного момента примет следующий вид

$$\tilde{p}_0 = (-q) \cdot \tilde{r}_0 = \frac{\frac{q^2}{m} \tilde{E}_0}{\omega_0^2 - \omega^2 - 2i\omega\gamma}.$$

Комплексный дипольный момент \tilde{p} связан с комплексной напряженностью светового поля \tilde{E} через комплексную поляризуемость атома $\tilde{\alpha}$:

$$\tilde{p} = \tilde{\alpha} \tilde{E}.$$

$$\text{Тогда из соотношений} \quad \begin{cases} \tilde{p} = \tilde{p}_0 \cdot \tilde{e}_p \cdot e^{-i\omega t} \\ \tilde{E} = \tilde{E}_0 \cdot \tilde{e}_p \cdot e^{-i\omega t} \\ \tilde{p} = \tilde{\alpha} \tilde{E} \end{cases} \quad \text{получаем связь комплексной}$$

амплитуды дипольного момента и комплексной амплитуды светового поля

$$\tilde{p}_0 = \tilde{\alpha} \tilde{E}_0 \Rightarrow$$

$$\tilde{\alpha} = \frac{\tilde{p}_0}{\tilde{E}_0} = \frac{q^2}{\omega_0^2 - \omega^2 - 2i\omega\gamma} \text{ — комплексная поляризуемость атома Томсона,}$$

как функция частоты светового поля ω , где q — заряд ядра атома, m — масса электронной оболочки атома.

Пусть f — число электронов атома, тогда

$$\begin{cases} q = fe \\ m = fm_e \end{cases}, \text{ где } e \text{ — модуль заряда электрона, } m_e \text{ — масса электрона,}$$

тогда

$$\tilde{\alpha} = \frac{f \frac{e^2}{m_e}}{\omega_0^2 - \omega^2 - 2i\omega\gamma}, \text{ где } \omega_0 \text{ — резонансная частота колебаний}$$

электронной оболочки атома.

В системе СГС Гаусса формула выглядит также.

По квантовым причинам электронная оболочка атома имеет не одну, а много резонансных частот ω_k .

С некоторой натяжкой можно сказать, что в разных резонансных колебаниях ω_k участвует разное, не обязательно целое, число электронов f_k .

Тогда

$$\tilde{\alpha} = \sum_k \frac{f_k \frac{e^2}{m_e}}{\omega_k^2 - \omega^2 - 2i\omega\gamma_k}.$$

Безразмерную величину f_k называют силой осциллятора.

Факультативная вставка.

В квантовой механике доказывается, что сила осциллятора f связана с коэффициентом Эйнштейна A , который описывает вероятность спонтанных переходов, соотношением

$$A = \frac{2\pi e^2 v^2}{\epsilon_0 m_e c^3} f.$$

$$\text{В системе СГС Гаусса } A = \frac{8\pi^2 e^2 v^2}{m_e c^3} f.$$

В квантовой механике состояния бывают вырожденными. Это означает, что несколько состояний, которые описываются разными волновыми функциями, имеют одинаковую энергию. Так состояние атома с полным моментом импульса J (квантовое число суммарного орбитального и спинового моментов импульса) имеет кратность вырождения $g = 2J + 1$ состояний с разными значениями проекции $J_z = -J, -J + 1, -J + 2, \dots, J - 1, J$ полного момента импульса на произвольно выбранную ось квантования z .

С учетом вырождения уровней

$$A_{ki} = \frac{g_i}{g_k} \frac{2\pi e^2 v_{ki}^2}{\varepsilon_0 m_e c^3} f_{ik},$$

$$\text{В системе СГС Гаусса } A_{ki} = \frac{8\pi^2 e^2 v_{ki}^2}{m_e c^3} f_{ik}.$$

где k — верхний уровень энергии с кратностью вырождения g_k , i — нижний уровень энергии с кратностью вырождения g_i , v_{ki} — частота перехода, f_{ik} — сила осциллятора линии поглощения, m_e — масса электрона.

В квантовой механике доказывается, что ширина спектральной линии без учета атомарных и молекулярных столкновений

$$\Delta\omega_{ki} = A_k + A_i,$$

где $A_k = \sum_{j < k} A_{kj}$ и $A_i = \sum_{j < i} A_{ij}$.

В нашем рассмотрении далее будет показано, что $\Delta\omega = 2\gamma$, то есть $2\gamma = A_k + A_i$.

Подробнее можно посмотреть здесь:

<https://elib.bsu.by/bitstream/123456789/155323/3/19%20Вероятности%20квантовых%20переходов.pdf>

Конец факультативной вставки.

Формально сумма всех сил осцилляторов $\sum_k f_k$ — это сумма всех

электронов, участвующих в колебаниях электронной оболочки, то есть порядковый номер элемента в таблице Менделеева. Однако обычно возбуждение электронов внутренних оболочек не рассматривается. Частоты их возбуждения относятся к рентгеновскому диапазону.

Если рассматривать возбуждение только внешнего электрона атома и комплексную поляризуемость $\tilde{\alpha}$, как сумму вкладов только по соответствующим частотам возбуждения внешнего электрона, то правило сумм примет следующий вид $\sum_k f_k = 1$.